



数理化自学丛书

物理

第一册

徐昌权 周礼平 编

数理化自学丛书

物

理

(第一册——力学)

徐昌权 周礼平 編

上海科学技术出版社

內 容 提 要

本书系統地介紹了物理学中最为重要的基础知識——力学,从研究基本物理量的量度和物体的一般性质开始,分析了物体的各种运动和机械能的轉变与守恒定律;并且在研究固体一般运动的基础上,叙述了流体的力学性质、振动和波以及声学等,深广度相当于現在中学物理課本的水平。此外,为了便于同学自学起見,书中除了包括大量例題、习題、复习題外,在每章后面还附有“本章提要”,以供复习巩固之用。

本书可供具有相当于初中三年級以上文化水平的青年自学之用。

数理化自学丛书

物 理

(第一冊——力学)

徐昌权 周礼平 編

上海科学技术出版社出版(上海瑞金二路450号)

上海市书刊出版业营业許可証出 093 号

上海大东集成联合印刷厂印刷 新华书店上海发行所发行

开本 850×1168 1/32 印張 13 8/32 排版字數 327,000

1964年5月第1版 1964年5月第1次印刷 印數 1—30,000

統一書号 T 13119·570 定价(七) 1.10 元

出版者的話

在我們国家里，有千千万万青年人正在从事劳动和工作，他們都希望在祖国的社会主义和共产主义建設中貢獻出力量，迫切要求学习科学文化知识以适应国家建設日益发展的需要。

这套自学丛书的出版，就是为满足广大讀者学习数理化基础知识的需要。三門学科共出书十七册：数学有代数四册、平面几何二册，三角、立体几何、平面解析几何各一册；物理和化学各四册。具有高小毕业以上程度的讀者认真学好这套书，这三門学科的知识可基本上达到高中毕业的水平。

为照顾自学的特点，在編写中尽可能把重点、难点和关键性的内容讲深讲透；尽可能多举些例题，分析引导，使解題有所启发；尽可能把物理的、化学的現象描述得詳尽些以补缺少实验的不足。总之，想尽可能减少自学中的困难。

一个人自学的時間总是比在校学习的時間长得多，要自学有成就，必須多想多練，更要持之以恒，鏗而不舍，也就是見到难处，抓住不放，不是知难而退。

学习必須从自己的实际水平出发。学一門学科要有一定的基础，选讀順序要根据前言的指导。希望循序漸进、踏踏实实地学习，一步不懂，不要跨第二步。刻苦自学，学有成就者不乏其人，愿广大讀者努力学好。

这套丛书由黄丹蘄、楊榮祥、余元希、楊逢挺、桂君协等同志負責主編。由于这是新的工作，經驗不足，难免有缺点或錯誤，希望讀者批評指教！

一九六三年七月

編者的話

物理学一般分为力学(包括声学在内)、热学和分子物理学、电磁学、光学及原子物理学五部分。力学是物理学的基础,在以后各部分的学习中都要用到它。

本书是物理学第一册。它从研究基本物理量的量度和物体的一般性质开始,分析了物体的各种运动、运动定律和机械能的转变与守恒定律;并在研究固体一般运动的基础上,讨论了流体的力学性质、振动和波以及声学等。本书的深广度相当于现在中学物理课本的水平。

考虑到“物体的平衡”和“简单机械”这二部分内容在一般中学教科书中讲得较为简单,为了便于读者自学起见,我们把它们分别单独列为一章。此外,对某些经常容易混淆不清的概念如压力和压强、重量和质量以及密度和比重等,在不同程度上作了比较全面和详尽的分析,使读者更容易理解。

学习本书必须具备一定的平面几何和初等代数、三角等方面的基础知识。为了使读者逐步获得解题的技能与技巧和独立分析问题的能力,书中列举了一些例题,也附了许多习题。此外,在每章末还附有“本章提要”,作为复习巩固之用。书末所附习题答案,仅供读者查对,解题时必须独立思考,完成作业,不要先看答案凑答案。排成小号字的内容可以由读者选择阅读。

物理学是一门实验科学,要求读者对书上所描述的实验仔细阅读,懂得其中的道理和步骤。有些简单的实验,如固体的比重、弹簧秤等也可以自己试试动手来做。

由于本书把高、初中两个阶段的内容合而为一，是一种新的嘗試，因此無論在內容安排上、深广度上都把握不大，希望讀者提出寶貴意見，以便再版時修改。

1963年11月

目 录

出版者的話

編者的話

第一章 基本量度.....1

§ 1.1 长度的量度2

§ 1.2 面积的量度5

§ 1.3 体积的量度6

§ 1.4 重量的量度9

§ 1.5 时间的量度.....13

§ 1.6 物质的比重.....13

本章提要.....18

复习题一.....19

第二章 固体的一些性质21

§ 2.1 物体的三态.....21

§ 2.2 力.....21

§ 2.3 固体的弹性和范性.....24

§ 2.4 压强.....28

本章提要.....31

复习题二.....32

第三章 液体和气体的一些性质33

§ 3.1 液体和气体对压强的传递. 水压机.....33

§ 3.2 液体的压强.....37

§ 3.3 连通器及其应用.....45

§ 3.4 大气压强.....50

§ 3.5 气压计.....51

§ 3.6 抽气机, 打气筒和抽水机.....54

§ 3.7 阿基米德定律.....56

§ 3.8 物体浮沉原理.....59

本章提要.....63

复习题三.....65

第四章 匀速直线运动66

§ 4.1 机械运动.....66

§ 4.2 质点的运动.....67

§ 4.3 路程和位移.....70

§ 4.4 匀速直线运动.....72

§ 4.5 匀速直线运动的速度图
线和路程图线.....77

§ 4.6 运动的合成.....84

§ 4.7 速度的合成和分解.....88

本章提要.....93

复习题四.....94

第五章 变速直线运动97

§ 5.1 变速直线运动的平均速
度和即时速度.....97

§ 5.2 匀变速直线运动——加
速度102

§ 5.3 匀变速直线运动的速度
和路程105

§ 5.4 匀加速直线运动的速度
图线111

§ 5.5 自由落体运动117

§ 5.6 竖直上抛运动121

本章提要125

复习题五127

第六章 牛顿第一运动定律.....128

§ 6.1 牛顿第一运动定律128

§ 6.2 力	130
§ 6.3 重力,彈力,摩擦力	131
§ 6.4 力的合成	137
§ 6.5 力的分解	141
本章提要	146
复习題六	148
第七章 牛頓第二运动定律	150
§ 7.1 牛頓第二运动定律	150
§ 7.2 质量和重量,密度和比重	154
§ 7.3 力学单位制	159
本章提要	165
复习題七	166
第八章 牛頓第三运动定律	168
§ 8.1 牛頓第三运动定律	168
§ 8.2 牛頓定律的适用范围	179
§ 8.3 动量和冲量,动量定理	181
§ 8.4 动量守恒定律,反冲运动	185
本章提要	188
复习題八	192
第九章 物体的平衡	194
§ 9.1 物体在共点力作用下的平衡条件	194
§ 9.2 有固定轉軸的物体的平衡条件,力矩	202
§ 9.3 物体在平行力作用下的平衡条件	209
§ 9.4 物体在一般平面力作用下的平衡条件	212
§ 9.5 平行力的合成	215
§ 9.6 重心	219
§ 9.7 物体平衡的种类,穩度	225
本章提要	229
复习題九	230
第十章 机械能	232
§ 10.1 功	232

§ 10.2 功率	237
§ 10.3 能,动能	239
§ 10.4 重力势能	243
§ 10.5 机械能守恒定律	246
§ 10.6 功能原理,能的轉变和能量守恒定律	250
本章提要	257
复习題十	258

第十一章 简单机械

§ 11.1 机械的功的原理	260
§ 11.2 机械效率和机械利益	262
§ 11.3 杠杆	264
§ 11.4 滑輪和輪軸	269
§ 11.5 斜面	277
§ 11.6 劈和螺旋	279
本章提要	283
复习題十一	284

第十二章 曲綫运动,轉动

§ 12.1 物体作曲綫运动的条件,速度的方向	285
§ 12.2 平抛物体的运动	287
§ 12.3 斜抛物体的运动	292
§ 12.4 勻速圓周运动	300
§ 12.5 向心力和向心加速度	302
§ 12.6 向心力和离心力	305
§ 12.7 离心机械	311
§ 12.8 固体的轉动	314
§ 12.9 皮帶傳动和齿輪傳动	317
本章提要	320
复习題十二	322

第十三章 万有引力定律

§ 13.1 行星的运动	324
§ 13.2 万有引力定律	325
§ 13.3 地球上物体重量的变化	329
§ 13.4 人造卫星,第一宇宙速度	331
本章提要	332

复习题十三	333	§ 15.7 受迫振动,共振	361
第十四章 流体力学	334	§ 15.8 振动在物体中的传播...	365
§ 14.1 稳流,連續原理.....	334	§ 15.9 横波.....	366
§ 14.2 流綫	337	§ 15.10 纵波.....	371
§ 14.3 流动流体里的压强	339	§ 15.11 波长,頻率和波速的关	
§ 14.4 液流和气流的空间作用	341	系.....	375
§ 14.5 物体在流体中运动时所		本章提要.....	376
受的阻力,流綫体.....	344	复习题十五.....	377
§ 14.6 飞机的举力	345	第十六章 声学	379
本章提要.....	347	§ 16.1 声音的发生和傳播	379
复习题十四.....	348	§ 16.2 乐音的特性	381
第十五章 振动和波	349	§ 16.3 声波的反射	387
§ 15.1 簡諧振动	349	§ 16.4 声音的共鳴,共鳴器.....	388
§ 15.2 振动的振幅、周期和頻		§ 16.5 超声波	389
率	352	本章提要	391
§ 15.3 振动的图綫	353	复习题十六	392
§ 15.4 单摆的振动	355	总复习题	393
§ 15.5 单摆的振动定律	357	习题答案	405
§ 15.6 阻尼振动	360		

第一章 基本量度

本章要讲的基本量度包括长度、面积、体积、重量和时间的量度。在日常生活中，我们要常常进行各种量度。无论制造什么东西，例如木箱、书架、机械模型等，都要进行量度。读者可能要问：学物理为什么一开始要学量度？这是因为物理学是研究自然现象的科学，要研究自然现象首先要观察自然现象，要观察就得用各式各样的仪器来测量，也就是要进行各式各样的量度。

不论量度什么，都必须有一个标准。例如你要知道你的身长多少，就得用一根尺来量，而尺上的刻度是按照一定的标准长度刻好的。你要知道你的体重多少，就得用秤来称，而秤上的刻度，也是按照规定的标准重量刻好的。所以每一个物理学中的量都有一个规定的标准，叫做这个物理量的标准单位。量度就是把一个要测定的量跟标准单位进行比较，看它是标准单位的多少倍。例如你的身长是1.7米，也就是长度标准单位1米的1.7倍。你的体重是60公斤，也就是重量标准单位1公斤的60倍。

量度的结果必须写明单位。如果你量一个物体的长度只写30，那么谁能知道它究竟是30丈、30尺还是30寸呢？所以一个量度的结果，不能只写数值，而必须写明单位才有实际意义。

量度必须精确。好比裁缝做衣服，尺寸量得不准，做出来的衣服必然不合身。又好比在生产上，机器内部的许多零件如齿轮、螺旋等，因为尺寸量不准而做得稍大了一些或者小了一些，就不能把机器装配起来。

研究物理学的人，不仅要懂得量度的道理，还要学会量度的技

米,否則也就不能准确地了解自然現象。

§ 1.1 长度的量度

1. 长度的单位 国际通用的长度标准单位是1米。怎样的长度才是1米呢? 国际上的最初规定是: 以通过法国巴黎的地球

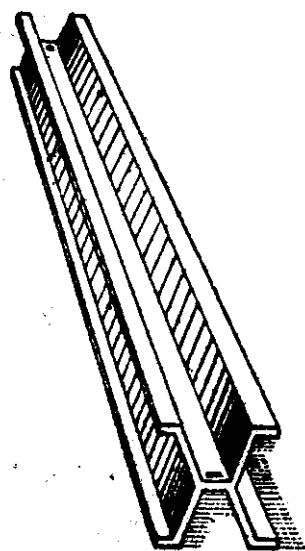


图 1.1 国际米原器

子午线, 从赤道到北极的距离的一千万分之一, 作为1米。为了便于实际应用, 后来又用90% 铂和10% 铱的合金制成了一根标准米尺, 保存在巴黎的国际度量衡局里面, 称为国际米原器(图 1.1)。米原器的横截面作X形, 在它的凹沟里靠近两端的地方各划一条横线, 与棒长垂直。规定在摄氏温度零度时, 这两条横线之间的距离为1米。现在我们日常用的米尺(即公尺), 就是以这个原器作为标准的。

以米为长度标准单位的计量制度, 称为公制或米制, 公制是国际通用的计量制度。公制中常用的其他长度单位有:

1公里(千米) = 1000 米(公尺); 1米(公尺) = 10 分米;

1分米 = 10 厘米; 1厘米 = 10 毫米; 1毫米 = 1000 微米。

在日常生活中, 我们也常常用市制^①, 即用1市里、1市丈、1市尺、1市寸、1市分等长度单位。这里: 1市里 = 150 市丈; 1市丈 = 10 市尺; 1市尺 = 10 市寸; 1市寸 = 10 市分。它和米制的基本关系是:

$$1 \text{ 市尺} = \frac{1}{3} \text{ 米}, \text{ 或 } 1 \text{ 米} = 3 \text{ 市尺}.$$

^① 市制是以公制为基础结合我国民间习用名称而制定的计量制度。在1959年6月国务院公布确定以公制作为我国基本计量制度的同时, 规定仍旧保留市制。两种制度中的主要单位, 有着“一”、“二”、“三”的简单关系, 即1公升 = 1市升; 1公斤 = 2市斤; 1公尺 = 3市尺。

在习惯用法中,往往把“市”字略去,如把“1市尺”叫做“1尺”等等.

2. 测量长度的基本工具 测量长度的工具很多,其中直尺是最常用的一种.

直尺又叫做刻度尺,为着携带方便起见,可将它做成各种不同的形式,如折尺和卷尺等(图1·2).它们的刻度单位和用法都是相同的.

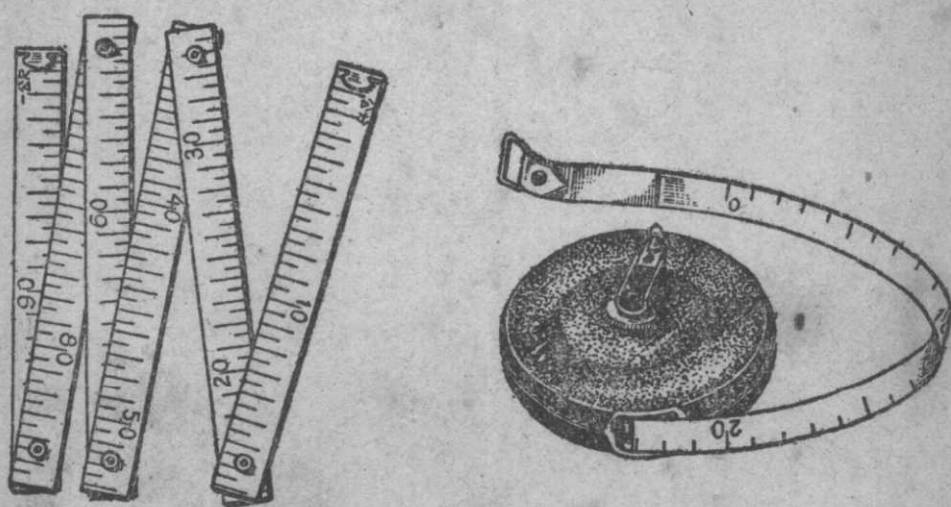


图1·2 折尺和卷尺

用刻度尺测量物体的长度时,先要使尺上的某一刻度跟被测量的物体的一端对齐,如图1·3中的10.0厘米,再读出跟物体另一端相符合的刻度,如图1·3中的13.9厘米.这样,这个物体的长度就是 $13.9 \text{ 厘米} - 10.0 \text{ 厘米} = 3.9 \text{ 厘米}$.

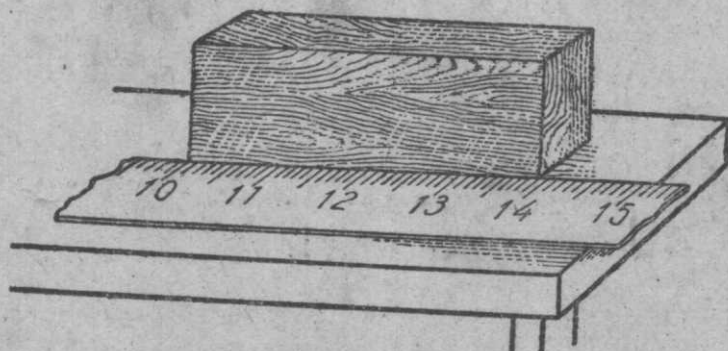


图1·3 用刻度尺测量物体的长度

一般刻度尺的最小刻度是1毫米,如果要测量到十分之几毫

米,那么就只能根据肉眼观察来估计。

下面是两种经常出现的错误的测量方法,读者必须注意。图1.4表示尺放斜了,图1.5的左面表示读左边一端的刻度时眼睛的位置放得对,右面表示眼睛的位置放得不对。

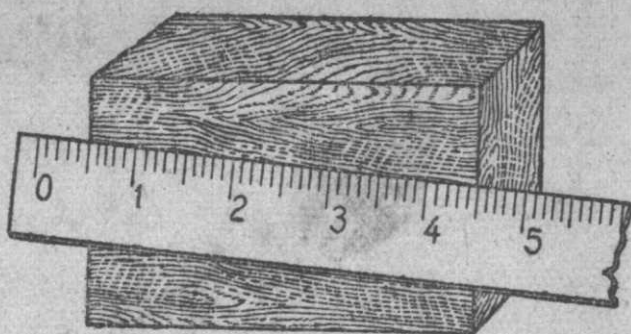
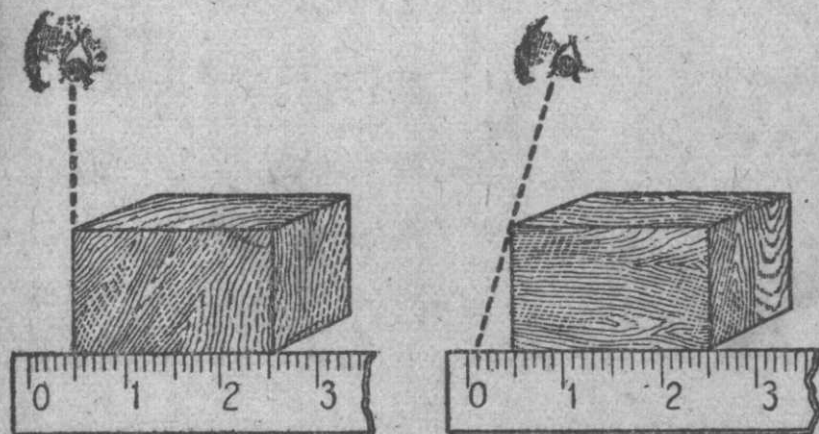


图1.4 尺放斜了



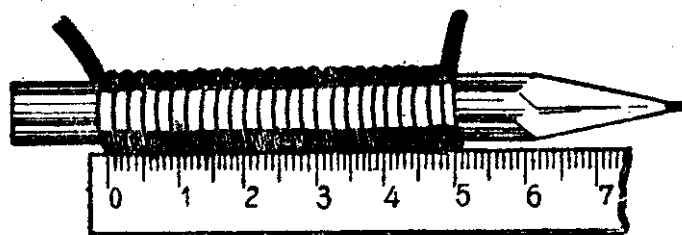
眼睛的位置放得对

眼睛的位置放得不对

图 1.5

习 题 1.1

1. 假使我說: 我們这本物理书长 20.0, 寬 13.6, 你以為怎样? 你能說我身長 1.54 嗎? 为什么这两种說法都不对? 缺了一些什么?
2. 量一量你常見的东西的长度, 例如: 你的手指、手臂、鉛笔、橡皮、刀片, …… 你能否用你的手来表示 1 厘米和 1 米大約为多少长?
3. 附图所示是測量銅絲直徑的一种方法, 你能否估計一下图中銅絲的直徑等于多少厘米?
4. 用和上題相同的方法, 你是否可以測量五分鋁币的直徑和厚度?



(第3題)

§1.2 面積的度量

測量物體的面積是以測量它的長度為基礎的。我們規定邊長為1米的正方形面積作為面積的標準單位，叫做1米²（讀做1平方米，其餘都類推）。在米制中，面積的單位還有：

$$1 \text{ 厘米}^2 = 100 \text{ 毫米}^2; 1 \text{ 分米}^2 = 100 \text{ 厘米}^2; 1 \text{ 米}^2 = 100 \text{ 分米}^2.$$

有規則形狀的面積，可以按照求面積的公式計算出來。例如，長方形的面積 = 長 × 寬，三角形的面積 = $\frac{1}{2}$ 底 × 高，圓的面積 = $\pi \times \text{半徑}^2$ 。所以如果你要知道書桌的面積，可以先量出桌子的長度和寬度，然後把測得的兩個數值相乘，就得到面積的大小。在實際計算時，長度和寬度只能用同一種長度單位。如果你用的長度單位是1米，那麼寬度的單位也應該用1米，於是得到的面積就是1米²；如果你用的長度單位是1厘米，那麼寬度的單位也應該用1厘米，於是得到的面積就是1厘米²，這一點千萬不可弄錯。

對於不規則形狀的面積，一般是這樣來測量的：把圖形放在方格紙上，描下要測量的面積的輪廓（圖1.6）。數一下圖形裡面所

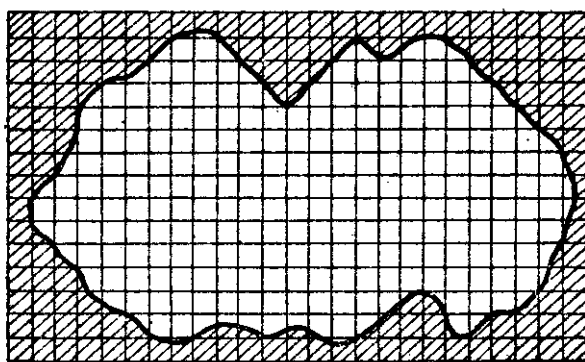


圖1.6 不規則面積的計算

包括的小方格的数目,对于图形边缘上不满一小格的各部分,采用大于半小格的和小于半小格的凑作一小格计算。把小方格的总的数目乘上每一小格的面积,就是所要求的面积了。

习 题 1.2

1. 用尺测量这本书的面积。假使我說这本书的面积是215.4,你看这种讲法对不对? 还缺少一些什么沒有讲?
2. 在小方格子上描出你的手的輪廓,计算它的面积。
3. 先估计一下你家里的床、桌子等的面积,然后用尺进行测量,计算出它们的实际面积,看一看估计与计算的结果差多少。要做到对1米²、1厘米²这种面积的大小心中有数。

§1.3 体积的量度

体积的单位也是从长度单位导出来的。和面积一样,它是以前边长为1米的正立方体作为体积的标准单位,叫做1米³(讀做1立方米,其余都类推)。在米制中,体积的单位还有:

$$1 \text{ 厘米}^3 = 1000 \text{ 毫米}^3;$$

$$1 \text{ 分米}^3 = 1000 \text{ 厘米}^3;$$

$$1 \text{ 米}^3 = 1000 \text{ 分米}^3;$$

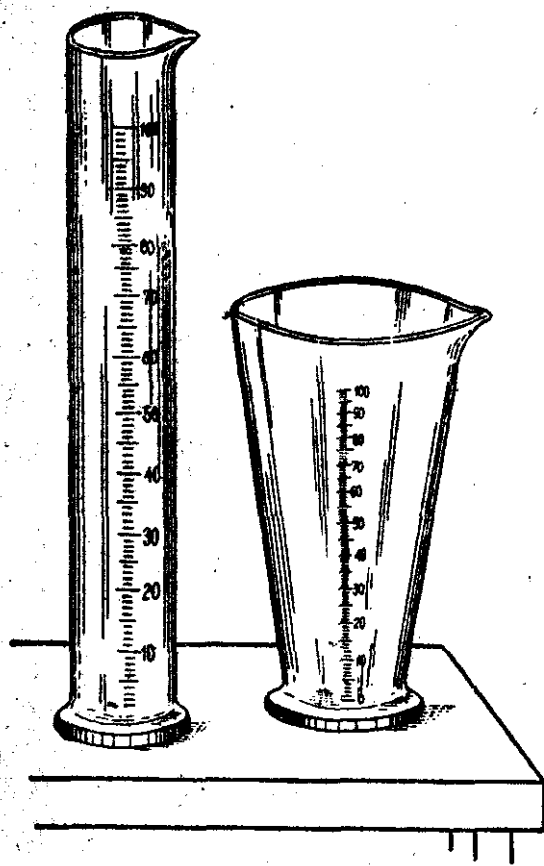


图 1.7 量筒和量杯

有規則形状的体积可以按照求体积的公式计算出来。例如,长方形的体积=长×寬×高,球的体积= $\frac{1}{6} \pi \times \text{直径}^3$ 。和前面面积的量度一样,在实际计算时要注意长度、寬度和高度只能用同一种长度单位。

对于不规则形状的固体体积的测定,要用液体和量筒来进行,下面我们来讲一讲这种方法。

液体没有一定的形状,要测量液体的体积,必须把液体倒在带有刻度的容器里,这种容器叫做量筒或量杯(图1.7)。筒壁或杯壁上带有刻度,标明立方厘米的数目。

容器的容量单位通常用1升来表示, $1 \text{升} = 1 \text{分米}^3 = 1000 \text{厘米}^3$ 。

把液体倒入量筒或量杯里,看它升高到哪个刻度,也就是要看液面和容器壁上哪个刻度相符合,这样,就可以读出液体的体积。不过读的时候眼睛必须跟液面水平对齐(图1.8),否则要发生错误。

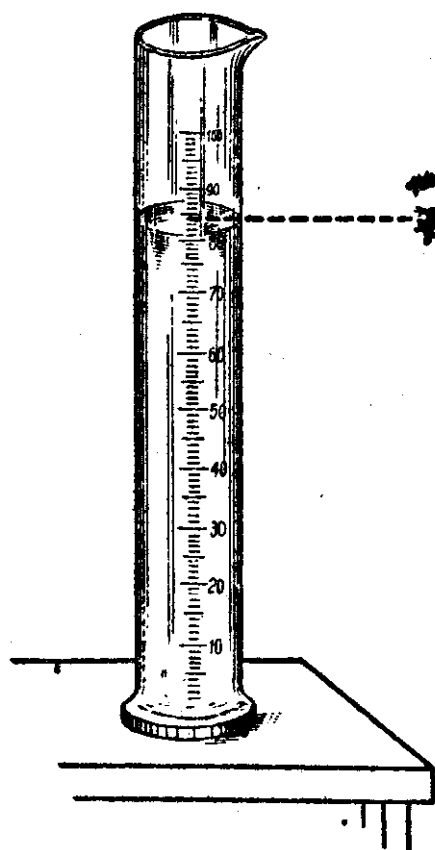


图1.8 用量筒测定液体体积时,眼睛要跟液面对齐

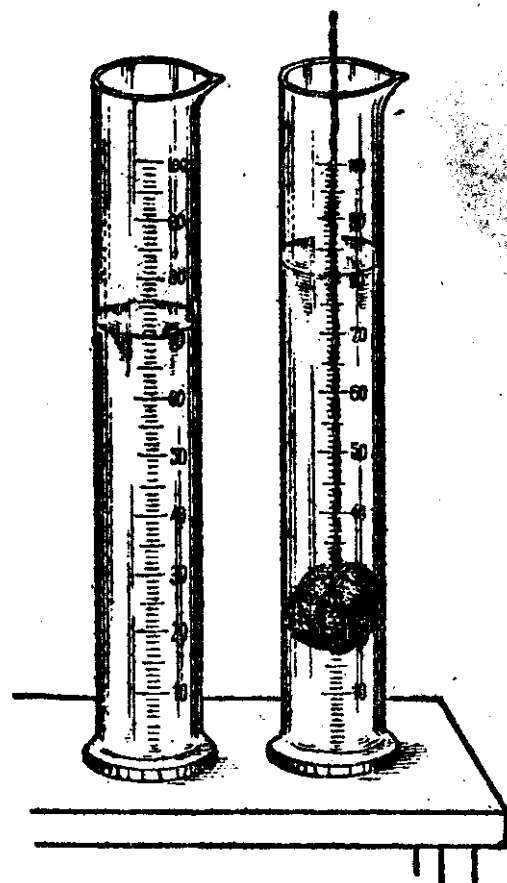


图1.9 量度不规则固体的体积

形状不规则的固体的体积,只要它比水(或某种液体)重,并且不吸收水(或某种液体)也不溶解于水(或某种液体),就可以用量筒或量杯来测量。如果物体不太大,可以直接把它放在量筒或量杯

里。如图 1·9 那样，先在量筒里面放一些水（假定我們用水，而不用其他液体），記下水面所在的刻度，然后把物体放入，并使它完全浸沒在水中；这时水面升高了，再記下这个刻度。这样，两次讀数的相差，就是这个固体的体积。

如果物体比較大，量筒里放不下，可以用一只較大的旁边附有小开管的溢杯（图 1·10）。量度时，先在杯子里面放一些水，水面要刚好在小开管的下面（也就是再多放一点水就要从小开管中流出来）。然后把物体放入溢杯里，并使它完全浸沒在水中，这时水就要从小开管流到旁边的量杯中去。流入量杯里的水的体积，就是这个固体的体积。

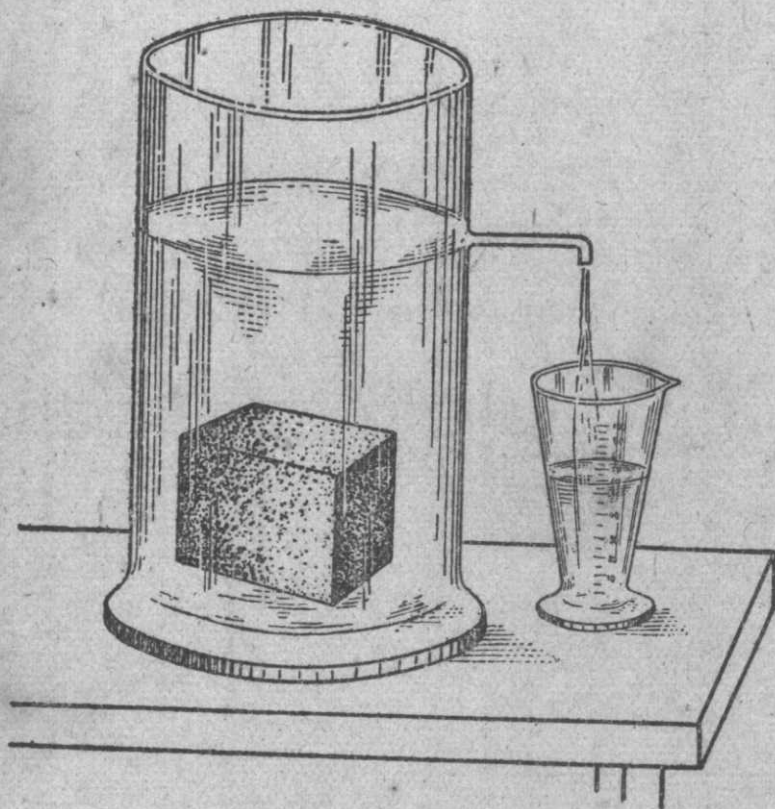


图 1·10 量度較大固体的体积

习 題 1·3

1. 用厚紙来做一个体积为 1 立方厘米的正立方体。
2. 估計一下你用的书、桌子等的体积，然后測量它們的长、寬和高，計算出它們的体积，看一看估計与計算的結果差多少？

3. 根据图 1-7, 说明量筒和量杯的刻度有什么不同? 为什么有这些不同?

4. 你能想出一种方法求出你经常所看到的一些东西如玻璃杯、小刀、橡皮等的体积吗?

5. 问 $47,896 \text{ 厘米}^3$ 等于多少毫米³和多少米³? 4.8 米^3 等于多少厘米³?

§1.4 重量的量度

任何一个物体都有重量,这是大家都知道的.但是重量究竟是什么呢?让我们来看一看下面这些现象.

踢一个皮球,不论踢得多么高,结果总是要落下来;手里拿着一块石头,一放手,石头也要落下来.一切物体,如果没有东西支持它,结果都要向下落.

用手托住物体,我们感觉到物体压在手上的力.提一桶水,手就感觉到水桶向下拉的力.提半桶水比提一桶水感觉到水桶向下拉的力要小一些.

所有这些现象都是由于地球对物体有吸引作用而引起的.由于一切物体都受到地球的吸引,所以它们都有重量.

▲物体的重量是由于地球对它的吸引而产生的.

如果用绳子把物体悬挂起来,那么,由于物体有重量,就要把绳子拉紧,跟我们用手的力量把绳子拉紧一样(图 1-11).如果把物体放在薄木板上,物体就把木板压弯,跟我们用手的力量把木板压弯一样(图 1-12).这些现象表

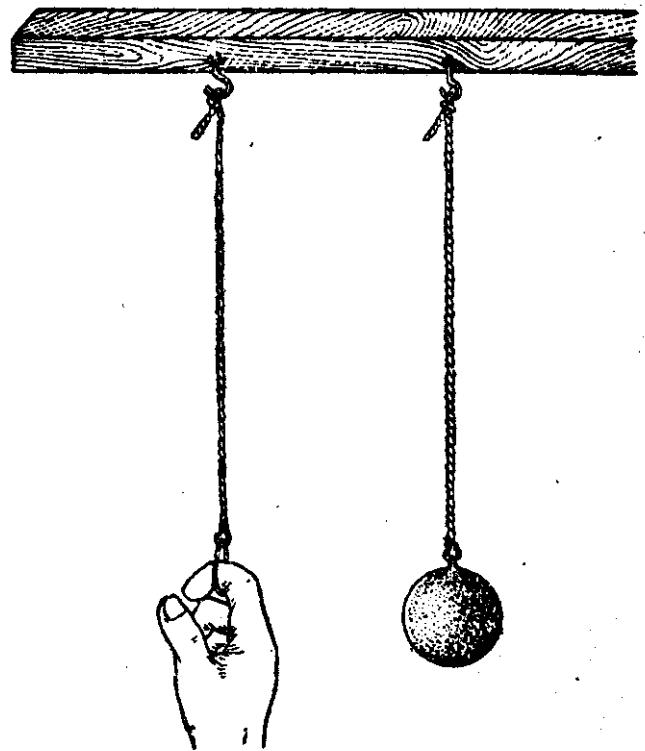


图 1-11 物体和手都能把绳子拉紧

明,重量实际上是一种力。因此,在物理学中,又常常把重量叫做重力。重力(重量)的大小等于物体拉紧悬挂物体的绳子的力,或者压在支持物(如上面的薄木板)上的力①。

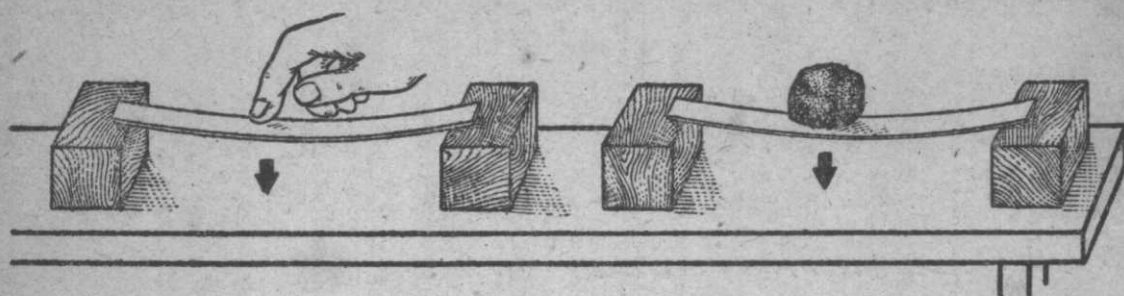


图 1.12 物体和手都能把薄木板压弯

国际通用的重量标准是一个标准原器的重量,它是一个用鉨 90% 和鈹 10% 合金制成的圆柱体,直径与高相等(图 1.13),保存在巴黎国际度量衡局里面。它的重量就是重量标准单位 1 公斤(1 千克)②。1 升纯水在温度为摄氏 4 度时的重量也是 1 公斤。

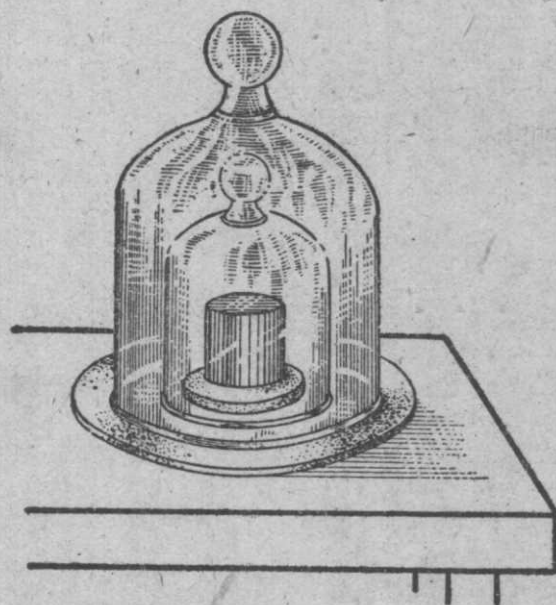


图 1.13 国际标准公斤

除了把 1 公斤作为重量的主要单位外,其他的重量单位还有:
 1 吨 = 1000 公斤(千克); 1 公斤(千克) = 1000 克; 1 克 = 1000 毫克。

1 公斤 = 9.8 牛顿

① 只适用于物体不动,支持物是水平的;如果物体运动,支持物不是水平的,希参见第七、八两章。

② 这样的规定还不够严格,读者可以参见本书第七章 §7.2。

我国除了用上面所举出的单位以外,通常也用市斤、市两等作为重量单位. 1市斤=10市两. 市斤与公斤(千克)的关系是:

$$1 \text{ 市斤} = \frac{1}{2} \text{ 公斤(千克)} \text{ 或 } 1 \text{ 公斤(千克)} = 2 \text{ 市斤.}$$

在习惯用法中,往往把“市”字略去,如把“1市斤”叫做“1斤”等等.

在日常生活中,我们用杆秤、弹簧秤等来测量物体的重量. 在实验室里,为了要精密地测定物体的重量,常常用图1.14所示的天平. 现在我们来谈谈它的构造和使用时应注意的地方. 至于它的原理,到第十一章再讲.

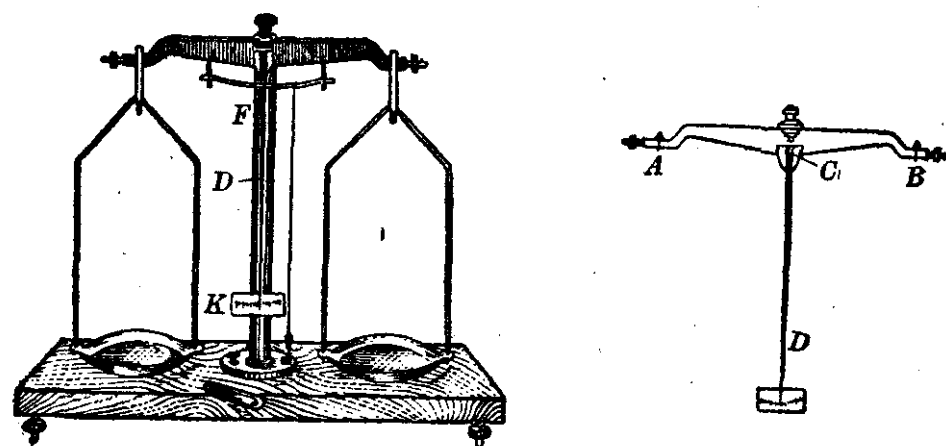


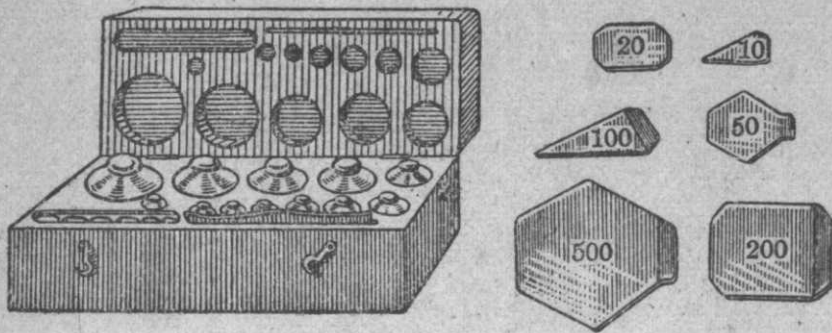
图1.14 测定物体重量用的天平

天平最主要的部分是它的横梁(图1.14右). 图中A、B和C是三个刀口. 中央的刀口C向下,把梁支承在支柱F的顶上,两边的刀口A和B都向上,各挂一只盘子. 梁的中央有一只指针D,它能够沿标尺K左右摆动,标尺上面带有刻度. 从C到A和从C到B的部分叫做天平的两臂,它们的长度相等,形状相同,重量相等. 两边两只盘本身的重量也相等. 当两只盘不放东西时,指针指在标尺的中央;当两只盘所放的东西重量相等时,指针也指在标尺的中央.

称物体时,先把物体放在左边一只盘里,再把重量已知的砝码(图1.15)一个一个地放在右边一只盘里,直到指针刚好指在标尺

的中央时为止。这时，砝码的总重量就等于物体的重量。

实际操作时，只要看指针左右摆动的刻度相等就够了。因为这样，当它停下来时一定会指在标尺的中央。



砝码盒里的砝码

小于1克的砝码

图 1.15

使用天平时，千万不要粗心大意，否则天平会很容易损坏。在使用之前，要利用底座螺旋使天平保持在水平位置，同时要看指针是否指在标尺的中央。加砝码时要用盒子里的镊子来夹取，千万不能用手指夹取，因为手指上沾有的汗水，经常接触砝码后，久而久之要生锈，这样它的重量就不够标准了。

天平是一种比较精密的仪器，使用时要注意天平板上标明的称量。称量就是天平所能够称的最大重量，超过这个重量，刀口就容易损坏。普通天平的称量是 1000 克。

习题 1.4

1. 重量是什么？它的单位是怎样规定的？
2. 怎样在天平上称液体的重量？
3. 1 立方厘米的纯水，在温度为摄氏 4 度时的重量是多少克？1 立方米的纯水的重量是多少克？多少公斤？多少吨？
4. 1 市两等于多少克？
5. 除了天平以外，你还看见过哪些称重量的工具？
6. 84,590 克等于多少毫克？多少公斤？多少吨？4.7 吨等于多少公斤？多少克？多少毫克？

§1.5 時間的量度

我們常常需要計量時間，它的單位又是怎樣規定的呢？下面就來談談這個問題。

太陽和我們日常的生活發生密切的關係，因而我們規定太陽每連續兩次經過中天相隔的時間（也就是從今天午刻起到明天午刻止）為**1個太陽日**，俗稱為一晝夜。但是因為一年之中，太陽日的長短略有差別，我們取一年中所有太陽日的平均值作為時間的標準單位，稱為**1個平均太陽日**，或者簡稱為1日。1日分為24小時，1小時分為60分，1分又分為60秒。這樣，1個平均太陽日就有 $24 \times 60 \times 60$ 秒 = 86,400 秒。在物理學中，一般採用1個平均太陽日的 $\frac{1}{86,400}$ （也就是1秒）作為時間的標準單位。

做物理實驗時，一般都用停表（圖1.16）來量度較短的時間。停表與普通表不同的地方在於普通表的時針、分針、秒針總是不停地轉動，而停表上的分針和秒針不用時都停在零綫上，撥一下表上端的鈕頭，才開始轉動，再撥一下就停止，繼續撥一下，兩針又都回到零綫。所以實驗時，要開始計算時間，就把它撥一下，完畢時再撥一下。這時讀出分針和秒針的讀數，就是所需要的時間。賽跑時也經常用停表來計量時間。

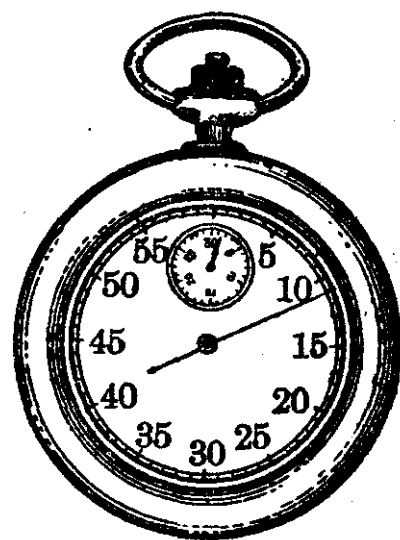


圖1.16 停表

§1.6 物質的比重

我們經常說：鐵比木頭重，水銀比水重。實際上這種講法，還包含著一個條件，那就是指同體積的鐵和木頭以及同體積的水銀和水說的，只是沒有講出來罷了。所以要比較各種物質的輕重，必

須用相同的体积,否則一大块木头怎么会比一只小鉄釘輕呢?

在物理学中,常常用单位体积的物质的重量来比較. 例如 1 立方厘米的鉄的重量是 7.8 克, 1 立方厘米的水銀的重量是 13.6 克, 1 立方厘米的水的重量是 1 克等等. 这样,各种物质的輕重就非常明显了.

在物理学中,我們用比重这个名詞来表示各种物质的輕重. 某一物质的比重等于这一物质的重量跟它的体积的比,也就是单位体积的这种物质的重量. 列成数学式子就是:

$$\text{比重} = \frac{\text{重量}}{\text{体积}}$$

比重的单位是重量和体积单位的組合. 如果体积的单位用 1 厘米³, 重量的单位用 1 克来表示,那么比重的单位就是 1 克/厘米³, 讀做 1 每立方厘米克. 例如鉄的比重是 7.8 克/厘米³, 水銀的比重是 13.6 克/厘米³. 后面我們还可以看到比重的单位也可以用 1 公斤/分米³ 和 1 吨/米³ 来表示.

表 1.1 是各种物质的比重,单位是 1 克/厘米³.

表 1.1 普通物质的比重表

物 质	比 重	物 质	比 重
金	19.3	冰	0.9
鉛	11.4	木料	0.4~0.8
銅	8.9	玻璃	2.5~2.7
鉄、鋼	7.8	水銀 (0°C)	13.6
鋁	2.8	海水 (15°C)	1.03
鋁	2.7	水 (4°C)	1.00
鎳	8.8	煤油 (15°C)	0.8
銀	10.5	汽油 (15°C)	0.70
		酒精 (18°C)	0.79

比重这个概念很重要,它是我們选择材料时必须考虑的因素之一. 例如飞机上的許多金属部分,我們不用鋼来做,而用和鋼同样坚固的鋁来做,就是因为鋁的比重比鋼小. 此外,日常生活

中的許多現象，有些也和比重有關。例如木塊總是浮在水面上的，因為木塊的比重比水小；鐵總是沉在水底下，因為鐵的比重比水大；但是鐵會浮在水銀面上，因為鐵的比重比水銀小。

從比重公式，我們可以看出：要求出各種物質的比重，實際上就是要求出它們的重量和體積。因為重量和體積求出以後，代入公式或用比例推算，就可以求出比重。現在我們來看看以下幾個例題。

例 1. 有金屬一塊，長 5 厘米，寬 4 厘米，厚 3 厘米，重 528 克。求出它的比重，並且指出它是哪一種金屬？

【解】 先求這塊金屬的體積：

$$\text{體積} = 5 \times 4 \times 3 \text{ 厘米}^3 = 60 \text{ 厘米}^3.$$

然後用兩種方法來做。

(1) 代入比重公式：

$$\text{比重} = \frac{\text{重量}}{\text{體積}} = \frac{528 \text{ 克}}{60 \text{ 厘米}^3} = 8.8 \text{ 克/厘米}^3.$$

(2) 利用比例：已知比重是 1 立方厘米的物質的重量。現在這塊金屬的體積為 60 立方厘米，重量為 528 克，那末 1 立方厘米的體積重多少呢？顯然，這可以用正比例來計算，即

$$60 \text{ 厘米}^3 : 1 \text{ 厘米}^3 = 528 \text{ 克} : x$$

$$\therefore x = \frac{528 \text{ 克} \times 1 \text{ 厘米}^3}{60 \text{ 厘米}^3} = 8.8 \text{ 克},$$

所以這塊金屬 1 立方厘米的體積重 8.8 克，也就是它的比重為 8.8 克/厘米³。

查表 1.1，知道它是鎳。

例 2. 把一塊重 50 克的金屬，投入盛水 820 立方厘米的量筒中後，水面升到 823 立方厘米的地方，試問這塊金屬是否為純金？

【解】 用 § 1.3 學到的知識，知道這塊金屬的體積 = 823 厘米³ - 820 厘米³ = 3 厘米³。

然后用比重公式求出它的比重为 16.7 克/厘米³ (由讀者自己計算)。

查表 1.1, 知道純金的比重为 19.3 克/厘米³, 所以这块金属不是用純金制成的。

以上两个例題表示我們可以利用比重来鉴别物质。利用比重我們还可以求出許多不能直接称量的物体的重量, 也可以求出形状比較复杂的物体的体积, 現在我們再来看几个例題。

例 3. 某处要修建一座鐵路桥梁, 全部用鋼质材料, 物件的总体积是 200 立方米; 問要用多少鋼材?

【解】 查表 1.1, 知道鋼的比重为 7.8 克/厘米³。把体积 200 立方米化为立方厘米, 得 $200,000,000$ 立方厘米。然后应用比重定义知道, 1 立方厘米体积的鋼重 7.8 克, 現在有 $200,000,000$ 立方厘米, 应该用多少鋼? 設用 x 克鋼, 則用正比例計算, 得:

$$\begin{aligned} 1 \text{ 厘米}^3 : 200,000,000 \text{ 厘米}^3 &= 7.8 \text{ 克} : x, \\ x &= \frac{200,000,000 \text{ 厘米}^3 \times 7.8 \text{ 克}}{1 \text{ 厘米}^3} = 1,560,000,000 \text{ 克} \\ &= 1560 \text{ 吨}, \end{aligned}$$

也就是說, 要建造这样一座桥梁, 要用 1560 吨鋼材。

这里有两个問題我們要談一談:

第一, 这个例題也可以用比重公式做。因为已知鋼的比重是 7.8 克/厘米³, 体积是 $200,000,000$ 立方厘米, 重量假定为 x 克, 則代入公式得:

$$7.8 \text{ 克/厘米}^3 = \frac{x}{200,000,000 \text{ 厘米}^3}.$$

然后把它看做一个代数方程来解, 即得

$$\begin{aligned} x &= 7.8 \text{ 克/厘米}^3 \times 200,000,000 \text{ 厘米}^3 \\ &= 1,560,000,000 \text{ 克} \\ &= 1560 \text{ 吨}. \end{aligned}$$

第二是比重的单位問題。比重的单位我們已經知道是 1 克/厘

米³,但是还可以用其他单位如1公斤/分米³与1吨/米³来表示. 因为1000克=1公斤, 1000厘米³=1分米³, 所以, 用铁的比重为例

$$\begin{aligned} 7.8 \text{ 公斤/分米}^3 &= \frac{7.8 \text{ 公斤}}{1 \text{ 分米}^3} = 7.8 \times \frac{1000 \text{ 克}}{1000 \text{ 厘米}^3} \\ &= 7.8 \text{ 克/厘米}^3. \end{aligned}$$

同样可以算出

$$7.8 \frac{\text{吨}}{\text{米}^3} = 7.8 \frac{\text{克}}{\text{厘米}^3}.$$

这样, 本例题就比较简单, 而不需要加许多圈了. 读者可以自己做一下.

例 4. 有5立方米的水完全结成冰, 问冰的体积为多少?

【解】 这个题目应该分成两步来做. 第一步, 先用比重公式求出5立方米的水的重量; 第二步, 再用比重公式求这些重量的水完全结成冰时, 冰的体积. 这里的关键是: 水结成冰, 重量是不变的. 我们现在来计算一下.

(1) 求5立方米的水的重量, 设它为 x 吨, 则

$$\begin{aligned} 1 \frac{\text{吨}}{\text{米}^3} &= \frac{x}{5} \frac{\text{吨}}{\text{米}^3}, \text{ 即 } 1 = \frac{x}{5} \\ \therefore x &= 5 \text{ 吨}. \end{aligned}$$

(2) 求此5吨重的水完全结成冰后的体积, 设它为 V 立方米, 则

$$\begin{aligned} 0.9 \frac{\text{吨}}{\text{米}^3} &= \frac{5}{V} \frac{\text{吨}}{\text{米}^3}, \text{ 即 } 0.9 = \frac{5}{V}, \\ \therefore V &= \frac{5}{0.9} \text{ 米}^3 = 5.56 \text{ 米}^3. \end{aligned}$$

由此可见, 水结成冰, 体积是变大了. 冬天对于放水的器具, 如自来水管、水缸等, 必须注意保暖, 使里面的水不会结冰, 就是这个道理.

习 题 1.6

1. 一根体积是6000立方厘米的钢轴, 重量是23.4公斤. 问它是空心

的还是实心的？为什么？

2. 某工人需要截面积是 25 平方毫米的铜导线 100 米，问这根导线重多少公斤？

3. 有一空瓶重 12.6 克，充满水后重 62.8 克。问如果此瓶中充满比重为 1.2 克/厘米³ 的食盐溶液，应该为多少重？

4. 一立方体的冰，每边 4 厘米，熔解成水后的体积为 58.24 立方厘米，求冰的比重。

5. 有一大堆砂，重 4.2 吨，砂的比重为 1.4 克/厘米³，求这堆砂的体积。

本章提要

提要是把一章的主要内容简单扼要地概括一下。它可以起着复习巩固作用，以便于我们抓住重点和难点，也能帮助我们记忆。但提要不能代替全部内容，因为第一，它只包含内容的一部分，即主要部分；第二，它只有简单的几条或几句话。所以我们说，提要只有在经过仔细阅读课文，即复习了全部内容之后，才对我们有帮助。

本章内容可以分为两部分：第一部分是各种基本量度的单位和主要工具，包括 §1.1 到 §1.5；第二部分是物质的比重，即 §1.6。

1. 相邻单位间的换算 为了便于记忆，我们把长度、面积、体积、重量和时间等基本单位，列成表式。其中“相邻单位间的换算”一项，是指：前一项一个单位等于后一项多少单位，如

$$1 \text{ 公里} = 1000 \text{ 米,}$$

$$1 \text{ 米}^2 = 100 \text{ 分米}^2,$$

$$1 \text{ 吨} = 1000 \text{ 公斤,}$$

$$1 \text{ 克} = 1000 \text{ 毫克,}$$

等等。

(1) 长度单位表 (1 米 = 3 市尺)

单位名称	公里(千米)	米(公尺)	分米	厘米	毫米
相邻单位间的换算	1	1000	10		10

(2) 面积单位表

单位名称	米 ²	分米 ²	厘米 ²	毫米 ²
相邻单位间的换算	1	100	100	100

(3) 体积单位表 (1 分米³ = 1 市升)

单 位 名 称	米 ³	分米 ³	厘米 ³	毫米 ³
相邻单位間的换算	1	1000	1000	1000

(4) 重量单位表 (1 公斤 = 2 市斤)

单 位 名 称	吨	公斤(千克)	克	毫克
相邻单位間的换算	1	1000	1000	1000

(5) 时间单位表

单 位 名 称	日	时	分	秒
相邻单位間的换算	1	24	60	60

2. **长度的基本(标准)单位是1米(1公尺)** (1) 通过法国巴黎的地球子午綫, 从赤道到北极的距离的一千万分之一; (2) 以铂铱合金制成的标准米尺为标准, 保存在巴黎的国际度量衡局里面。

3. **重量的基本(标准)单位是1公斤(千克)** 一块1公斤(1千克)的砝码的重量, 砝码由铂铱合金制成, 保存在巴黎的国际度量衡局里面。

4. **时间的基本(标准)单位是1秒** 1个平均太阳日的 86,400 分之一。平均太阳日是一年中所有的太阳日(即一昼夜的时间)的平均值。

5. 由于物体受到地球的吸引, 物体就有**重量** 重量也叫做重力。重力(重量)的大小等于物体拉紧悬挂物体的绳子的力, 或者压在支持物上的力。

6. **某一物质的比重等于这一物质的重量和它的体积之比** 也就是1单位体积这种物质的重量。

$$\text{比重(克/厘米}^3\text{)} = \frac{\text{重量(克)}}{\text{体积(厘米}^3\text{)}}$$

也可以用1公斤/分米³, 1吨/米³等作为物质比重的单位。

复 习 题 一

1. 一台 $1\frac{1}{2}$ 米长的車床合多少厘米? 合几市尺?
2. 一間厂房的长是18米, 寬是12米, 它的面积是多少平方米? 如果每台車床平均占面积8平方米, 問这間厂房可以安装多少台車床?
3. 一块鋼板1.25米², 合多少平方毫米?

4. 工厂买到 8 立方米的木板, 每块木板的长是 5 米, 宽是 40 厘米, 厚是 5 厘米. 问买了多少块木板?

5. 一根粗绳能支持 200 公斤重, 问用它能不能提起体积为 0.5 立方米的钢梁?

6. 用铜、铁、铅、铝分别做成体积相同的立方体, 问哪一个最重? 哪一个最轻?

7. 用铜、铁、铅、铝分别做成重量相同的立方体, 问哪一个体积最大? 哪一个最小?

8. 瓶子的容积是 500 立方厘米, 问瓶中能装多少克酒精?

9. 人民英雄纪念碑是用花岗石砌成的, 高 14.7 米, 宽 2.9 米, 厚 1 米. 花岗石的比重是 2.7 克/厘米³. 问这个纪念碑的重量是多少吨?

10. 有一块长方体的锡锭, 长 20 厘米, 宽 4 厘米, 厚 1 厘米, 重量是 584 克. 求锡的比重.

11. 在一烧瓶中, 最多可以容纳 1000 克重的水. 问在此烧瓶中能否装 1000 克重的煤油? 或 1000 克重的硫酸?

12. 有一重 900 公斤的冰块, 问它的体积是多少? 如果熔解成水, 问体积又是多少?

第二章 固体的一些性质

本章和下一章中要討論物体的一些性质。本章先談固体，下一章再談液体和气体。当然这里所談的只是一些最基本的性质，更詳細的内容将在第二册中进行討論。

§ 2.1 物体的三态

我們知道物体可以分为固体、液体和气体，通常我們把这三种物态依次分別称为固态、液态和气态。

固体有一定的形状和体积。液体容易流动，放在方的容器里是方的，放在圓的容器里就成为圓的，所以沒有一定的形状，但是它的体积总是一定的。至于气体，它的流动性就更大。把同样重量的气体放在一个較小的密閉容器中，它充滿整个容器；改放在另一个較大的密閉容器中，它还是充滿整个容器。所以气体既沒有一定的形状，也沒有一定的体积。

同一物体，由于温度的变化，可以具有不同的物态。例如大家所熟悉的水，在 0°C 以下变成了固态的冰，在 100°C 以上又变成了气态的蒸汽。通常我們說水、水銀等是液体，銅、鉄等是固体，而氫、氧等是气体，这都是指它們在通常温度下所处的状态。

§ 2.2 力

人們都认为提一桶水要用力，搬一袋粮食要用力，用鋤头耘地也要用力。可見力这个概念是从日常生活里緊張的肌肉劳动中感觉到的。

在物理学中，力有着严密的意义，让我们举几个例子来说明一下。

你会打乒乓球吗？当球向你飞来的时候，你用球拍一击，球就被打回去了。本来向你运动的球，现在却变为向对方运动了，这就是说球的运动状态发生了改变。再如你手里拿着一个小橡皮球，手指用力一揪，球就凹进去了，这就是说球的形状和体积都发生了改变。

还有，当你站在一块架空的木板上的时候，木板就要向下弯曲。当你手推车子的时候，车子就会从静止而变为运动。

这些例子说明了什么呢？让我们来分析一下。

乒乓球运动状态的改变是由于受到球拍击它的结果，也就是由于球拍对球施加了作用的结果。车子由静止变为运动是因为你推了它的缘故，也就是由于你对它施加了作用的缘故。

同样，小橡皮球的形状和体积的改变是由于受到手指对它施加了作用的结果。木板之所以弯曲也是因为你压在它上面的结果。

由此可见，要改变一个物体（如车和球）的运动状态或形状和体积，必须要有另一个物体（如人体和球拍）对它作用。这种作用在物理学中就称为力。所以力是一个物体对另一个物体的作用。当一个物体受到力的作用时，一定有别的物体对它施加这种作用，离开了物体，力是不存在的。以后在讨论物体的受力情况时，往往因为与问题无关而不谈施加力的物体是什么，但施加力的物体确实是存在的。这一点必须注意。

关于力，我们应该有以下几点认识：

第一，例如拉车子，用的力大，一下子就拉得快；用的力小，一下子就拉不快，这是大家都知道的事情。可见力有大小之分。

第二，又如原来停着的一辆车子，朝这个方向拉，车子就朝这个方向运动；朝那个方向拉，车子就朝那个方向运动。可见力有方

向性。

第三，力除去大小、方向之外，在物体上的作用点也很重要。例如开门，虽然向同一方向用力，但究竟是握住把手推还是在门轴边缘上推呢？显然，习惯上总是握住把手推，因为这样来得省力一些。

力的大小、方向和作用点合称为力的三个要素。

我们经常用线段来表示力。如图 2·1 所示，从力的作用点 A 开始依照力的方向画一线段 AB，使它的长度和力的大小成正比。例如 1 厘米的长代表 1 公斤，那么 5 公斤的力就用 5 厘米长的线段来表示。在 AB 线段的末端 B 加一个箭头，表示力的方向。

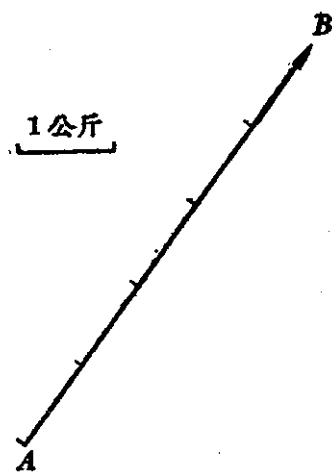


图 2·1 力的图示

这种用线段把力的三个要素都表示出来的方法，叫做力的图示法。图 2·2 表示一个人拖一辆小車所用的力，每一格代表 1 公斤，八格就代表 8 公斤。同时，力的作用点和方向也都在图上表示出来了。

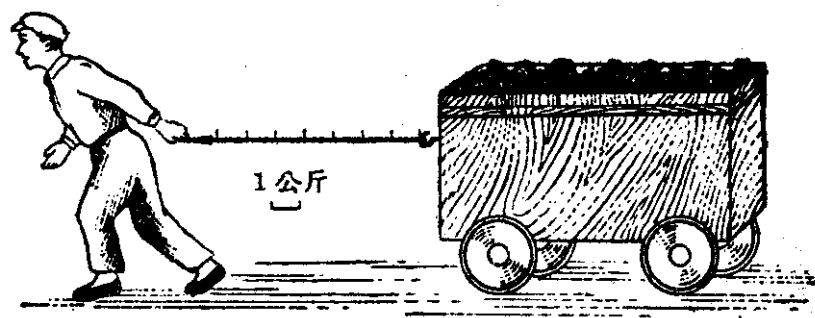


图 2·2 用 8 公斤的力拖重物

我們已經知道，物体由于受到地球的吸引作用而有重量。所以重量也是一种力，叫做重力。因此力的单位也是 1 吨、1 公斤、1 克、1 毫克等，和重量的单位相同。在第十二章中，我們还要介绍力的其他单位。

§ 2·3 固体的彈性和范性

前面已經談过，固体有一定的形状和体积。又談到力能够改变物体的形状和体积。我們已經知道小橡皮球在手指的作用下要凹进去，木板在人体的作用下会发生弯曲。此外，象鉄可以按照我們的需要，用錘打成各种形状，彈簧在力的作用下可以拉长也可以压縮，等等。这些都說明了固体在力的作用下要改变形状和体积。

固体在力的作用下所发生的形状和体积的变化，叫做**形变**。

用力压縮或拉长彈簧时，一旦除去外力，它就会恢复原来的长度。同样，平直的木板在力的作用下发生弯曲，如果除去外力，它就会恢复平直。物体在除去外力以后，能够恢复原来形状和体积的性质，叫做**彈性**。

如果用力过大，即使除去外力，彈簧和木板都不再恢复原状。可見要使物体仍能恢复原状，它所受的作用力，一定要有一个限度。在限度以內，物体能够恢复原状；超过了这个限度，物体就不能恢复原状。这个限度，我們叫它**彈性限度**。物体受到超过它的彈性限度作用力后，不能恢复原来形状和体积的性质，叫做**范性**。

各种物质都有彈性和范性。不同物质的彈性限度是不同的。鋼、鉄、橡皮等物质的彈性限度比較大，因而在通常的情况下，它們常常显示出彈性，而不显示出范性。所以这类物质叫做**彈性体**。鉛、蜂蜡等的彈性限度比較小，彈性并不显著，所以叫做**范性体**。

同一物质的彈性限度也不是固定不变的，它随着温度的升高而减小。例如鋼在平常温度下的彈性限度很高，但是經過加热后彈性限度就减小，因此我們可以把它做成各种不同的形状。所謂“趁热打鉄”的物理意义，就是用升高温度的办法，使鉄的彈性限度减小，以便比較容易地利用它的范性制成各种不同形状的器件。

固体有一个特性,就是在弹性限度以内,形变的大小和所受的外力成正比。也就是,作用力增大若干倍,形变也增大若干倍;作用力减小若干倍,形变也减小若干倍。关于这一点,我们可以利用弹性限度较大的弹簧来加以说明,例如图2·3所示。把一根弹簧悬挂在附有刻度尺的架子上,弹簧下端挂着一个可以放入砝码的盘子,同时还附有一只指针,指出刻度尺上的刻度。现在把砝码一个一个地放到盘子中去,假定放入100克重的砝码时,从指针在刻度尺上所指出的刻度变化,可以知道弹簧伸长2毫米(图2·3(b)),那么放入200克重的砝码时,同样从刻度尺上可以知道这时弹簧伸长4毫米(图2·3(c)),放入300克重的砝码时要伸长6毫米。以后,如果所放入的砝码的总重量是在这根弹簧的弹性限度以内,那么每多放200克重的砝码,弹簧一定多伸长2毫米。如果把所有放在盘子中的砝码都拿走,那么弹簧又恢复原来的形状。不仅弹簧如此,其他固体只要不超过它们的弹性限度也都是如此。所以在弹性限度以内,固体在外力作用下发生的形变(长度改变也是形变的一种)跟它所受的外力成正比。这个关系,叫做胡克定律,是英国科学家胡克发现的。

利用固体的这个特性,我们可以制造一种测量力的大小的仪

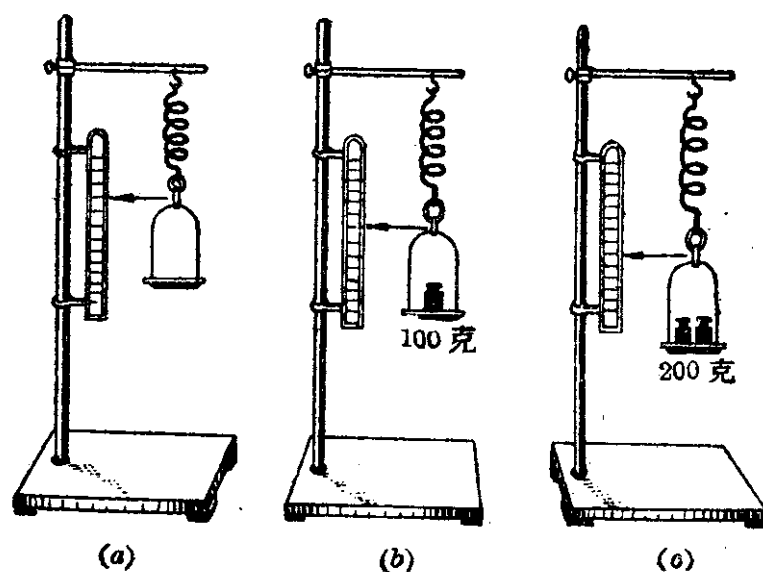


图2·3 弹簧的伸长

器,叫做測力計。測力計有好幾種形式,最簡單的一種叫做彈簧秤

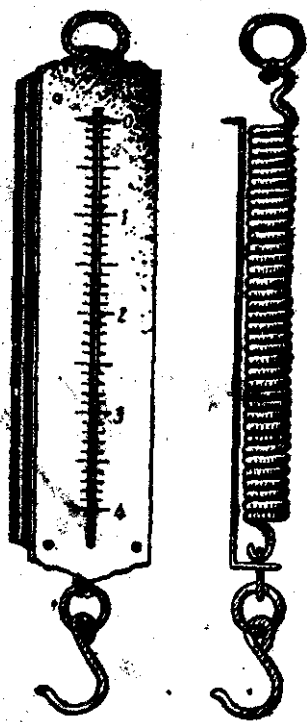


圖 2.4 彈簧秤

(圖 2.4)。把一根鋼質的彈簧放在一個用金屬製成的外殼裡面,彈簧上端固定在殼頂的環上,下端和一只鉤子連接在一起。提住圓環,把要稱的物體掛在鉤上,彈簧就要伸長,於是固定在彈簧上的指標跟着下降。從指標所停止的位置,可以從殼面上的刻度讀出物體的重量。

例 1. 一根彈簧,不懸掛重物時,長 150 毫米。懸掛 300 克的重物時,長 165 毫米;問懸掛 500 克的重物時,彈簧長多少?

【解】 根據胡克定律知道,彈簧的伸長和所受外力成正比。現在彈簧不懸掛重物時,長 150 毫米;懸掛 300 克的重物時,長 165 毫米。可見,懸掛 300 克的重物後,使彈簧伸長

$$165 \text{ 毫米} - 150 \text{ 毫米} = 15 \text{ 毫米}.$$

懸掛 300 克的重物時,伸長 15 毫米,那麼懸掛 500 克的重物時將伸長多少呢? 假定懸掛 500 克的重物時是在它的彈性限度以內,那麼根據胡克定律,它們應該成正比,即

$$300 \text{ 克} : 500 \text{ 克} = 15 \text{ 毫米} : l,$$

$$\therefore l = \frac{500 \text{ 克} \times 15 \text{ 毫米}}{300 \text{ 克}} = 25 \text{ 毫米}.$$

彈簧原長 150 毫米,現在又伸長 25 毫米,所以懸掛 500 克的重物時,彈簧的長度應為

$$150 \text{ 毫米} + 25 \text{ 毫米} = 175 \text{ 毫米}.$$

注意。胡克定律告訴我們的是彈簧的伸長和所受外力成正比。彈簧的伸長不是彈簧的長度。因此,式中用的是 15 毫米,而不是 165 毫米。如果做成:

$$300 \text{ 克} : 500 \text{ 克} = 165 \text{ 毫米} : l,$$

$$\therefore l = \frac{500 \text{ 克} \times 165 \text{ 毫米}}{300 \text{ 克}} = 275 \text{ 毫米},$$

那就完全錯了。

例 2. 一根彈簧，下端懸掛 250 克的重物時，伸長 6 毫米。現在不懸掛重物，而用力拉住這根彈簧的下端，發現它伸長 1.8 厘米。問手的拉力是多少？

【解】 本題告訴我們的是彈簧的伸長，可以直接應用胡克定律：

$$250 \text{ 克} : x = 6 \text{ 毫米} : 18 \text{ 毫米},$$

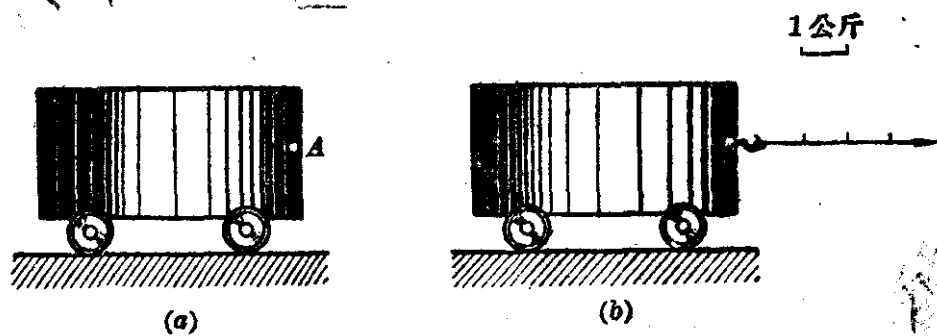
$$\therefore x = \frac{250 \text{ 克} \times 18 \text{ 毫米}}{6 \text{ 毫米}} = 750 \text{ 克},$$

即手的拉力是 750 克。

注意列出比例式時，同一物理量的單位必須相同。如例 2 中彈簧的伸長都用毫米表示，就是這個關係。如果用的力一個是多少克，一個是多少公斤，也應該化為相同的單位。

習 題 2.3

1. 如附圖 (a) 所示，作出在 A 點水平向左用 5 公斤力推車時力的圖示。



(第 1 和第 2 題)

2. 如附圖 (b) 所示，回答下面的問題：

- (1) 拉車的拉力作用點在哪裡？
- (2) 拉力的方向怎樣？

(3) 拉力的大小等于多少?

3. 为什么在图 2.3 中的弹簧一般都是鋼絲做的, 而不是用鉛絲做的? 是不是鉛絲沒有彈性?

4. 一根彈簧長 200 毫米, 在它的下端懸掛 200 克的重物時, 它的長度變為 210 毫米, 問懸掛 500 克的重物時, 它的長度是多少?

5. 把一個物體懸掛在上題彈簧的下端, 彈簧的長度是 224 毫米, 問這個物體的重量是多少?

6. 一根金屬導線長 10 米, 在 5 公斤力的作用下伸長 0.5 厘米. 問在 10 公斤的拉力作用下, 導線全長多少?

7. 一根彈簧當它懸掛 600 克的重物時, 長 200 毫米; 懸掛 400 克的重物時, 長 190 毫米. 問懸掛 500 克的重物時長多少? [提示: 先求彈簧未懸掛重物時的長度.]

8. 貨車車廂里裝 10 噸重的貨物時, 車廂下面的彈簧被壓縮 0.2 厘米. 如果裝 40 噸重的貨物時, 彈簧被壓縮多少? [注意: 彈簧受壓縮時和伸長一樣, 也遵從胡克定律.]

§ 2.4 壓 強

我們在泥爛的路上步行時, 兩腳常常陷得很深, 並會感覺到難以舉步 (圖 2.5(a)), 如果在路面上鋪一塊木板, 從木板上走過去, 就感覺到很輕鬆, 而兩腳也不致於再陷下去了 (圖 2.5(b)). 這是為什麼呢? 這是由於在兩種情形下, 人的重量分布在面積不同的泥爛路上的緣故. 例如一個人重 72 公斤, 兩只腳底的面積是 360

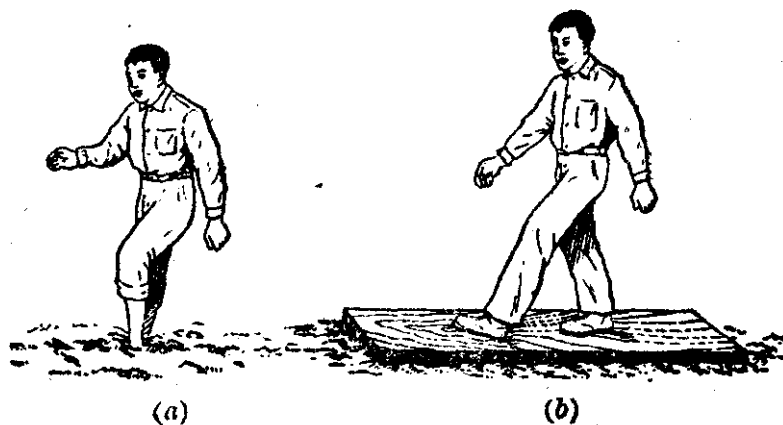


圖 2.5 在泥爛的路上行走

厘米²，如果这个人的两只脚都踏在泥烂路上，那么作用在泥烂路上的面积就是 360 厘米²，也就是说，每平方厘米面积的泥烂路上要受到 72 公斤/360=0.2 公斤的力。如果木板的面积是 7200 平方厘米，那么当铺上木板而人从木板上走过时，每平方厘米面积的泥烂路上只分配到 72 公斤/7200=0.01 公斤的力，恰好小了 20 倍（如果考虑木板的重量，所得到的结果也是相差不多的）。

在物理学中，我们把支承物面（如上面讲脚底和泥土的接触面，木板和泥土的接触面）所受的跟面垂直的作用力叫做**压力**，并且把压力和受力面积的比叫做**压强**。压强也可以看做是支承物面上单位面积所受的压力。用公式来表示，就是

$$\text{压强} = \frac{\text{压力}}{\text{受力面积}}$$

从压强定义，我们可以看出：第一，同一压力，由于支承物受力面积的不同，压强可大可小。受力面积大时压强小，受力面积小时压强大。上面讲例子就是属于这一类。人的重量是一定的，由于脚底面积比木板的面积小 20 倍，所以压强就大了 20 倍。因为压强大，容易陷入泥中，所以感觉到难走。这一类的例子很多，如纪念塔总是下面大上面小，房子的基础往往连成一块（一般称为箱形基础），铁路的轨道下面要铺枕木，载重汽车和公共汽车的轮盘总是比小汽车宽，而且只数也多一些，拖拉机的轮盘下面有很宽的履带等等。这些都是为了增加支承物的面积，以减小压强，也就是为了减小支承物单位面积上的受力负担。

第二，面积一定时，压强跟着压力的增大而正比地增大，并且跟着压力的减小而正比地减小。例如重量是 50 公斤、底部面积是 1 平方米的汽油桶，竖直放时对地面的压强是：

$$\frac{50 \text{ 公斤}}{1 \text{ 米}^2} = \frac{50 \text{ 公斤}}{10,000 \text{ 厘米}^2} = 0.005 \text{ 公斤/厘米}^2;$$

如果在桶里面再装入 750 公斤的汽油，压强就增加到

$$\frac{50 \text{ 公斤} + 750 \text{ 公斤}}{1 \text{ 米}^2} = \frac{800 \text{ 公斤}}{10,000 \text{ 厘米}^2} = 0.08 \text{ 公斤/厘米}^2$$

了。

最后，我們要請讀者注意：压强和压力是截然不同的两个概念。压力是物体所受到的垂直于受力面的作用力，跟受力的面积大小没有关系。例如，一个70公斤重的人，不論他坐在什么形状的凳子上，凳子所受的压力都是70公斤。压强是物体单位面积上所受到的压力，它不仅和压力的大小有关，还和受力面积的大小有关。比如，人坐在一条狭长的凳上，臀部与凳的接触面积较小，压强就较大；坐在一只方凳上，臀部与方凳的接触面积较大，压强就较小；坐在沙发上，臀部与沙发的接触面积更大，压强就更小了。再者，压强和压力的单位也是不一样的。压力的单位是1吨、1公斤、1克等，和一般力的单位相同。而由压强的公式中可以看出，压强的单位是由力和面积单位共同组成的，所以我们用每米²1吨、每米²1公斤或每厘米²1克等作为压强单位，它们分别依次可以简写为1吨/米²、1公斤/米²、1克/厘米²等。

例3. 针尖的面积是0.0003厘米²，当针尖受到300克的力作用时，针尖上的压强是多大？

$$\begin{aligned} \text{【解】 针尖的压强} &= \frac{300 \text{ 克}}{0.0003 \text{ 厘米}^2} = 1,000,000 \text{ 克/厘米}^2 \\ &= 1 \text{ 吨/厘米}^2. \end{aligned}$$

例4. 高5米的大理石圆柱对地基的压强是多少？已知大理石的比重是2.6克/厘米³。

【解】 这是和第一章也有关系的题目，先根据比重求出大理石的重量。设大理石圆柱的底面积为A厘米²，则该大理石圆柱的体积为500A厘米³。应用比重公式得：

$$\begin{aligned} \text{大理石圆柱的重量} &= 2.6 \text{ 克/厘米}^3 \times 500 A \text{ 厘米}^3 \\ &= 1300 A \text{ 克}. \end{aligned}$$

再应用压强公式：

$$\text{压强} = \frac{1300 \text{ 克}}{1 \text{ 厘米}^2} = 1300 \text{ 克/厘米}^2.$$

习 题 2.4

1. 人在走路时总是轮流用一脚踏地，设脚底面积等于 150 厘米^2 。试计算 60 公斤 的人在走路时对地面的压强。

2. 图画钉尖端的面积是 0.3 毫米^2 ，钉帽的面积是 1.5 厘米^2 ，钉帽的面积是钉尖的几倍？如果用 0.5 公斤 的压力压钉帽，钉帽所受的压强是多少？钉尖上的压强是多少？钉尖的压强是钉帽压强的几倍？

3. 履带拖拉机重 5 吨 ，每条履带的接触地面部分长 250 厘米 ，宽 28 厘米 ，求拖拉机对地面的压强，并和第 1 题的压强比较一下。

4. 重 30 公斤 的机床用四只脚支持在地面上，每只脚的平均面积为 50 厘米^2 ，求机床对地面的压强。

5. 用砖砌成高 2 米 、厚 25 厘米 、长 20 米 的墙，其中泥土占全部体积的 $\frac{1}{10}$ 。问墙的总重量是多少？地面所受到的压强是多少？已知砖的比重是 1.8 克/厘米^3 ，泥土的比重是 1.6 克/厘米^3 。[提示：先求墙的总体积，再求墙中砖的总体积和泥土的总体积，然后分别用比重公式求出砖的总重量和泥土的总重量。这样，墙的总重量就知道了。最后再用压强公式求出地面所受到的压强。]

本 章 提 要

本章拟请读者回答下列题目作为提要。其中有些题目，我们作了回答，作为读者回答其他问题的参考。回答问题时必须简单、明确，千万不要噜嗦。

1. 物体可以分为哪三种状态？它们各有什么特征？

【答】物体可以分为固态、液态和气态三种状态。固体有一定的形状和体积；液体的流动性较大，没有一定的形状，但有一定的体积；气体的流动性更大，既没有一定的形状，也没有一定的体积，总是充满着密闭的容器。

2. 力是什么？

【答】(1) 力是一个物体对另一个物体的作用。脱离了物体，力是不存在的。

(2) 我们在研究某物体受力时，往往不讲出施力的物体，但这决不意味

着只有受力的物体而没有施力的物体。

(3) 力能使物体产生形变,或使它的运动状态发生变化。

3. 力有哪三个要素? 怎样用线段表示出来?

4. 什么叫做固体的形变、弹性和范性? 举几个常见的利用固体弹性或范性的实例。

5. 什么叫做胡克定律? 弹簧的伸长是否和弹簧的长度相同? 弹簧伸长了多少厘米是否与弹簧伸长到多少厘米相同?

6. 什么叫做压强? 它和压力有什么不同? 举几个增大压强或减小压强的实例。

复 习 题 二

1. 用一根绳子缚住一块石头,并用 8 公斤的力拖它。试用力的图示法根据下列情形各作一图: (1) 绳子与地面成一角度; (2) 绳子与地面平行。

2. 一个人提着水桶,用力 4 公斤,试用图示法把力表示出来。

3. 在弹簧上悬挂着 500 克的重物时,弹簧被伸长了 7 毫米。现在用手把它压缩 2.1 毫米,问手的压力是多少?

4. 一个弹簧在悬挂 200 克的重物时,长 18 厘米;悬挂 400 克的重物时,长 20 厘米。问悬挂 700 克的重物时长多少?

5. 一个弹簧原长 15 厘米。受到 2 公斤的拉力时,伸长了 2.4 厘米,问要加多少公斤拉力,才能使它伸长到 17.7 厘米?

6. 滑雪板长 2 米,宽 10 厘米。如果一个 72 公斤重的人用它来滑雪,试计算雪地受到的压力和压强。

7. 一个铅块长 0.7 分米,宽 4.2 厘米,厚 20 毫米。铅的比重是 11.4 克/厘米³。问:

(1) 铅块怎样放置时所产生的压强最小? 并求此压强。

(2) 铅块怎样放置时所产生的压强最大? 并求此压强。

8. 木桩上端的面积是 25 厘米²,下端的面积是 4 厘米²。如果用 5 公斤的力击木桩,问它上端受到的压强是多少? 下端受到的压强又是多少?

9. 一个纪念碑重 100 吨,立在一块基石上面。基石高 1 米,它的比重是 2 克/厘米³。如果地面所受的压强不能超过每平方米 0.7 公斤,问基石的底面积要多少大? [提示: 本题先要统一所用单位,再按前面的例 4 一步一步地做。]

第三章 液体和气体的一些性质

上一章我們已經介紹了固体的一些性质，特别是固体的彈性和压强。这一章我們將要討論液体和气体的一些性质。同上一章一样，这里所談的都是最基本的，以后在第十四章中还要談一些，而在第二册中則更要作比較詳細地討論。

§ 3·1 液体和气体对压强的傳遞。水压机

1. 帕斯卡定律 上一章我們討論了固体的压力和压强，現在我們来研究固体是怎样傳遞压力和压强的？例如我們揪图画釘，如果釘尖端的面积是 0.3 毫米²，釘帽的面积是 0.8 厘米²，今用 0.6 公斤的力揪釘帽，則釘帽上受到的压力是 0.6 公斤，按压强公式，我們就可以計算出，釘帽上受到的压强是 $\frac{0.6 \text{ 公斤}}{0.8 \text{ 厘米}^2} = 0.75$ 公斤/厘米²。由于图画釘的傳力作用，釘尖上受到的压力虽然也是 0.6 公斤，但是釘尖上受到的压强却是 $\frac{0.6 \text{ 公斤}}{0.003 \text{ 厘米}^2} = 200$ 公斤/厘米²。由此可見，固体傳遞压力时，压力的大小不变，而压强則往往因为各部分受力面积的大小不同而有所改变。

那么液体和气体傳遞压力的情况是怎样的呢？讓我們来看下面的实验。图 3·1 是一个連通器

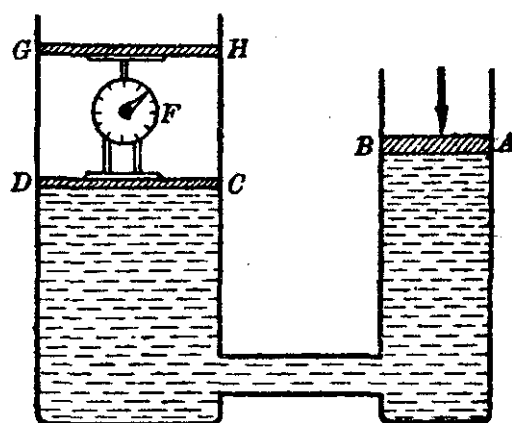


图 3·1 在連通器中加在 AB 面上的压强被液体傳遞到 CD 面上和整个容器壁上

(二个圓筒,一大一小,中間接一根管子), 壁面充滿了水. AB 和 CD 是两个活塞, 可以上下移动, 但不漏水. HG 是固定在容器上的一根棒. 彈簧秤 F 的上下两端分别与 HG 和 CD 相接触, 讀数恰好为零. 实验时, 用力向下压 AB 活塞, 于是 CD 活塞就开始上升, 压缩彈簧. 因而可以从彈簧秤 F 的讀数計算出 CD 面所受的压力. 如果 AB 的面积是 4 厘米², CD 的面积是 400 厘米², 加在 AB 面上的压力是 1 公斤, 那么, 就可以发现彈簧秤 F 上的讀数不是 1 公斤, 而是 100 公斤. 由此可見, 液体傳遞压力时, 不象固体那样压力大小保持不变. 再看: AB 面所受的压强是 $\frac{1 \text{ 公斤}}{4 \text{ 厘米}^2} = 0.25$

公斤/厘米², CD 面所受的压强是 $\frac{100 \text{ 公斤}}{400 \text{ 厘米}^2} = 0.25$ 公斤/厘米², 两者相等. 还有, 当我们施加力下压 AB 活塞时, 不仅 CD 面上受到相等的压强, 事实上整个容器壁上到处都受到垂直于器壁并与 AB 面上相等的压强. 如果用气体来代替液体做同样的实验, 结果也是如此. 平常, 当我们用力揪一下一个打足气的篮球时, 在垂直于篮球内壁上的任何一部分, 都将会受到一个相同的向外的压强, 这个压强的大小就等于我们所施加的压强.

总结以上所述, 我們得到一个定律: 加在密闭的液体或气体上的压强, 要按照它原来的大小, 由液体或气体向各个部分各个方向传递. 这个定律叫做帕斯卡定律, 是法国人帕斯卡发现的.

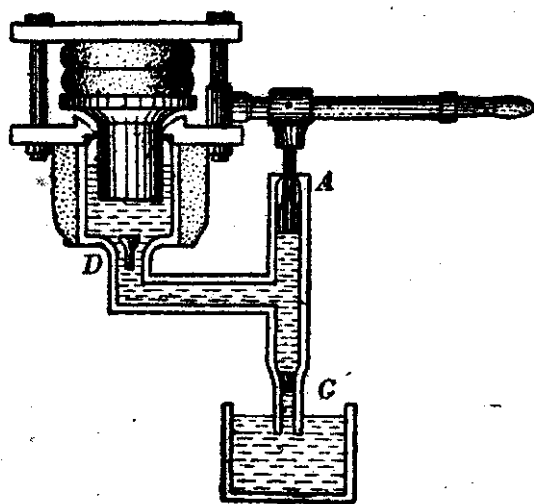


图 3·2 水压机构造示意图

2. 水压机 水压机就是利用帕斯卡定律制成的. 如图 3·2 所示, 两个直径大小不同的圓筒, 下部用管連通, 筒内各装有密闭的活塞. 提起小活塞 A 时, 液体就从下面的槽中经过閥 C 进入小圓筒. 压下小活塞时, 閥 C 被

压閉，而閥 D 則被压开。小活塞加于液体的压强被液体傳遞到大活塞上，压强的大小不变。設大小两活塞的面积分別为 S_2 和 S_1 ，作用在两活塞上的力分別为 F_2 和 F_1 ，則因为两个活塞上的压强相等，可得：

$$\frac{F_2}{S_2} = \frac{F_1}{S_1},$$

或

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{S_1}{S_2}.$$

由此可見，作用在两活塞上的力的比值，等于它們的面积比值。也就是說，在小活塞上加一个不很大的力，在大活塞上就可以产生一个很大的力。这一点是利用固体直接傳力所不能达到的。

水压机的应用范围很广；如榨油、压紙浆、胶合板，檢驗各种金属的强度，举起重物等等。为了防止生鏽，有时不用水而用矿物油，所以也叫做油压机。

例 1. 有一只水压机，小活塞的面积是 4 厘米²，大活塞的面积是 80 厘米²，如果在小活塞上用 5 公斤的力压它，問在大活塞上将产生多大的力？

【解】 根据題意，先求小活塞上的压强 P ：

$$P = \frac{5 \text{ 公斤}}{4 \text{ 厘米}^2} = 1.25 \text{ 公斤/厘米}^2.$$

再根据帕斯卡定律，求出这个压强傳遞到大活塞上的力。設大活塞上的压力为 F 公斤，則

$$1.25 \text{ 公斤/厘米}^2 = \frac{F}{80 \text{ 厘米}^2}.$$

解方程式，得：

$$F = 1.25 \text{ 公斤/厘米}^2 \times 80 \text{ 厘米}^2 = 100 \text{ 公斤},$$

即在大活塞上将产生 100 公斤的力。

例 2. 水压机两活塞的直徑是 2 厘米和 10 厘米。在小活塞

上加入 500 克的压力，問大活塞可举起多少公斤的物体？

【解】 先求两活塞的面积 S_1 和 S_2 。用圓面积公式，即圓面积 = $\pi \times$ 半径²，所以

$$\text{小活塞的面积 } S_1 = \pi \left(\frac{2}{2}\right)^2 \text{ 厘米}^2 = \pi \text{ 厘米}^2,$$

$$\text{大活塞的面积 } S_2 = \pi \left(\frac{10}{2}\right)^2 \text{ 厘米}^2 = 25\pi \text{ 厘米}^2.$$

再应用帕斯卡定律，設大活塞能举起 P 克重量的物体，則因为两活塞上的压强相等，得：

$$\frac{500 \text{ 克}}{\pi \text{ 厘米}^2} = \frac{P}{25\pi \text{ 厘米}^2}.$$

解方程式，得：

$$P = \frac{500 \text{ 克}}{\pi \text{ 厘米}^2} \times 25\pi \text{ 厘米}^2 = 12,500 \text{ 克} = 12.5 \text{ 公斤}.$$

注意 解此例題时，有一点要請讀者注意，就是具体的計算最好放在末了再算。例如上面我們沒有把 $S_1 = \pi \text{ 厘米}^2$ ， $S_2 = 25\pi \text{ 厘米}^2$ 計算出来 ($\pi \approx 3.1416$)，因为在最后求 P 的式子中， π 恰好消去。这一点粗看起来，好象没有什么意义，而且在本題中計算一下也化不了多大時間。实际上它却有非常重要的意义，因为第一，遇到一些比較麻煩的題目，如果每一步都計算就要多化許多時間。第二，有的时候，我們往往要遇到一些除不尽的数如 $\frac{2}{3}$ ， $\frac{5}{7}$ 等，于是不得不取近似值，如 $\frac{2}{3}$ 取 0.67， $\frac{5}{7}$ 取 0.71 等。如果每一步都計算出結果来，那么每一步的結果都是近似值，而最后得到的結果必然誤差很大。如果每一步不計算出来，而保留分数形式，那么到最后当有些分数可以消去时，即使有必要取近似值，也只有一次，这样誤差就比較小了。

习 題 3.1

1. 用塞子塞住玻璃管的一端，塞子的截面积是 3 厘米²。今由另一端向管中吹气，假定管内气体在管壁上所产生的压强是 20 克/厘米²，那么塞子上所受到的压强是多少？压力是多少？

2. 有一只水压机，它的小活塞的截面积是 4 厘米²，如果在小活塞上用

5 公斤的力，在大活塞上能够产生 100 公斤的力，問大活塞的截面积是多少？

3. 水压机大活塞的面积是小活塞的 50 倍，要想使大活塞上产生 60 吨的压力，問加在小活塞上的压力应该是多大？

4. 某油压起重机大小活塞上两力之比是 100:1，求两活塞直径之比。

5. 某汽车修理厂的起重机是一台油压机。如果用 9 公斤/厘米²的压强把一端的活塞向下压，問在另一端半径为 20 厘米的活塞上能否举起重 4.2 吨的汽车？

§ 3.2 液体的压强

1. 液体对于容器的压强 液体和固体一样是有重量的。当容器里面盛着液体的时候，容器底部必然受到因液体重量而引起的压力，因而容器底面上受到一定的压强。很容易看出，同一容器，液面越高，底面所受到的压强也越大。

讀者可以自己做一个实验。例如拿一根两头空的竹管或玻璃管(图 3.3)，下端拴一张橡皮膜，一只手竖直拿着，空的一头向上，另一只手把水从这一头灌下去，你就会看见橡皮膜凸出来了，这说明橡皮膜受到水的压强作用

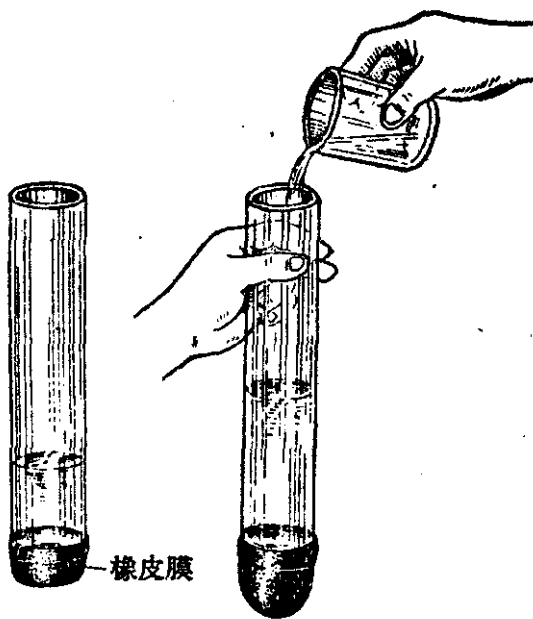


图 3.3

后，产生了形变。水灌得越深，膜凸出得越厉害，也就是容器底部受到水的压强越大。

液体不但对容器底部有压强作用，而且对容器的侧壁也有压强作用，图 3.4 就说明这一点。图中瓶子的侧壁下部有一个小孔，把拴着橡皮膜的漏斗插在孔里面，慢慢地把水倒入瓶内，就可以看见橡皮膜慢慢地凸出来了，水加得越深，膜凸出得越厉害，也就是压强越大。图 3.5 表示容器侧壁受到的压强与容器底部受到的压

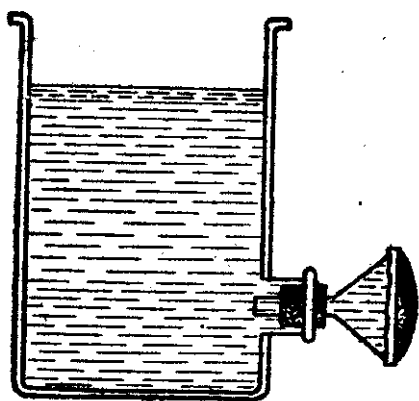


图 3·4 液体对容器侧壁的压强

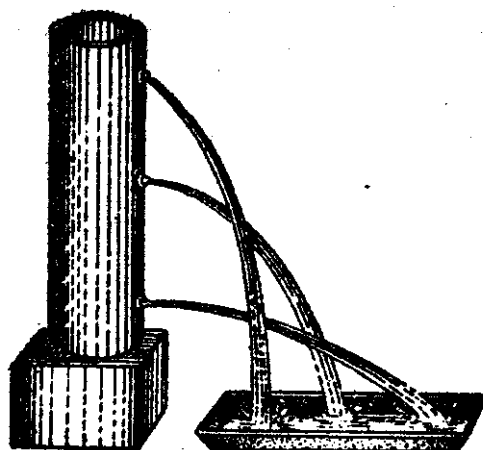


图 3·5 侧壁的压强随着液体深度的增加而增大

强一样,也随着液体深度的增加而增大。侧壁上有三个孔:最上面的离液面最近,即液体深度最小,压强最小,流出来的水喷得最近;中间的孔离液面远一些,即液体深度大一些,压强大一些,流出来的水喷得远一些;最下面的孔离液面最远,液体深度最深,压强最大,流出来的水喷得最远。

图 3·3 和图 3·4 还表示液体对容器底部和侧壁的压强是垂直于底部和侧壁的。

总结以上所述,我们可以得到下面两个结论:

(i) 液体对容器底部和侧壁都有压强作用,液体深度越深,压强越大。

(ii) 压强与底面或侧壁垂直。

2. 液体内部的压强 如果把容器里面的液体自上而下分成许多层,每层液体都有一定的重量,那么第二层液体要受到第一层液体的重量所产生的压强的作用,第三层液体要受到第一、二层液体的重量所产生的压强的作用,依次类推。由此可见液体除去对容器有压强外,液体内部也存在着压强,而且也是液体深度越深,压强越大。这种现象可以用下面的实验来证明。

我们先来介绍一种测量压强的仪器,这种仪器叫做**压强计**。它是一个 U 形的玻璃管(图 3·6),里面装了一些液体,为了便于

讀數，有时装入紅色的水。在玻璃管的一个管口上套上一根橡皮管，橡皮管的另一端又接上一只拴有橡皮膜的漏斗。平时两根玻璃管中液面上的压强相等，即两个液面在同一水平面上。现在用手指压一下橡皮膜，压强就被橡皮管里面的空气传递到液面，于是玻璃管中的液面开始下降，而另一根玻璃管中的液面开始上升。压橡皮膜的力越大（压强越大），两根玻璃管中液面的高度差也越大。因此，根据两根玻璃管中液面的高度差，就可以知道橡皮膜上所受到的压强的大小。

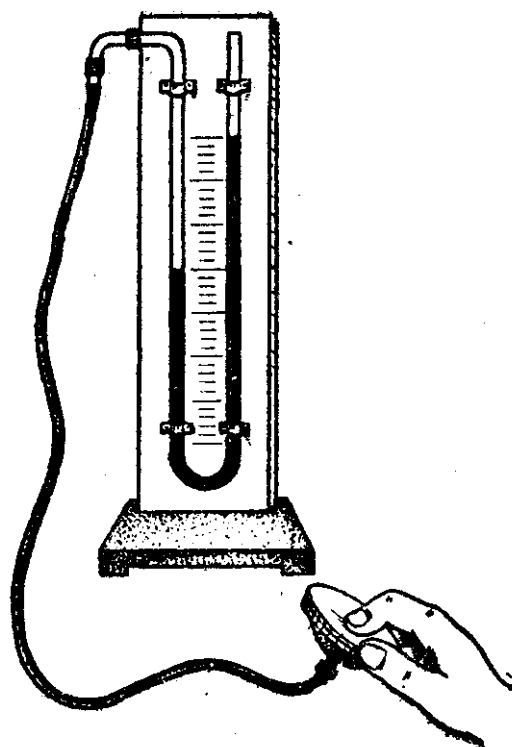


图 3·6 压强計

現在我們把这种压强計的漏斗部分如图 3·7 那样放到盛液体的容器中去，于是可以看到：(1)漏斗放得越深，两根玻璃管中

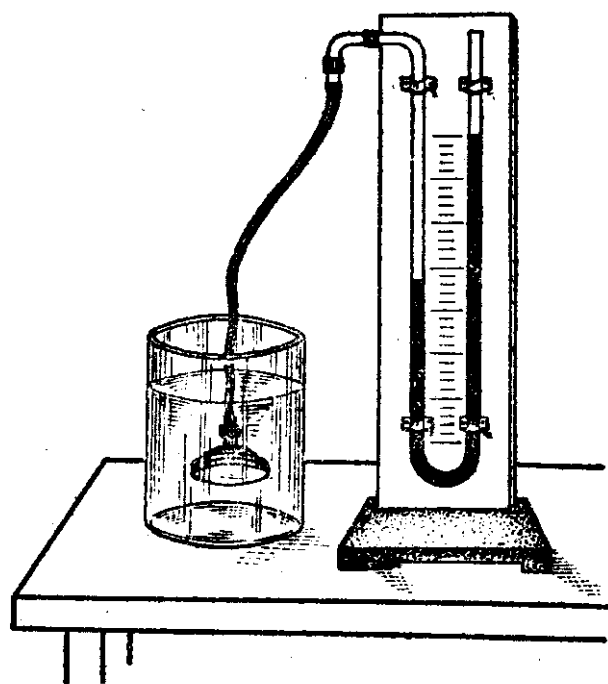


图 3·7 液体内部的压强随着深度而增大

液面的高度差越大，就表示压强越大。因此，液体内部的压强，是随着液体深度的增加而增大的。(2)把漏斗放在同一深度上转动，也就是有时使橡皮膜向下，有时向上，有时向左，有时向右，有时斜放(图 3·8)。这时两根玻璃管中液面的高度差始终相同，即表示压强没有什么变化。因此，在液体内部的同一深度上，各个方向都

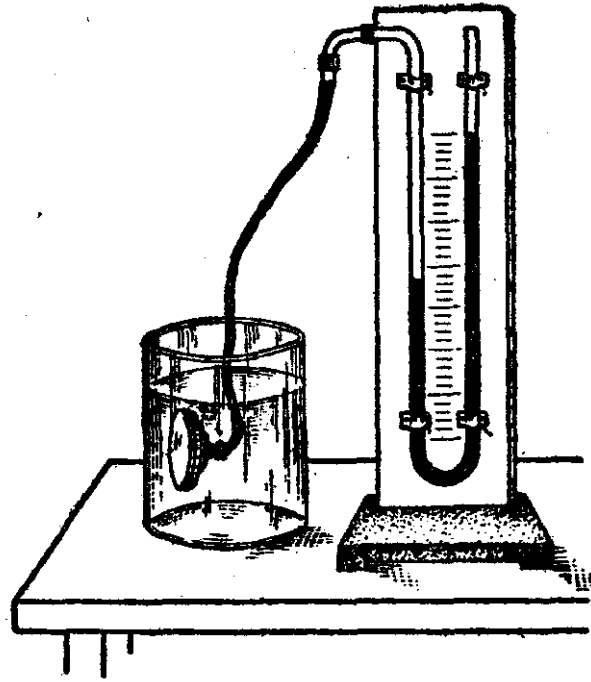


图 3·8 在液体内部同一深度处向各方向的压强都相等

有压强,并且大小相等。

由此可見,液体内部任何方向都有压强;在同一深度,各个方向的压强都相等;深度增加,压强也跟着增大。

3. 液体压强的计算 液体对容器器壁(侧壁和容器底部)和液体内部都存在着由于液体本身的重量而引起的压强。这种压强究竟怎样来计算呢?从上面我們知道,在液体内部同一深度处,各个方向的压强都相等,所以只要计算出液体内部某一深度的向下压强,就能够知道这个深度上任何方向的压强了。

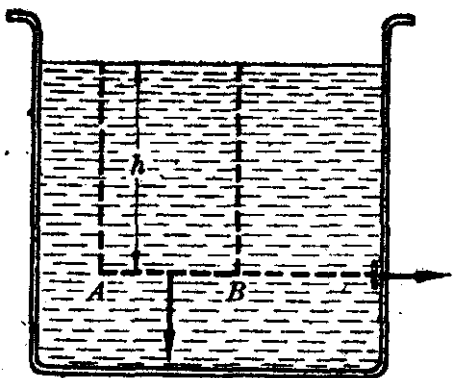


图 3·9 液体压强的计算

設想在圆柱形容器中液面下方深度为 h 的地方,水平地划出一个面 AB ,如图 3·9 所示。这个面要受到上面液体重量的压力。如果液体的比重为 d , AB 面的面积为 S ,则 AB 上方液柱的重量就等于 hSd 。这些重量压在 AB 面上,就是 AB 面受到的压力。我們已經知道,单位面积所受的压力叫做压强,所以

AB 面受到的压强 P 为

$$P = \frac{hSd}{S} = hd.$$

根据液体传递压强的性质，可以知道上面的公式也适用于液体对容器壁（侧壁和容器底部）的压强。也就是说，离液面深度为 h 处的侧壁上所受到的压强也是 $P = hd$ 。所以液体内部（包括对容器侧壁或底部）某一深度的压强等于深度与液体比重的乘积。

例 3. 在 10 厘米高的杯子里面装满水银，计算杯底所受的压强。如果这只杯子里面装满了水，则杯底所受的压强是多少？

【解】 应用压强公式 $P = hd$ 。

(1) 装满水银时，由于水银的比重 = 13.6 克/厘米³，所以

$$P = 10 \text{ 厘米} \times 13.6 \text{ 克/厘米}^3 = 136 \text{ 克/厘米}^2.$$

(2) 装满水时，水的比重 = 1 克/厘米³，所以

$$P = 10 \text{ 厘米} \times 1 \text{ 克/厘米}^3 = 10 \text{ 克/厘米}^2.$$

由此可见，同一深度，由于水银的比重大于水的比重，因而压强也相应地增大。

例 4. 海水的比重是 1.03 克/厘米³。求海面下 (1) 深 100 米处的压强，(2) 深 1000 米处的压强。

【解】 用压强公式 $P = hd$ 。

(1) 100 米 = 10,000 厘米，得

$$\begin{aligned} P &= 10,000 \text{ 厘米} \times 1.03 \text{ 克/厘米}^3 = 10,300 \text{ 克/厘米}^2 \\ &= 10.3 \text{ 公斤/厘米}^2. \end{aligned}$$

(2) 1000 米 = 100,000 厘米，所以

$$P = 100,000 \text{ 厘米} \times 1.03 \text{ 克/厘米}^3 = 103 \text{ 公斤/厘米}^2$$

由此可见，同一液体的深度越深，压强也相应地增大。

例 5. 在一粗细均匀的玻璃管中，下面放了 10 厘米高的水银，水银面上又放了 20 厘米高的煤油，已知水银的比重为 13.6 克/厘米³，煤油的比重为 0.8 克/厘米³。求 (1) 玻璃管底部所受的

压强, (2)煤油面下深 25 厘米处的压强, (3)煤油面下深 15 厘米处的压强.

【解】 (1) 求玻璃管底部所受的压强: 这个压强由两部分組成, 一部分是由 10 厘米高的水銀的重量所产生, 另一部分是由 20 厘米高的煤油的重量所产生. 我們要求的压强, 就是这两部分重量所产生的压强之和. 所以应用压强公式, 即得

$$\begin{aligned} P &= 10 \text{ 厘米} \times 13.6 \text{ 克/厘米}^3 + 20 \text{ 厘米} \times 0.8 \text{ 克/厘米}^3 \\ &= 136 \text{ 克/厘米}^2 + 16 \text{ 克/厘米}^2 = 152 \text{ 克/厘米}^2. \end{aligned}$$

(2) 求煤油面下深 25 厘米处的压强: 这个压强也由两部分組成, 一部分是 20 厘米高的煤油的重量所产生的压强, 另一部分是 5 厘米高的水銀的重量所产生的压强. 要求出的压强等于这两个压强之和, 即

$$\begin{aligned} P &= 20 \text{ 厘米} \times 0.8 \text{ 克/厘米}^3 + 5 \text{ 厘米} \times 13.6 \text{ 克/厘米}^3 \\ &= 16 \text{ 克/厘米}^2 + 68 \text{ 克/厘米}^2 = 84 \text{ 克/厘米}^2. \end{aligned}$$

(3) 求煤油面下深 15 厘米处的压强: 这个压强就是 15 厘米高的煤油的重量所产生的压强, 所以

$$P = 15 \text{ 厘米} \times 0.8 \text{ 克/厘米}^3 = 12 \text{ 克/厘米}^2.$$

在应用压强公式时, 我們还要注意以下三点:

(1) 液体内部(包括容器側壁和底部)的压强, 只与液体的深度和比重有关, 而与盛有液体的容器的形状、大小或其他一概无关. 所以在有关的計算中, 例如求压力时, 最好先計算压强, 然后再求压力, 如下面例 6 所示.

(2) 公式中的 h 是指要求出的压强或压力之处到液体表面的豎直距离, 如图 3.10 所示. 这一点在一些形状不規則的容器, 例如曲管的容器中或容器側斜放置时要特别注意, 切勿搞錯.

(3) 根据压强公式, 在盛有液体的容器的側壁上, 位于不同深度的任何一小块面积上所受到的压强各不相等, 那么这样一来, 怎样計算整个側壁上所受到的压强和压力呢? 一般我們是这样計算

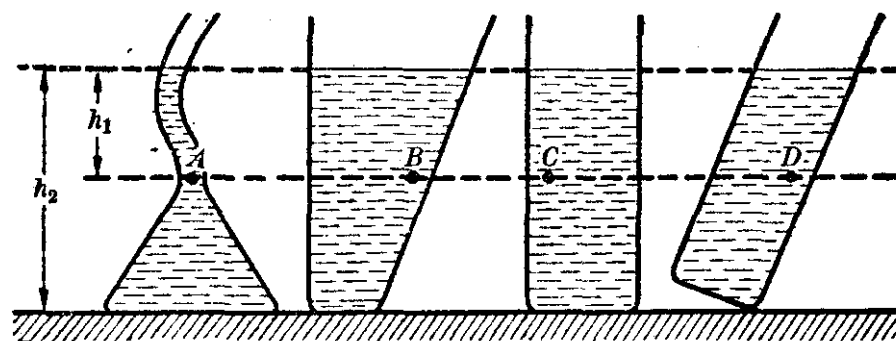


图 3·10 压强的分布与容器的形状无关,某点的压强由豎直深度 h_1 来决定, A、B、C、D 四处压强相等,各容器底的压强亦相等

的:把侧壁受力面的中心压强(它等于侧壁受力面的中心到液面豎直距离和液体比重的乘积)作为整个侧壁受力面的平均压强(通常所说的侧壁上所受的压强就是指平均压强);把平均压强和受力面积的乘积作为侧壁所受的压力,如下面例 7 所示。

例 6. 在图 3·11 中,已知 A、B 两容器的底面积相等,盛水高度相同。试比较它们底部所受的压力和压强。

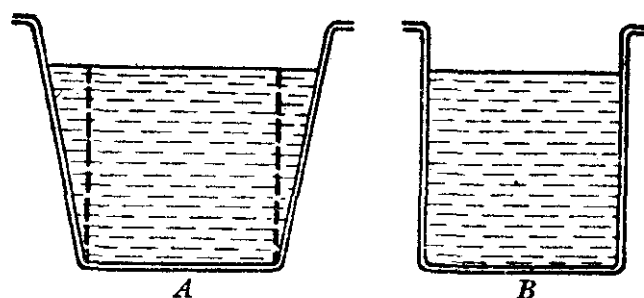


图 3·11

【解】 (1) 先比较压强: 因为压强 = 深度 \times 比重, 而与容器的大小和形状无关, 所以它们底部所受的压强一定相等。

(2) 再比较压力: 根据题意, 容器的底面积相等, 那么它们底部所受的压力也相等。

如果有人先比较压力, 再比较压强, 同时又把 A 容器中整个水的重量作为底部所受的压力, 那么一定会得出, A 容器中底部所受的压强要大于 B 容器底部所受压强的错误结论。事实上, A 容器底部所受的压力小于 A 容器中整个的水重 (有一部分水重由

兩側壁負擔，如圖中虛綫所示)。所以我們強調，在解題時要先從計算壓強着手。

例 7. 某游泳池長 20 米，寬 10 米，深 1.2 米，貯滿了水，求底面和四個側面受到的壓力和壓強。

【解】 (1) 先求底面所受的壓強和壓力。

用壓強 = 深度 × 比重這個公式，求出底面所受到的壓強，即

$$\text{壓強} = 1.2 \text{ 米} \times 1 \text{ 噸/米}^3 = 1.2 \text{ 噸/米}^2.$$

再用壓力 = 壓強 × 面積這個關係式求壓力，即

$$\text{壓力} = 1.2 \text{ 噸/米}^2 \times (20 \times 10) \text{ 米}^2 = 240 \text{ 噸}.$$

(2) 再求四個側面所受到的壓強和壓力。在本題中，水池側

壁中心處的深度是 1.2 米/2，即 0.6 米。因此，任何一個側面所受的平
均壓強 P 為

$$\begin{aligned} P &= 1 \text{ 噸/米}^3 \times 0.6 \text{ 米} \\ &= 0.6 \text{ 噸/米}^2. \end{aligned}$$

四個側面的面積 S 是

$$\begin{aligned} S &= (20 \times 1.2 + 10 \times 1.2) \times 2 \text{ 米}^2 \\ &= 72 \text{ 米}^2. \end{aligned}$$

所以四個側面所受的總壓力 F 為

$$F = 72 \text{ 米}^2 \times 0.6 \text{ 噸/米}^2 = 43.2 \text{ 噸}.$$

例 8. 一個圓柱形水塔(圖

3.12)，高 8 米，塔底離地面 22 米。

問貯滿水時，在(1)地面上(見圖中 A 處)，(2)塔底及(3)塔頂的壓強各是多少？

【解】 用壓強 = 深度 × 比重公式(壓強和容器的形狀無關)得：

$$(1) \text{ 地面受到的壓強} = 1 \text{ 噸/米}^3 \times (8 \text{ 米} + 22 \text{ 米}) = 30 \text{ 噸/米}^2.$$

$$(2) \text{ 塔底受到的壓強} = 1 \text{ 噸/米}^3 \times 8 \text{ 米} = 8 \text{ 噸/米}^2.$$

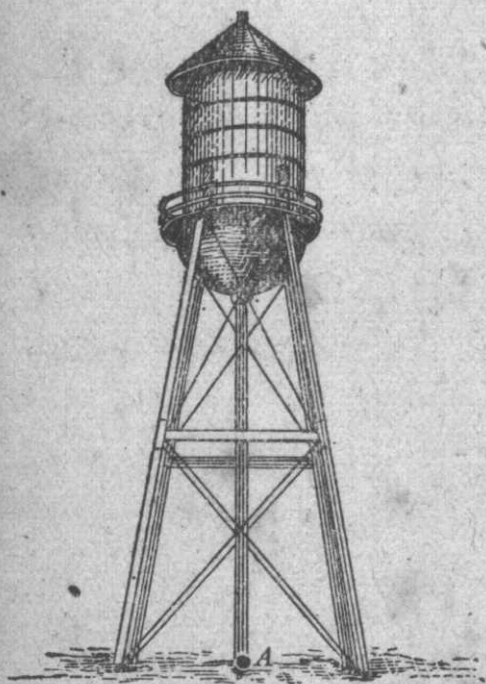


圖 3.12 水 塔

3.12)，高 8 米，塔底離地面 22 米。

問貯滿水時，在(1)地面上(見圖中 A 處)，(2)塔底及(3)塔頂的壓強各是多少？

【解】 用壓強 = 深度 × 比重公式(壓強和容器的形狀無關)得：

$$(1) \text{ 地面受到的壓強} = 1 \text{ 噸/米}^3 \times (8 \text{ 米} + 22 \text{ 米}) = 30 \text{ 噸/米}^2.$$

$$(2) \text{ 塔底受到的壓強} = 1 \text{ 噸/米}^3 \times 8 \text{ 米} = 8 \text{ 噸/米}^2.$$

(3) 塔頂受到的压强 = $1 \text{ 吨/米}^3 \times 0 = 0$.

习 題 3·2

1. 計算 76 厘米高的水銀柱所产生的压强. 这个压强的大小和水銀柱的橫截面大小有关系嗎? 为什么?

2. 把一根盛有液体的豎直放置的玻璃管逐漸傾斜时, 液体对管底的压强会发生变化嗎? 怎样变化? 为什么?

3. 有一个小孩, 看見河堤上有一个孔, 水从孔里面流出来, 他立刻用手掌去擋住, 直到大人来把孔堵塞住为止. 如果小孔的面积是 3 厘米^2 , 孔在水面下 1.5 米处, 問这个小孩用力多少?

4. 一根玻璃管长 1 米, 下面放置 20 厘米高的水銀, 上面灌滿了水. 求 (1) 管底所受的压强; (2) 水面下深 85 厘米处的压强; (3) 水面下深 50 厘米处的压强.

5. 一个量筒的直徑为 5 厘米, 另一个量杯, 底的直徑也是 5 厘米 (假定底是平的), 同样放了 15 厘米高的水. 試問它們的底部所受的壓力相等嗎? 为什么? 求它們底面所受的壓力.

6. 有一个閘門, 浸在水中的面积为 1600 厘米^2 , 这个面积的中心到水面的豎直距离是 4 米. 求閘門上受到的平均压强和壓力.

7. 在每边为 1 米的立方形箱子里面放滿了水. 求其底面和每一側面所受的壓力.

8. 在前面的例 7 中, 如果池中貯水仅 1 米深, 那么底面和四个側面所受到的压强和壓力將是多少? [提示: 这时, 每一側壁中心处的深度为 $1 \text{ 米}/2 = 0.5 \text{ 米}$; 每一側壁受力面积也减小, 希注意.]

§ 3·3 連通器及其应用

連通器是由几个底部互相接通的容器組成的, 如图 3·13 所

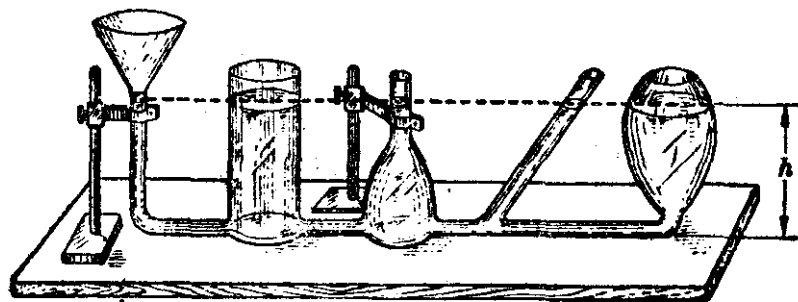


图 3·13 連通器

示。如果我們向一根管子里面灌水，由于水的流动性，必然要从这根管子流向另一根管子，直到所有各管子里面的水面相平为止（这和各管子的大小和形状等都没有关系）。

我們可以这样来做一个实验。取两个两端开口的竹管或玻璃管，下端用橡皮管连通。再把一根管子固定在夹柱上，另一根管子用手拿着（图 3·14）。现在把水从一根管子灌入，就可以看到水立即流到另一根管子中去，直到两根管子中的水面相平为止。如果把一根管子上下移动，则管子中的水面也要忽上忽下，以保持两根管子的水面相平。因此，在连通器中，如果只灌入一种液体，液面总是保持相平的。

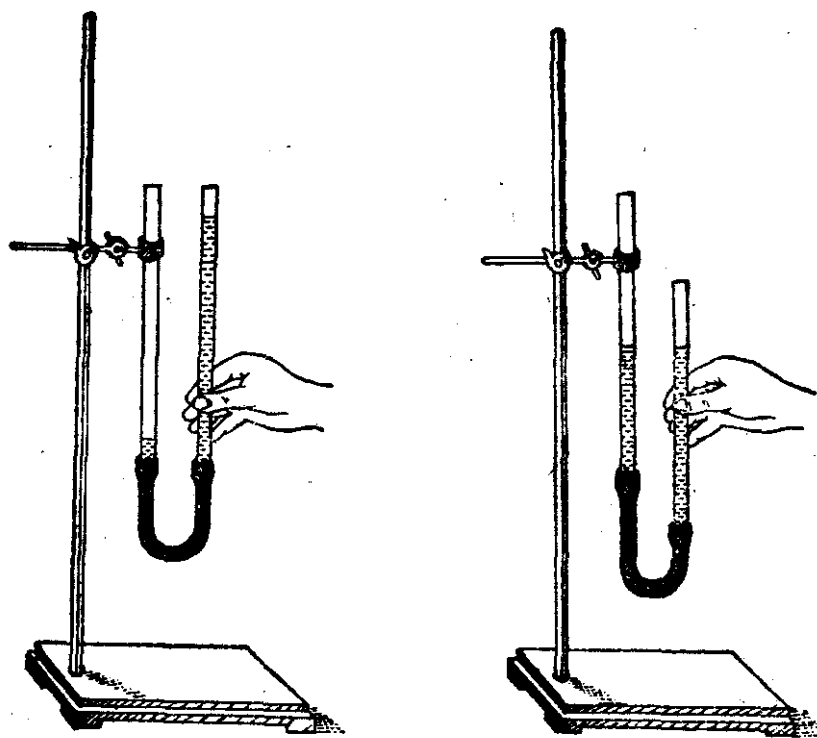


图 3·14 连通器实验

我們也可以用压强这个概念来加以说明。取一个 U 形玻璃管，放入同一种液体。设液体的比重为 d ，左右两根管子的液面的高度分别为 h_1 和 h_2 ，如图 3·15 所示。现在在两根管子的连通部分取一小块面积 AB ，则左边液体对这块小面积的压强等于 h_1d ，右边液体对这块小面积的压强为 h_2d 。如果液体不流动，因为 AB

两边面积总是相等，所以小面积 AB 两边所受的压强应该相等，即

$$h_1 d = h_2 d$$

$$\therefore h_1 = h_2,$$

即如果液体不流动，左右两根管子的液面应在同一高度。

连通器的应用很广泛，自来水的装置、井、喷泉、汽锅上的水位计等等都利用了连通器的原理。

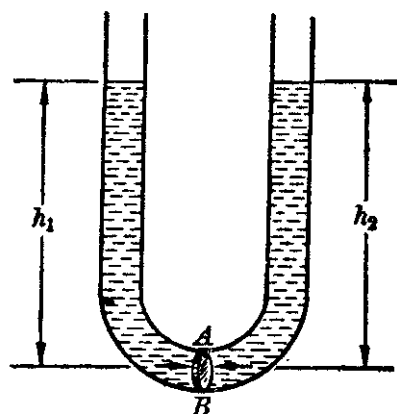


图 3-15 连通器里水面相平的证明

现在我们来谈谈自来水的装置(图 3-16)。设置在抽水站中的抽水机把水源中的水抽送到滤水池，池中放了砂和石子等。把水过滤，并消毒，再压入水塔顶上的水箱中去，然后沿着总水管和分水管流到城市的各地区，供给家庭、工厂和救火等用。水箱的位置很高，比城市中的一般房屋都高，所以按照连通器原理讲，凡与水箱具有同一高度的地方，都可以用到水。但实际上因为水要流经许多管子，遇到不少阻力，因而和水箱处于同一高度的地方，就往往用不到水。

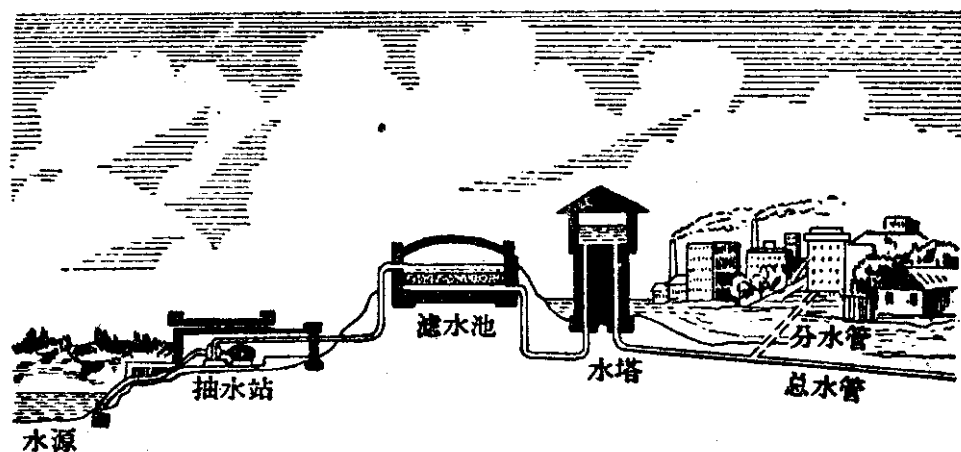


图 3-16 自来水装置

连通器还可以用来测定液体的比重。例如在 U 形玻璃管中，先灌入一些比重已知的水银（设它的比重为 d_1 ），再把比重未知的液体倒入（设它的比重为 d_2 ）。当两种液体不流动时，以两根管子

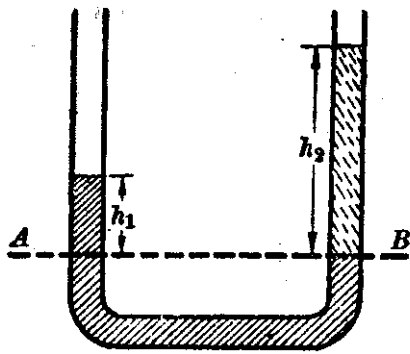


图 3-17

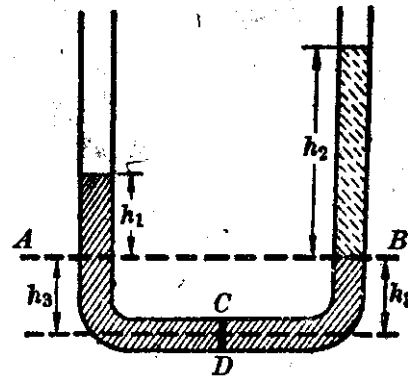


图 3-18 测量液体的比重

中水銀面較低的一面为标准作一水平綫 AB (图 3-17), 然后用前面的方法, 在管底取一小块面积 CD (如图 3-18 所示), 就可以看到左边液体对 CD 面的压强是 $(h_1+h_3)d_1$, 右边液体对 CD 面的压强是 $h_2d_2+h_3d_1$, 两者相等, 消去 h_3d_1 得到

$$h_1d_1 = h_2d_2 \quad \therefore d_2 = \frac{h_1d_1}{h_2}$$

式中 $d_1 = 13.6$ 克/厘米³, h_1 和 h_2 可以測量出来, 代入上式, 就可以求出液体的比重 d_2 .

例 9. 有一种酒精, 把它和比重 13.6 克/厘米³ 的水銀放在連通器里, 酒精柱的高度是 6.8 厘米, 另一根管子中水銀面的高度比酒精柱低 6.4 厘米. 求酒精的比重.

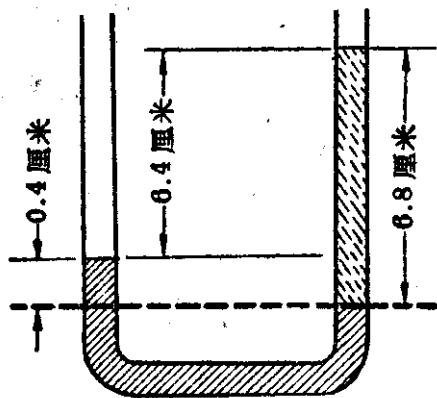


图 3-19

【解】 根据題意, 作图 3-19, 从图中可以知道 $h_1 = 0.4$ 厘米, $h_2 = 6.8$ 厘米. 設酒精的比重为 d , 則

$$13.6 \text{ 克/厘米}^3 \times 0.4 \text{ 厘米} = 6.8 \text{ 厘米} \times d$$

$$\therefore d = 0.8 \text{ 克/厘米}^3$$

例 10. 有一个粗細均匀的 U 形管, 每根支管长 30 厘米. 先在管内盛水銀到 8 厘米高. 然后在—根管子中注入汽油 (比重为 0.75 克/厘米³), 直至装到管頂为止. 求汽油的高度.

【解】 两根管子中都已装了 8 厘米高的水銀，每根支管都高 30 厘米。因此，每根支管都有 30 厘米 - 8 厘米 = 24 厘米高的一段空着。現在把汽油倒入一根支管中，設这根支管中的水銀面降低了 x 厘米，那么这根支管中共倒入汽油 $(24+x)$ 厘米高（如图 3·20 所示）。另一方面，这根支管的水銀面降低了 x 厘米，即另一根支管中的水銀面升高了 x 厘米，因此，两根支管中的水銀面相差 $2x$ 厘米。所以

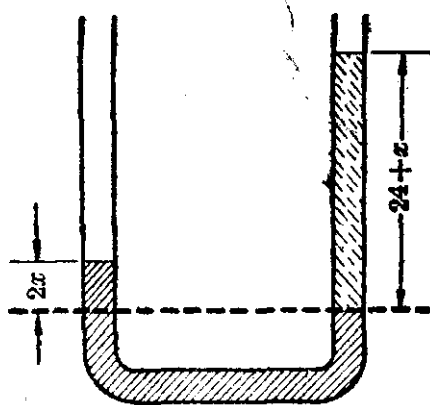


图 3·20

$$2x \times 13.6 = (24 + x) \times 0.75$$

$$\therefore x = 0.68 \text{ 厘米.}$$

即注入汽油的高度为 $24 + 0.68 = 24.68$ 厘米。

习 題 3·3

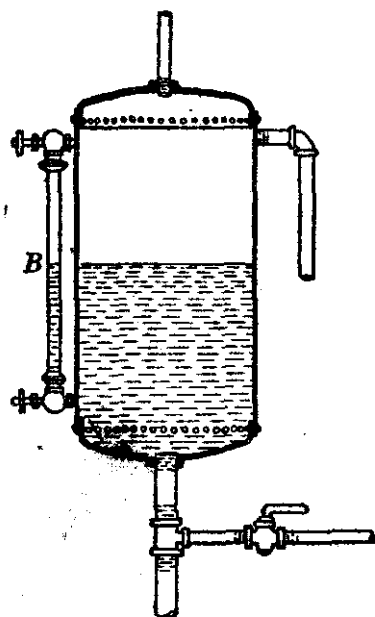
1. U 形連通器的一边装水，另一边装水銀，水面高出水銀面 58 厘米。求水銀的高度。

2. 在 U 形連通器的左管中注入水銀，右管中注入水。設两根管子的口在同一水平面时，測得水銀面和管口的距离为 8.8 厘米，水面和管口的距离为 2.5 厘米。求水柱的高度。

3. 在一連通管的底部放入水銀，并在左边的管子中加入 8 厘米的水，右边的管子中加入某种油，当两根管子中的水銀面达到相平时，油柱的高度恰为 10 厘米，求油的比重。

4. 附图表示裝在汽鍋上的水位計（即图中的 B）。試說明水位計的用途和它的原理。

5. 向玻璃筒里面倒入水銀，把两端开口的玻璃管豎直立在水銀中。現在再向玻璃筒里面倒入水，水高 27.2 厘米。問玻璃管里边的水銀面將比



（第 4 題）

外边的水銀面高出多少厘米？

§ 3.4 大气压强

上面我們已經敘述了固体和液体的压强，現在再来談談气体的压强。由于气体既沒有一定的形状，又沒有一定的体积，情况比較复杂，要在第二册中才能詳細討論，因此这里只能簡略地介紹一下大气的压强。

根据許多科学家的研究，知道在离地面 200 多公里的高空还有空气存在，因此我們可以想象：圍繞地球 200 多公里的这个巨大空間，充滿着空气。这个巨大的空气层叫做大气层，它对地面物体的压强叫做大气压强。由于我們就生活在大气海洋的最底层，时时刻刻都受着大气压强的作用，所以大气压强和我們的关系至为密切。

我們知道，空气也受到地球的吸引，所以空气也是有重量的。它在地面附近的平均比重是 0.001293 克/厘米³。上面的空气稀薄，下面的空气濃厚。空气存在的范围是这样地广，比重也不均匀，

使我們不能用压强等于深度乘比重这个简单的关系来求大气压强。

1642 年，意大利科学家托里拆利用实验方法求出地面大气压强的数值。实验很简单，如图 3.21 所示，用一根长约 1 米的一端封闭的玻璃管，灌滿水銀，用手指攥住玻璃管的开口一端，把管倒置于水銀槽中，然后拿开手指，就可以看到管里面的水銀开始下降，直到管内的水銀面比管外的水銀面大約高 76 厘米为止。如果将玻璃管斜放，两水銀面的豎直高度差仍是 76 厘米。

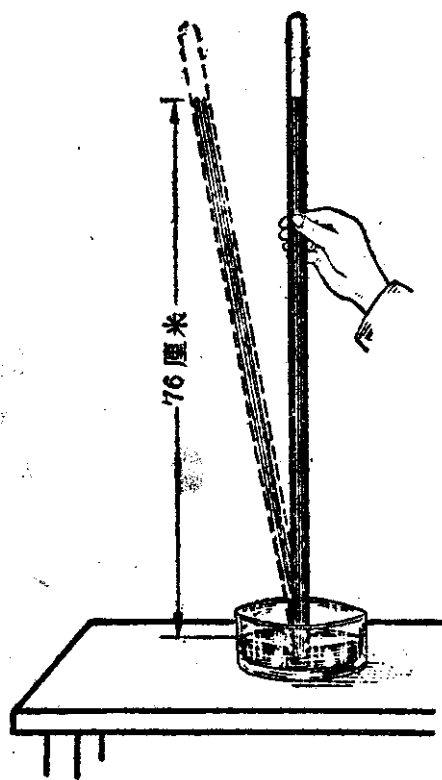


图 3.21 托里拆利实验

这时,管外的水銀所受到的压强是大气压强,而与管外水銀面对齐的管内水銀面上所受的压强,由于管内上部沒有空气,应该就是这段 76 厘米水銀柱高所产生的压强;根据液体压强公式,它应该等于 $13.6 \text{ 克/厘米}^3 \times 76 \text{ 厘米} = 1033.6 \text{ 克/厘米}^2 \approx 1 \text{ 公斤/厘米}^2$. 这个压强就是大气压强. 由此可见,在地面上每平方厘米这样小的面积上,要受到 1 公斤重的大气压力,这个数值是相当巨大的了.

大气压强的单位除去象一般压强可以有 1 克/厘米^2 、 1 公斤/米^2 等以外,常见的有 1 厘米水銀柱高(或 1 毫米水銀柱高)、1 大气压等(1 大气压规定为 1033.6 克/厘米^2). 工业上为了计算简便起见,往往把 1 公斤/厘米^2 作为压强单位,并且叫做 1 个**工业气压**.

大气压强并不是固定不变的. 不但在不同的地方,大气压强可以不同,即使是在同一个地方,它也是在不断地变化着. 作为压强单位用的大气压叫做标准大气压. 真正的大气压强并不总是等于 1 个标准大气压. 一般讲来,在地面附近,平均每升高 12 米,大气压强就要降低 1 毫米水銀柱高.

大气压的变化跟天气的变化有密切的关系. 通常大气压变小时,往往有风有雨;变大时,就能转晴. 在寒潮或台风来临时,大气压要忽升忽降. 所以大气压的变化,是预报天气变化的重要依据之一. 它对于农业也有很大的关系.

§ 3.5 气 压 計

测量大气压强的仪器叫做气压計. 气压計有两种,水銀气压計与无液气压計. 现在先来讨论水銀气压計,它是实验室中经常使用的仪器.

水銀气压計是根据托里拆利实验,把装满水銀的玻璃管 ED 倒立在水銀槽 C 中做成的(图 3.22). 水銀槽的底部是皮囊 B , B

的下面有一个螺旋 A 。 I 是一支象牙针，固定在水银槽上。 气压计上部的 S 是刻度尺，尺上所刻的高度是从象牙针的尖端算起的。 因此，使用时，必须先仔细地看一下槽中的水银面是否恰好和象牙针的尖端相接触，否则应该先旋动螺旋 A 使它们恰好接触，然后再行读数。 这种气压计叫做槽式水银气压计。

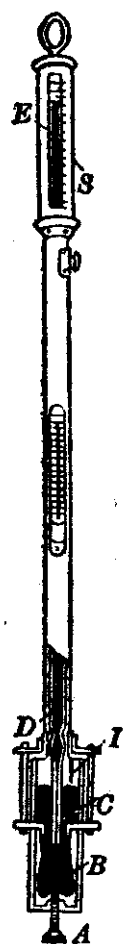


图 3·22 槽式水银气压计

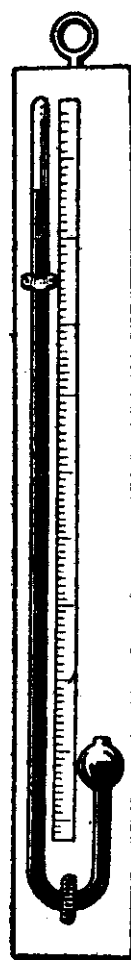


图 3·23 曲管水银气压计

图 3·23 的装置叫做曲管水银气压计。 它的长臂的顶端是封闭的，短臂是开口的。 因为长臂水银面的上方是真空，因而大气压的数值，就是两臂中的水银面的高度差。

水银气压计的优点是能够精确地测出大气压的数值，缺点是比較笨重，容易打坏，并且玻璃管里面还可能有空气跑进去，影响它的精确度。

无液气压计(图 3·24)用起来比較方便，其最大的优点是便于

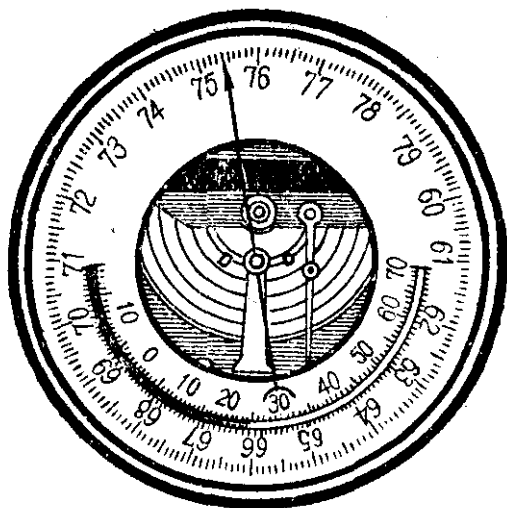


图 3·24 无液气压计

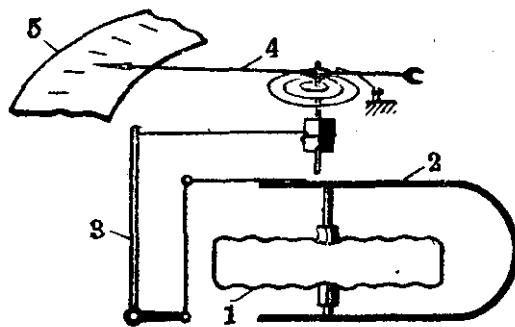


图 3·25 无液气压计结构示意图

携带。图 3·25 是它的结构的示意图。它是一只表面呈波状形的金属盒 1，盒里面的空气已经被抽出。2 是一片弹簧，它的作用是通过盒中央的小柱，拉住金属盒的面，使它不会被大气压强压扁。当大气压增加时，盒面要向下凹一些；大气压减小时，盒面要凸出一些。这些变化很微小，必须用传递机构 3（这种机构的传递原理将在第十一章中讲）把它传给指针 4，加以放大，然后在刻度盘 5 上读出来。盘上的刻度是依据水银气压计的读数来刻的，因此，可以直接读出大气压是多少毫米水银柱高。

无液气压计对气压的变化很灵敏，但由于弹簧的弹力不稳定，其准确度比水银气压计要差一些。平常使用时，应该先同水银气压计核对一下，记下它们的相差，以便作必要的修正。

习 题 3·5

1. 试计算 1 个大气压，即 1 个标准大气压等于多少厘米水银柱高？
2. 解释下列现象：
 - (1) 如果在煤油桶上只开一个小孔，煤油就不容易倒出来，为什么？
 - (2) 从很深的海底捕到的鱼，一出水面，体腔常常会胀破。这是什么道理？[提示：从鱼体腔内气体压强和外界压强变化来考虑。]
 - (3) 大气压强这么大，为什么我们总是感觉不到？
 - (4) 拿一根一端封闭的玻璃管装满了水，把管倒立在水中，管内外水

面会一样高嗎？为什么？

3. 估計一下你的手掌的面积有多少平方厘米，然后求出它受到多少公斤的大气压力。

4. 气压計在山脚下的指示为 760 毫米水銀柱高，在山頂上的指示为 650 毫米水銀柱高。問这座山約有多高。

5. 飞机在离地面 2 千米高空飞行。問飞机上的大气压約有多大？

§ 3·6 抽气机，打气筒和抽水机

1. 抽气机 通常使用抽气机来排除封閉在容器內的空气。例如热水瓶的胆、电灯泡、无綫电电子管（俗称真空管）等都要用抽气机抽去空气。

如图 3·26 所示，圓筒 *A* 中装着一个紧密的活塞，下面有一个装着閥 *B* 和 *C* 的小气室。閥 *B* 只能向气室內开，閥 *C* 只能向气室外开。当提起活塞时，圓筒 *A* 下部和小气室內的空气因体积变大而压强变小，而容器 *D* 里面的空气压强則較大，于是推开閥 *B* 流入筒 *A* 下部和小气室內。这时，閥 *C* 左边的大气压强大于右边的压强，所以是关闭的。当活塞下压时，小气室內的空气压强因体积变小而增大，大于大气压强，于是推开閥 *C*，使空气流到外面去。这时，由于小气室压强的增大，关闭了閥 *B*。活塞这样反复上下，就可以把容器 *D* 里面的空气逐渐抽出来。

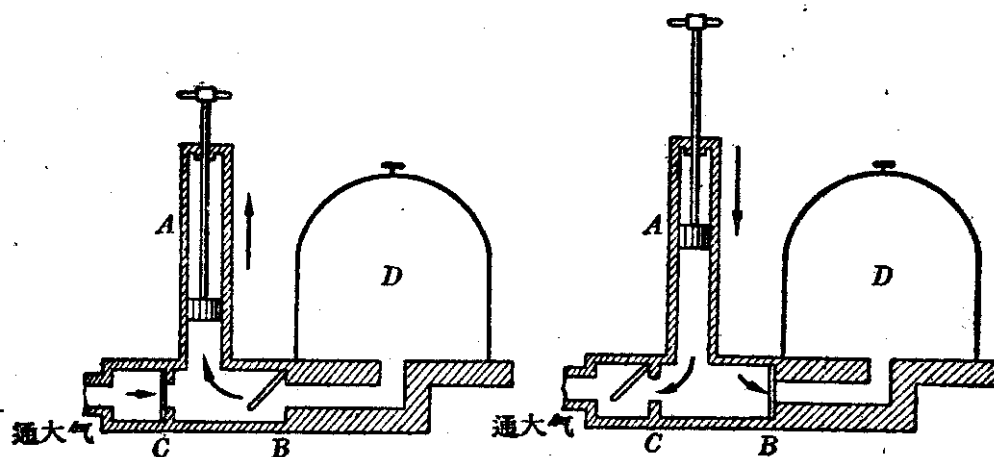


图 3·26 抽气机

2. 打气筒 我們有时要把大量的空气打入一个容器里面去,那就要使用打气筒. 例如脚踏車和汽車的輪胎、足球或籃球的球胎等都需要时常打气. 由于打气筒和抽气机的功用恰好相反,因而閥开关的方式也就不同. 如图 3·27 所示,活塞 P 下面装着一块截面积比筒大的軟橡皮 a , 用来代替一个閥. 当提起活塞 P 时,筒内空气因体积增大而压强变小,于是大气压就迫使筒外空气从活塞周圍的細縫进入筒内. 当压下活塞 P 时,筒内空气因体积縮小而压强变大,于是一方面迫使橡皮 a 紧紧地貼着活塞,不使空气流到筒外去,另一方面打开閥 S , 使空气进入輪胎 T 里面去.

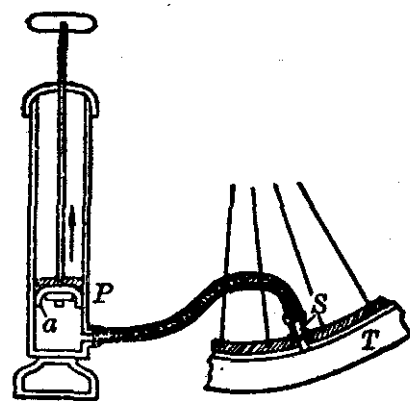


图 3·27 打气筒

由于輪胎里面的空气越打越多,而容积却是一定的,所以空气的压强越来越大,这时我們也就感觉到越打越費力.

3. 抽水机 (图 3·28) 在圓筒 A 里面有一个跟筒壁配合得很紧密的活塞 B . 筒底和活塞上各有一个只能向上开的閥 C 和 D . 当提起活塞时, C 閥关闭, 大气压使水从 E 管推开 D 閥升到圓筒中. 当压下活塞时, D 閥关闭, 迫使水推开 C 閥而进入活塞上方. 再提起活塞时, 活塞上面的水把 C 閥压閉, 而随活塞一起上升, 然后从側管排出. 活塞这样上下移动, 就可以把水連續不断地抽

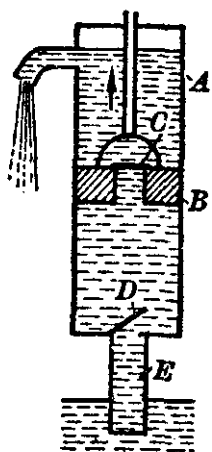


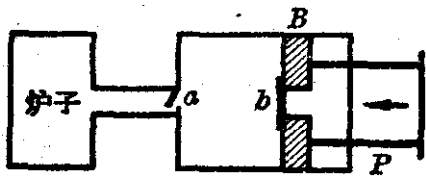
图 3·28 吸取抽水机 上来. 这种抽水机叫做吸取抽水机.

抽水机的种类也不少,除了上面的类型以外,还有压力抽水机、离心抽水机等. 这些抽水机的构造虽然不同,但基本原理却是一样的.

抽水机也叫做水泵,是农业生产上一种很重要的工具.

习 题 3·6

1. 在一种风箱构造的示意图中, a 、 b 是两个向左开放的閥, B 是活塞, P 是把手。根据图说明它的工作原理。



(第 1 题)

2. 试问吸取抽机能够把井深 11 米处的水抽到地面吗?
3. 用抽气机不断抽气, 容器里面的空气越抽越稀, 平时我们称它为接近真空, 你以为真的能抽到一点空气也没有吗? 为什么?

§ 3·7 阿基米德定律

在第一章中我们曾经谈到, 木块总是浮在水面上, 铁总是沉在水中但又浮在水银面上, 并且曾用比重的大小不同来说明这种现象。现在我们要进一步讨论一下。

如果我们用力压住木块使它向水中沉, 不论沉到多少深, 只要一放手, 木块就会立刻浮起来; 而且在压木块下沉的过程中, 我们总是感觉到有一个向上的力阻止我们把木块压下去。从井里吊一桶水, 当桶还在水中的时候, 好象用不到多大力气就可以提起来, 但当它一离开水面, 就感觉到很重。在水中搬一块石头比较容易, 而在岸上搬同一块石头就比较吃力。游泳时我们总是感觉到有一个力托住我们, 不使我们下沉。

这些现象说明, 不论物体全部沉在水中, 或者只是部分地浸在水中, 水总要给它一个向上的托力。这个向上的托力我们就叫它浮力。物体在其他液体或气体中也是这样。例如一个气球, 由于受到空气对它的浮力作用, 一放手就会升到空中去。所以一切液体和气体, 对于浸在它里面的物体, 都有浮力的作用。

现在我们来说明产生浮力的原因。

设有一个正立方体完全浸没在水中, 如图 3·29 所示。这个正立方体的上下、左右、前后都受到水的压力, 但左和右、前和后所受

的压力,方向相反,大小相等,恰好抵消.至于上下两面都与水面平行,上面 AB 受到的向下压力 P ,等于 AB 处的深度、液体比重和 AB 面积三者的乘积;底面 CD 受到的向上压力 Q ,等于 CD 处的深度、液体比重和 CD 面积三者的乘积.两者方向虽然相反,但因两处深度不同 (CD 深度大于 AB 深度),压力 Q 总比压力 P 大.这两个压力的差 $Q - P$ 就是水对这个正立方体的浮力,方向竖直向上.现在我们来做一个实验.

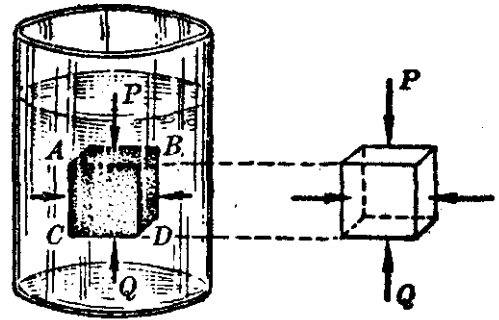


图 3·29 浮力的说明

如图 3·30 所示,架子上悬挂着一根弹簧,弹簧下端吊着一个放着杯子 A 的框子,杯子 A 是空的,框子下面又吊着一块铁块.记下这时弹簧指针的读数.于是把铁块放入一只带有小弯曲管的大杯子中去,杯中装满了水,水面恰好在小弯曲管处(即图中的 B 处),小弯曲管的下端放着一只空的小杯子.当铁块放入大杯子的水中时,我们看到,因为铁块占据了大杯子中水的一部分体积,一部分水即从小弯曲管流到小杯子中去,其体积应恰好等于铁块的体积.同时我们也看到,弹簧缩短了,指针的读数也减少了,这说明水对铁块有浮力作用,使整个装置的重力减少,也就是铁块变

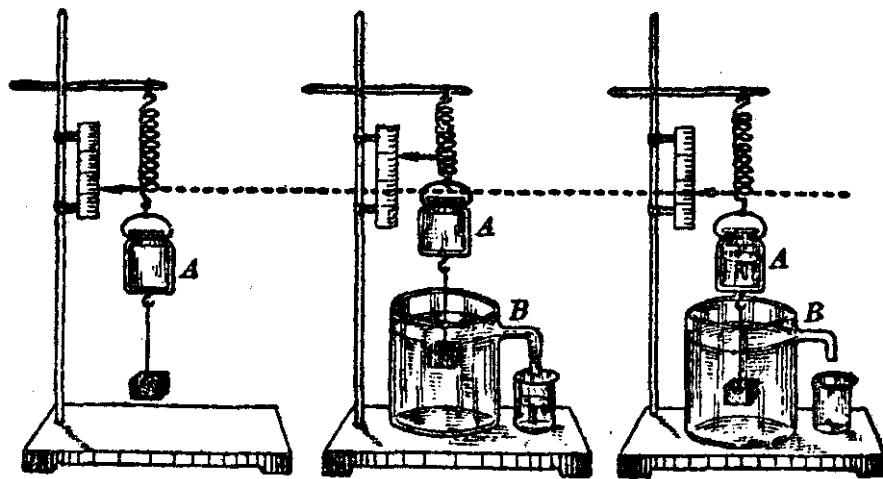


图 3·30 阿基米德定律的证明

輕了。然后，我們把小杯子里面的水慢慢地倒入杯子 A 中去，于是又可以看到，彈簧又逐漸伸長，當小杯子中的水完全倒入杯子 A 中去時，彈簧就恢復了原來的長度，這時指針的讀數和上面所記下的一樣。由此可見，小杯子中水的重量恰好等於鐵塊在水中減輕的重量（也就是等於水對鐵塊的浮力）。如果我們實驗時並不把鐵塊全部浸入水中，例如浸沒一半，也就是使鐵塊排開水的體積減少到一半，用同樣的方法，可以得到這時鐵塊受到的浮力也減小到一半。

如果不用水，而用其他液體如酒精、鹽水等，也得到同樣的結果。如果不用鐵塊，而用其他物體，那麼只要物體和液體兩者不起化學作用，結果也是一樣的。

因此，我們就得到一個結論：浸在液體（或氣體）中的物體，受到一個向上的浮力，浮力的大小等於物體所排開的液體（或氣體）的重量。這是二千多年前希臘學者阿基米德發現的，所以叫它阿基米德定律。

這個定律很有用，也很重要，我們再把它歸納一下。

第一，任何液體或氣體對於浸在它里面的物體（不一定全部浸沒），都要給它一個向上的托力，這個力叫做浮力。所以浮力的方向很明確，總是豎直向上的。

第二，浮力的大小等於物體所排開的液體或氣體的重量，所以實際計算浮力時，要知道物體排開的液體或氣體的體積（這個體積最大不會超過物體本身的體積）和液體或氣體的比重。

第三，當物體全部浸入液體中的時候，浮力的大小與物體浸入的深度無關。因為物體排開液體的重量，並不因為物體浸入的深度不同而改變，所以浮力不變。這從前面計算浮力（圖 3·29）時，我們也很容易看出，如果物體浸得深一些， Q 雖然增大，但 P 也增大了同樣的值，其差還是不變的。物體恰好浸在水面下的浮力，與它浸在容器底部所受到的浮力一定相同。

§ 3·8 物体浮沉原理

从上一节，我們知道，物体浸在液体中时，要受到两个力的作用。一个力是豎直向上的浮力，它等于物体排开的液体的重量，因为物体排开液体的体积可以等于或小于它本身的体积，所以浮力常常是不一定的，但是最大的浮力不会超过与物体同体积的液体的重量；另一个力是豎直向下的物体的重量，它是不变的。物体的浮沉，就决定于这两个力。它可以有下列三种情形：

第一，如果物体的重量大于它所受的最大浮力，即大于与物体等体积的液体的重量，物体就开始下沉，一直沉到容器底部为止。这种物体的比重一定大于液体的比重，如鉄沉在水中。

第二，如果物体的重量等于最大浮力，这时物体在任何位置都可以靜止不动。这种物体的比重一定等于液体的比重。例如鸡蛋的比重稍大于1，放在清水中要沉到水底，但放在濃度适当的盐水中，就可以靜止在盐水中任何位置处。

第三，如果物体的重量小于最大浮力(如把木块压在水中)，物体就要上浮。在上浮过程中，因为只要物体一开始露出液面，浮力就变小，所以物体上浮到它所受的浮力等于它的重量时就停止。这时，物体只有一部分浸在液体中。这种物体的比重总是小于液体的比重。如木块浮在水面上，鉄块浮在水銀面上。

比重大于水的物质做成中間空心的物体，也可以浮在水面上。例如实心的鉄块是要沉在水底下的，但是如果把它制成一个体积相当大的碗的形状，由于能够排开較多的水，那就有可能浮在水面上。用鋼鉄制成的船舶和小艇能够在水面上航行，就是这个道理。

測量液体比重的比重計，也是根据沉浮原理制成的。如图 3·31 所示，它是一根封閉的玻璃管，管下端的球形泡內裝有小

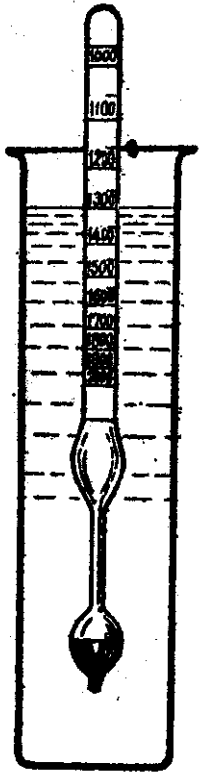


图 3·31 比重計

鉛丸或水銀，使它能够在液体中豎直浮立。比重計的重量是一定的，所以放在比重較大的液体中时，比重計浸在液体中的体积較少，深度也就小一些。如果放在比重較小的液体中，比重計浸在液体中的体积較多，深度就大一些。因此，根据比重計浸入液体的深度的不同，就可以从粘貼在玻璃管内壁的刻度上讀出液体的比重。

其他如軍用的潜水艇，观察气象用的气球等，也是根据沉浮原理制成的。

例 11. 在上面計算浮力的图 3·29 中，如果正立方体每边长 2 厘米， AB 面离水面 5 厘米。求(1) AB 面受到的压力，(2) CD 面受到的压力，(3) 两面所受到的压力差，(4) 立方体所排开的水重。

把末了两个結果比較一下，来驗証阿基米德定律。

【解】 (1) AB 面受到的压力：

AB 面离水面 5 厘米，所以它受到的压强为

$$\text{压强} = 1 \text{ 克/厘米}^3 \times 5 \text{ 厘米} = 5 \text{ 克/厘米}^2.$$

AB 面的面积是 4 平方厘米，所以它受到的压力为

$$\text{压力} = 5 \text{ 克/厘米}^2 \times 4 \text{ 厘米}^2 = 20 \text{ 克}.$$

(2) CD 面受到的压力：

CD 面离水面 7 厘米，所以它受到的压力为

$$\text{压力} = 1 \text{ 克/厘米}^3 \times 7 \text{ 厘米} \times 4 \text{ 厘米}^2 = 28 \text{ 克}.$$

(3) 两面所受到的压力差 = 28 克 - 20 克 = 8 克。

(4) 立方体所排开的水重：

$$\text{立方体的体积} = 2 \times 2 \times 2 \text{ 厘米}^3 = 8 \text{ 厘米}^3.$$

$$\text{此体积的水重} = 1 \text{ 克/厘米}^3 \times 8 \text{ 厘米}^3 = 8 \text{ 克}.$$

因为立方体完全浸在水中，所以立方体排开的水重即为 8 克。

由此可見，立方体排开的水重，等于立方体上下两面所受到的压力差，即立方体受到的浮力。

讀者可以把立方体的 AB 面作为离水面 10 厘米，再按上法求出立方体所受到的浮力，以驗證浮力的大小与物体沉到什么深度沒有关系。

例 12. 一块木板，长 8 厘米，寬 6 厘米，厚 2 厘米，比重为 0.4 克/厘米³，浮在水面。一只小牛蛙蹲在上面，則木板上边恰与水面相齐平，問这只小牛蛙有多少重？

【解】 (1) 木板的体积是 $8 \times 6 \times 2$ 厘米³ = 96 厘米³，所以与木板同体积的水重 = 1 克/厘米³ \times 96 厘米³ = 96 克。这就是小牛蛙蹲在木板上时木板受到的浮力，方向豎直向上。

(2) 木板的重量是 0.4 克/厘米³ \times 96 厘米³ = 38.4 克。設小牛蛙的重量为 x 克，則木板受到的方向豎直向下的力为 $(38.4 + x)$ 克。

(3) 現在木板不再下沉，也不上浮，它受到的两方面的力應該相等，即

$$38.4 + x = 96,$$

$$\therefore x = 57.6 \text{ 克},$$

也就是說，小牛蛙重 57.6 克。

例 13. 某物体重 250 克，完全浸入水中时重 218 克。求物体的体积和比重。

【解】 (1) 物体浸入水中的重量是小了，这是因为它受到水的浮力的关系，因此，物体受到的浮力就是

$$250 \text{ 克} - 218 \text{ 克} = 32 \text{ 克}.$$

(2) 物体既然完全浸入水中，它排开的水的体积，就等于物体本身的体积，所以，这个浮力就等于和物体同体积的水重，設物体的体积为 V ，則

$$32 \text{ 克} = 1 \text{ 克/厘米}^3 \times V$$

$$\therefore V = 32 \text{ 厘米}^3.$$

(3) 現在已經知道物体的重量是 250 克, 体积是 32 厘米³, 所以

$$\text{物体的比重} = \frac{250 \text{ 克}}{32 \text{ 厘米}^3} = 7.8 \text{ 克/厘米}^3 \text{ (約)}.$$

例 14. 气球的容积是 1500 米³, 里面充滿氫气. 球壳和吊籃合計重 250 公斤. 問在标准状况下, 这个气球能不能带五个各重 65 公斤的乘客上升.

【解】 阿基米德定律也适用于浸在气体中的物体, 本題就是一个例子. 現在我們一步一步地来解.

(1) 气球里面充滿氫气, 氫气在标准状况 (即温度为 0°C, 大气压是 760 毫米水銀柱高) 下的比重 = 0.09 公斤/米³. 所以这个气球中氫气的重量 = 0.09 公斤/米³ × 1500 米³ = 135 公斤.

再加上球壳和吊籃的重量 250 公斤, 所以气球的总重量 = 250 公斤 + 135 公斤 = 385 公斤.

这个力的方向豎直向下, 对气球的作用是使它向地面豎直降落, 也就是阻止气球上升.

(2) 气球浸在空气中, 它排开了和它同体积 (即 1500 米³) 的空气, 所以空气对气球的浮力應該等于 1.29 公斤/米³ × 1500 米³ = 1935 公斤. 这个力的方向豎直向上, 对气球的作用是使气球上升.

(3) 使气球上升的力和阻止气球上升的力之間的差等于
1935 公斤 - 385 公斤 = 1550 公斤.

这是使气球上升的淨力.

(4) 五个人, 每人 65 公斤, 共重 325 公斤. 如果把这五个人都帶在气球上, 則阻止气球上升的力要增加 325 公斤. 但它和使气球上升的淨力 1550 公斤相比, 还是小得多. 所以, 这个气球是能够帶这五个乘客上升的.

习 题 3·8

1. 两个物体的重量不等, 而体积相同, 試問浸在同一液体中所減輕的重量是否相等.

2. 打撈沉船时, 常常把裝滿水的大金属圓桶沉入水中, 拴在沉船兩側, 然后用空气把金属圓桶里面的水压出来, 使沉在水中的船浮出水面, 这是什么緣故?

3. 魚类为什么能够在水中自由沉浮?

4. 船从河中开到海洋中时, 是沉下一些还是浮起一些?

5. 在木棍下面系一块鉛, 做成一个可以豎立在液体中的浮体. 先把木棍放到水中, 再把它放到煤油中, 木棍都浮在液面上. 問木棍在水中还是在煤油中沉得深些? 为什么?

6. 有一个重 390 克的金属球, 浸在水中时重 340 克, 你能知道这个球体是用什么金属制成的嗎?

7. 一块体积为 800 厘米³的木块浮在水面上, 恰好排开 500 厘米³的水, 求木块的比重.

8. 要把 100 克重的木块 (比重 = 0.8 克/厘米³) 浸入水中, 須用多大的力?

9. 輪船进港后卸下了一部分貨物, 因此吃水深度减少了 60 厘米 (即輪船上浮了 60 厘米). 假定輪船底的截面积是 5000 米², 問卸下的貨物有多重?

本章提要

本章提要拟采用編者小結和讀者回答問題相結合的方法进行. 前者是把本章分成几个小单元, 并把这些单元的主要結論写出来; 后者是根据这个主要結論和书中的內容, 提出几个問題来要求讀者回答.

1. 帕斯卡定律 加在密閉的液体或气体上的压强, 能够按照它原来的大小, 由液体或气体向各个部分和各个方向傳遞.

【問題】

(1) 液体和气体傳遞压力与固体有什么不同?

(2) 液体和气体傳遞压强, 会不会在某些方向上大一些? 某些方向上小一些?

(3) 这个定律应用在水压机上,可以得到怎样的一个关系式?它表示什么意思?

2. 液体内部(包括对容器侧壁和底部)的任何方向都有压强 在同一深度,向各个方向的压强都相等,深度增加,压强也成正比地增大。

【問題】

(1) 液体对容器底部和容器侧壁的压强的方向怎样?

(2) 求液体对容器侧面的压力,应该怎样进行计算?

(3) 写出压强公式.为什么求在液体中某一深度处的压强时,只要求它的向下压强就够了?这时,向上压强,向左、向右、向其他方向的压强等于什么?

(4) 容器底面受到的压强和容器的形状有关系吗?说明一下。

(5) 在连通器中,如果只灌入一种液体,则各管子中的液面将是怎样的?证明一下。

(6) 最简单的连通器是U形管.怎样利用U形管来测定液体的比重?根据的原理是什么?

3. 围绕地球 200 多公里的这个巨大的空间,充满着空气 这个巨大的空气层,我们叫它大气,它对地面物体的压强叫做大气压强。

【問題】

(1) 大气压强的单位有哪几种?

(2) 求大气压强时,为什么不能用压强 = 比重 × 深度这个公式?

(3) 测定大气压的托里拆利实验是怎样做的?它和管径的粗细有关吗?

(4) 大气压强随着高度而变化,在标准状态下是怎样的一个数字?

(5) 说明两种气压计的结构和用法。

(6) 说明抽气机、打气筒和抽水机的构造和作用。

4. 阿基米德定律 浸在液体中(或气体中)的物体受到向上的浮力,浮力的大小等于物体所排开的液体(或气体)的重量。

【問題】

(1) 当物体全部浸在液体中的时候,为什么它所受到的浮力与物体浸入液体的深度没有关系?

(2) 物体的沉浮有哪三种情形?和液体的比重有什么关系?

(3) 根据本章所述,测定液体的比重有哪几种方法?你还有其他方法吗?是否可以用阿基米德定律来测定?

(4) 人在大气中会受到空气的浮力吗?为什么人并不浮在空中呢?

复习题三

1. 大水桶的箍靠近桶底的地方粗一些,为什么?
2. 比较把一块砖头平放在地上和竖放在地上时,对地面的压强有什么不同?
3. 一只长方形的水箱长60厘米,宽50厘米,深40厘米,贮满了水,求底面上和四个侧面上受到的压强和压力.
4. 海水的比重为 1.03 克/厘米^3 .有一艘潜水艇,潜入水中50米深处.问潜水艇每平方米的面积上受到多大压力?
5. 一根玻璃管中放入水银、水、油(比重 $=0.9 \text{ 克/厘米}^3$)三种液体.设水银深2厘米,水深3厘米,油深1.5厘米.求管底所受的压强.
6. 将钢笔套或小瓶内的空气吸出,即能附着在口唇或舌尖上,不会落下来,试说明原因.
7. 蒸汽锅中蒸汽的压强是12个大气压,问它的压强是每平方厘米多少公斤?
8. 一座木制的房子,长4米,宽3米,高3.5米.问大气对屋顶及前墙的压力各多少?为什么木屋不会倒下来?
9. 一个青年右手携水一桶,重20斤,左手携鱼一条,重1斤.设鱼的比重和水相同.如果把这条鱼投入水桶,水并未溢出,问鱼这时净重多少?又携桶的力是多少?
10. 有一块银铜合金,在空气中重25克,在水中重22.4克,问合金中含银铜各若干?
11. 一根弹簧秤,悬挂80克的金属块后伸长8厘米(金属块比重为 8 克/厘米^3),如果将金属块全部浸入水中,这时弹簧秤伸长几厘米?

第四章 勻速直綫运动

本章和下一章将要討論物体在直綫上的运动——直綫运动，也就是要研究物体在直綫运动中的位置与时间的关系。直綫运动是一种最简单和最基本的运动形式，除这种形式的运动外，在第十二章和第十五章中还要討論物体的曲綫运动和轉动。

按照物体运动时的快慢均匀与否，物体的直綫运动可以分为勻速直綫运动和变速直綫运动。本章先討論勻速直綫运动，下一章再討論变速直綫运动。

此外，本章还要討論一些重要的概念（如平动、参照物、质点、矢量等）和处理問題的方法（如运动的合成、速度的合成和分解）。

§4.1 机械运动

我們知道世界上存在着各种各样的物质（如銅、鉄、空气、水等），它們都是在不断地进行着各种各样的变化（如位置的变化、状态的变化等等）。因此我們說，物质总是在不断地发展着和变化着，或者说，物质总是在运动着。这里，运动的含义不仅指物体从一个位置移到另一个位置的变化，还包含着各种各样的变化在內。

在物质的各种各样和千变万化的运动形式中，有一类是我們在生产和日常生活中所經常遇到的运动形式，即物体位置的变化。例如各种交通工具的运行，各种机器的运轉，机器各个部件的运动，大气和河水的流动，天体的运行等等。这种形式的运动，我們称它为**机械运动**。机械运动是一种最简单的运动形式。

世界上的一切物体都在不停地运动着，所以运动是绝对的。但是，当我们要研究一个物体的运动时，总是要先选择好另一个物体作为标准（或者说假定另一个物体是不动的），然后观察物体对这个标准的物体所发生的变化情况，从而确定它的运动情况。例如，当我们研究火车的运动时，总是选择铁路的路基（或某一个车站）作为标准；研究车床上车刀的运动时，总是选择车床的基台为标准，等等。其实，铁路的路基、车床的基台都是固定在地面上的，由于地球有自转和公转，因而它们也跟着地球在运动，现在我们只是假定它不动吧了。

这个被选择用来作为标准的物体，我们叫它**参照物**。

用不同的参照物来研究同一物体的运动情况，可以得出不同的结论。例如当你坐在正在行驶着的公共汽车中时，如果用公共汽车作为参照物，你是静止不动的，因此可以说你没有运动；如果用地面（如地面上某一车站）作为参照物，那么你是在跟着公共汽车从一个车站到另一个车站，也就是说你是在运动着。凡是所观察到的和描述的物体的运动情况都是相对的。

一个物体相对于假定为不动的物体的位置的变化，叫做相对运动。

在研究一个物体的运动时，首先必须选定一个参照物，然后才能求出这个物体对这个参照物的运动情况。至于参照物如何选定，可以根据问题的性质来决定，但在大多数情况下，都取地球或某些对地球来说是不动的物体（如桌子、车站、房屋等）作为参照物。在以后的讨论中，如果不特别指出参照物是什么？那就是表明以地球作为参照物。

§ 4.2 质点的运动

物体的机械运动虽比其他类型的运动简单，但也很复杂。例如地球既绕太阳转动，又绕自己的轴——地轴转动；汽车的轮盘既

在向前移动又繞自己的軸轉动；炮彈在空中既飞行又旋轉等等。現在我們來討論一种最簡單的机械运动，叫做**固体的平动**。

固体作平动的特征是：在物体上所引的任何一条直綫，在运动

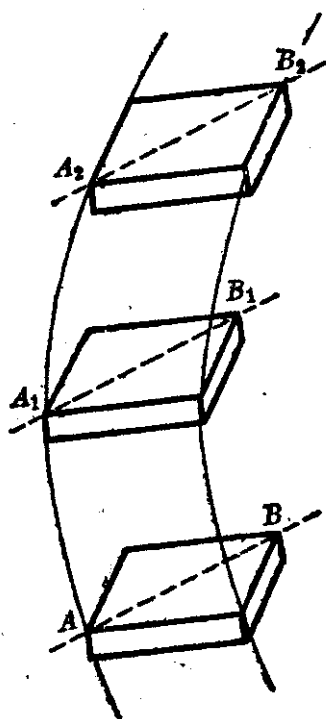


图 4·1 一块长方形物体在作平动

过程中，总是跟它原先的方向保持平行。在作平动的固体中，所有各点的运动是完全相同的。例如，图 4·1 表示一块长方形物体在作平动。AB 是物体上的任意一直綫，它在运动过程中，总是保持平行，即 $A_2B_2 \parallel A_1B_1 \parallel AB$ 。另一方面也可以看出，A 点的运动和 B 点以及其他各点的运动是完全相同的。例如，抽屜从桌內拉出、拉进的运动，蒸汽机或內燃机活塞的运动，火車車廂在平直軌道上的运动，車刀在車床上的运动等等，都可以看作是平动。

既然固体在作平动时，所有各点的运动情况完全相同，那么，物体上任何一点的运动都可以代表整个物体的运动。因此，我們在研究固体的平动时，就可以不考虑物体的大小和形状，而只要研究其中任何一点的运动就可以了。也就是說，可以用一个点来代替整个物体。

我們以后經常会遇到，在研究一个物体的运动时，根据问题的性质，可以不考虑它的形状和大小，而把整个物体当作一个点来看待。这种点我們叫它**质点**。例如研究地球繞太阳轉动时，因为它們間的距离很远很远，故可以把很大的太阳和地球都当作质点来处理。

这样，研究固体的平动，就可以归結为研究质点的运动了。

运动的质点依次通过 A_1 、 A_2 、 A_3 ... 点連成的綫，叫做质点运动的**軌迹** (图 4·2)。例如把鉛笔尖在紙上划过，紙上所留下的一条痕迹就表示鉛笔尖运动的軌迹；向上斜抛的皮球，在空中描繪

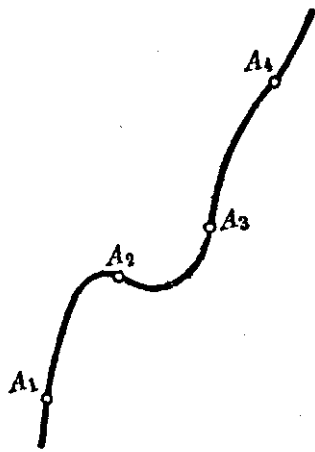


图 4.2 质点运动的轨迹

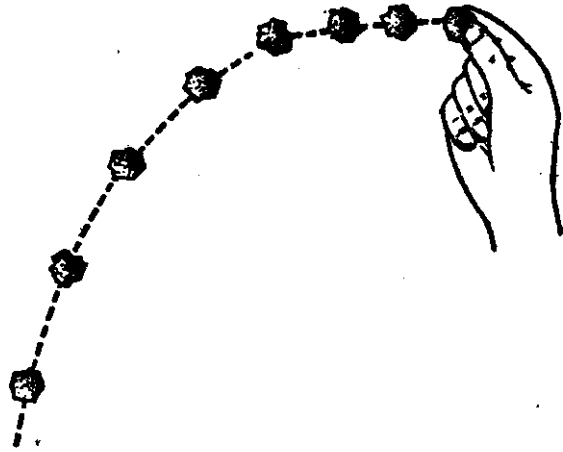


图 4.3 平抛出去的石块的运动

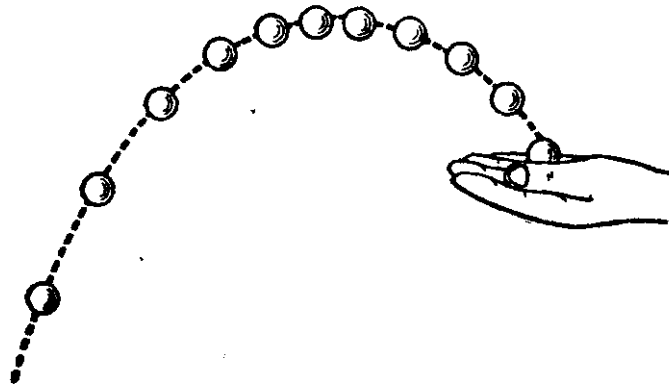


图 4.4 斜抛出去的小球的运动

出一条曲线,这就是皮球在空中运动的轨迹。

按照轨迹来分,质点的运动可以分为直线运动和曲线运动。火车在平直轨道上行驶,石块在空中降落等,都是直线运动的例子。曲线运动是多种多样的,平抛一块石头(图 4.3)或斜抛一个皮球(图 4.4)都是曲线运动中比较简单的例子。

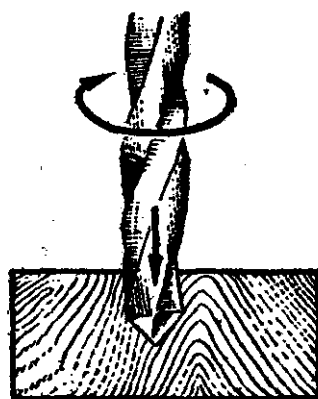
习 题 4.2

1. 我们平常说太阳出来了或者太阳落下去了,是用什么东西作为参照物的?
2. 两辆在公路上行驶的汽車,在某一段时间内,它们的距离保持不变。试说明,用什么物体作为参照物时,这两辆汽車都是静止的;用什么物体作为参照物时,它们又是运动的?
3. 你坐在桌边看书。试说明:用什么作为参照物时,你是静止不动的?

用什么作为参照物时,你是在运动着?

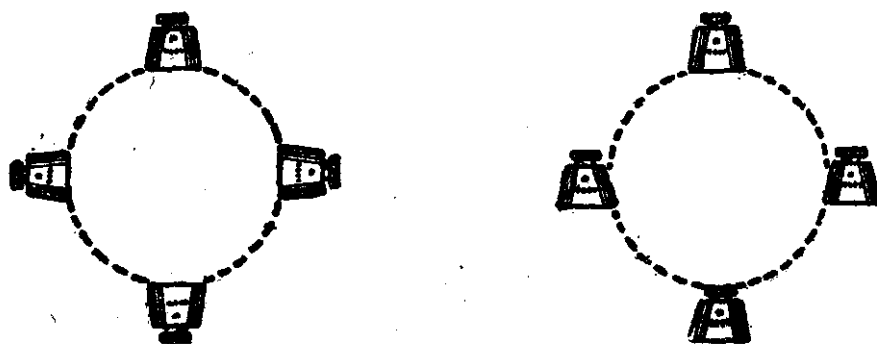
4. 小孩从滑梯上滑下,鋼球沿斜槽滾下,两手松开后石块自由落下,这些物体的运动是否都是平动?

5. 分別說出下面三种运动是否平动? 并說明理由: (1)釘子被釘入牆壁时,釘子的运动; (2)用脚踏踏板使自行車行駛时,踏板的运动; (3)钻头钻入木板时,钻头的运动(見附图)。



(第5題)

6. 如附图所示,把一个墨水瓶繞一圓周运动。問哪一种是平动? 哪一种不是平动? 为什么?



(第6題)

§ 4.3 路程和位移

設质点在某一段時間內,从一个位置 O 运动到另一个位置 M (图 4.5), 于是我們說质点走过了一段路程 OM . 路程的长短是以沿质点运动的軌迹来量度的,也就是图中的曲綫段 OM 的长度.

运动质点的位置变化还可以用另一种方法来表示,即用直綫

段 OM 来表示。这根綫段 OM ，就叫做 M 点对 O 点的位移。

在直綫运动中，路程和位移的大小有时相等，有时不相等。例如，某人向东走 10 米，再继续向东走 8 米，则他所走过的路程一共是 18 米，位移是 18 米向东（即现在的位置在原来位置的东边 18 米），数值上都是 18 米，因而是相等的；如果这人先向东走 10 米，再向西走 8 米，则他所走过的路程

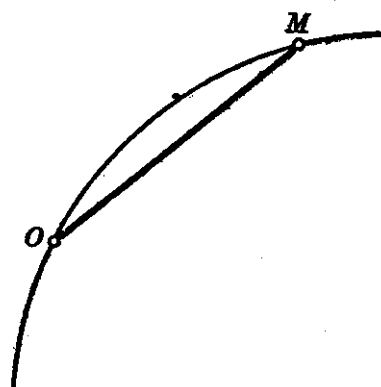


图 4·5 路程和位移

仍是 18 米，但位移只有 2 米向东（即现在的位置在原来位置的东边 2 米），因而它们的数值就不相等了。又如竖直上抛一个小球后，过一会儿又落回到你的手中，假如小球到达的最大高度为 10 米，则路程是 20 米，而位移则等于 0，因为小球仍旧落回到你的手中，经过这段时间，小球的位置并没有发生变化。

由此可见，位移有一个方向在里边，如以上的例子那样，如果以向东为正，向西为负，则位移为 $10 \text{ 米} + (-8 \text{ 米}) = 2 \text{ 米}$ ，是正，所以在东边；抛小球的例子也如此，如果以向上为正，向下为负，则位移为 $10 \text{ 米} + (-10 \text{ 米}) = 0$ ，这表示小球的位置并未发生变化。路程则只计大小，不计方向。

在本章所讨论的匀速直綫运动中，路程和位移的大小是相等的，因而以后不再把它们区别开来，而一律写作路程。

在曲綫运动中，路程和位移大小的不同比较明显。如以上所述的图 4·5 中，曲綫段 OM 的长度表示路程，直綫段 OM 的长度表示位移大小。

这种不但要知道它的大小，而且还要知道它的方向才能确定的物理量叫做**矢量**。例如以前讲过的力（包括重力、压力、浮力等）、位移，和下面就要讲到的速度、加速度等都是矢量。可以只由大小来确定的物理量叫做**标量**，如以前讲过的长度、面积、时间、路程

和以后要讲到的功、能量等都是标量。

一个矢量规定用具有一定长度的带箭头的线段来表示。线段的长度表示这个矢量的大小，箭头表示它的方向。例如某物体，在某一段时间内，向东走了9米。如果我们用1厘米长的线段代表3米，那么作一根3厘米长的线段就可以代表9米。为了表示方向向东，在线段东面的一端画一个箭头（图4.6）。这和第三章中讲过的力的图示法完全相同。

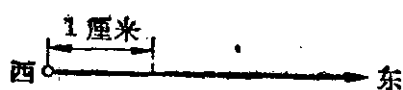


图4.6 位移向东9米

习 题 4.3

1. 为什么路程不能很好地表示质点在运动中的位置变化？如果我们说质点的位移是3米，它表示什么？
2. 一个人沿一个半径为5米的圆圈走了一圈，问他走了多少路程？位移等于多少？
3. 一个人拖着一辆载货车，用力5公斤，方向和地面成 30° 角。用线段把这个力表示出来。

§ 4.4 匀速直线运动

我们知道，飞机比汽车走得快，汽车又比帆船走得快。我们也知道，火车刚从车站开出时走得慢一些，后来就逐渐快起来，而在到达另一个车站时又慢下来。这些现象说明，不同物体的运动有快有慢，同一物体的运动也有时快，有时慢，因此情况是比较复杂的。我们现在要讨论的是始终在一直线上的快慢均匀的运动。这种运动叫做匀速直线运动。

匀速直线运动的特征是：在任意相等的时间内通过相等的路程。根据这一特征，我们可以看出：物体在作匀速直线运动时，它所通过的路程和所用的时间的比是一个不随时间改变的量。

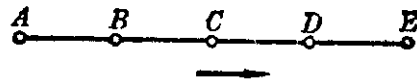


图 4·7 匀速直线运动

图 4·7 表示一个物体在作匀速直线运动。它在第 1 秒内通过的路程为 AB ，第 2 秒内通过的路程为 BC ，……。由于各段的时间相等，所以通过的各段路程也相等，即 $AB = BC = CD = \dots = 5$ 米（假设为 5 米）。如果我们从 A 点起计算路程和时间，就可以把物体在不同时间内通过的路程列成下表：

时 间 t (秒)	路 程 S (米)
$t_1 = 1$	$S_1 = AB = 5$
$t_2 = 2$	$S_2 = AC = 10$
$t_3 = 3$	$S_3 = AD = 15$
$t_4 = 4$	$S_4 = AE = 20$
.....

从上表很容易看出，路程随着时间的增加而增加。同时，还可以看出，路程与对应的时间的比，

$$\frac{S_1}{t_1} = \frac{S_2}{t_2} = \frac{S_3}{t_3} = \frac{S_4}{t_4} = \dots = 5$$

是一个不随时间而改变的常量。

这个比值可以用来说明物体运动的快慢。比值大，说明物体运动得快；比值小，说明物体运动得慢。我们把这个比值叫做**速度**，并且列出速度的定义如下：

运动物体所通过的路程和通过这段路程所用的时间的比叫做物体运动的速度。

我们通常用字母 v 表示速度。在匀速直线运动的情况下，可以用任意长短的一段路程 S 和相对应的时间 t 来求速度，即

$$v = \frac{S}{t}. \quad (4.1)$$

等式(4.1)是匀速度(即匀速直线运动的速度)的定义式。如果把它改写成

$$S = vt, \quad (4.2)$$

我们就叫它为匀速直线运动公式。它说明：物体在作匀速直线运动时，通过的路程跟它所用的时间成正比。

现在我们来谈谈速度的单位。根据(4.1)式，速度的单位是路程单位和时间单位的组合。如果路程用1厘米作为单位，时间用1秒作为单位，则速度的单位是1厘米/秒。在实际应用中还常用1米/秒，1公里/秒和1公里/小时等作为速度的单位。

1厘米/秒读做1每秒厘米，1米/秒读做1每秒米，1公里/小时读做1每小时公里，等等。

速度也是一个矢量，因为它不仅要指明快慢，而且要指出方向，才有实际意义。例如我们讲风的速度吧，如果我们只知道今天的风速是14米/秒是不够的，因为不知道它的方向，就不能利用它或者防备它。又如一只船要摇到对岸去，不仅决定于划行的快慢，而且与船头的指向有关。

因此，表示一个速度时，和位移一样，规定用线段的长度表示速度的大小，用箭头表示它的方向。图4.8表示两个运动物体的速度：一个向东60公里/小时；一个向北40公里/小时。图中每一个小线段代表10公里/小时。

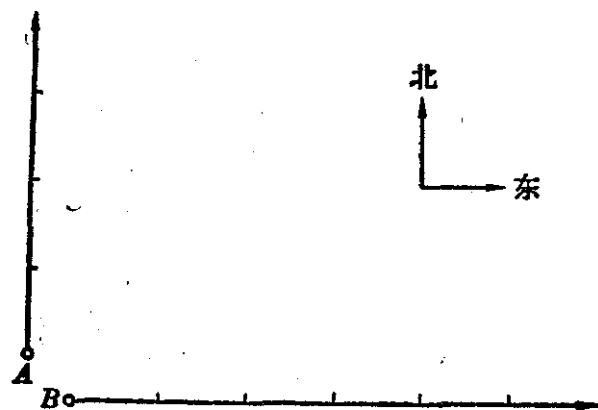


图4.8 表示不同速度的矢量

最后，还要请读者注意

下列三点：

第一，匀速直线运动定义中的“在任意相等时间内”这几个字的意思是：如果一个沿直线运动的物体在第1秒钟内走10米，第2秒钟内走10米，第3秒钟内也走

10 米……，那还不能确定这个物体是否在作匀速直线运动。因为按照定义是任意相等时间内通过相等的路程，因此，还必须考虑它是否每 $1/10$ 秒走 1 米，每 $1/100$ 秒走 0.1 米，每 $1/1000$ 秒走 0.01 米……。所以必须在任意相等时间内物体通过的路程都相等，物体的运动才是匀速运动，并且轨迹是直线的匀速运动，才是匀速直线运动。

第二，按照这样的定义，严格地讲，匀速直线运动在自然界中是不存在的。可是为了使问题简单起见，往往把有些速度变化不大的运动作为匀速直线运动来处理。例如在两车站中段笔直轨道上行驶的火车，在路面平坦的公路上行驶的汽车，在直的跑道上作百米赛跑，等等，都可以作为匀速直线运动来处理。

第三，速度的单位可以用 1 厘米/秒，也可以用 1 米/秒和 1 公里/小时。有时需要变换单位，例如要把 60 公里/小时化为多少厘米/秒，我们可以列出一个算式：

$$60 \text{ 公里/小时} = 60 \times \frac{100,000 \text{ 厘米}}{3600 \text{ 秒}} = \frac{10,000}{6} \text{ 厘米/秒,}$$

式中，分子上的 100,000 是因为 1 公里 = 100,000 厘米；分母上的 3600 是因为 1 小时 = 3600 秒。

又如，把 14 米/秒化为多少公里/小时，也可以列出一个算式：

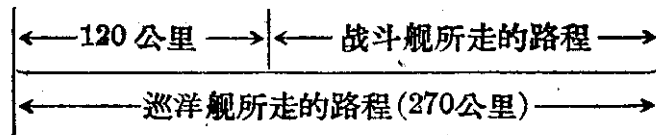
$$14 \text{ 米/秒} = 14 \times \frac{\frac{1}{1000} \text{ 公里}}{\frac{1}{3600} \text{ 小时}} = 50.4 \text{ 公里/小时,}$$

式中，分子上的 $\frac{1}{1000}$ 是因为 1 米 = $\frac{1}{1000}$ 公里；分母上的 $\frac{1}{3600}$ 是因为 1 秒 = $\frac{1}{3600}$ 时。

例 1. 一艘轻巡洋舰用 90 公里/小时的速度追赶在它前面 120 公里处的一艘战斗舰。轻巡洋舰追了 270 公里才赶上。求战斗舰的速度。

【解】 (1) 做这种题目时, 最好先根据题意, 作一个图. 这样, 可以把题目中的主要意义在图上反映出来, 情况就比较明确. 然后再根据图列出方程式.

(2) 依据题意作下图:



(3) 设战斗舰的速度 = u , 巡洋舰追赶时所用的时间 = t . 在这段时间 t 中, 巡洋舰行驶了 270 公里, 战斗舰行驶了 $270 - 120 = 150$ 公里.

(4) 由巡洋舰的运动, 得:

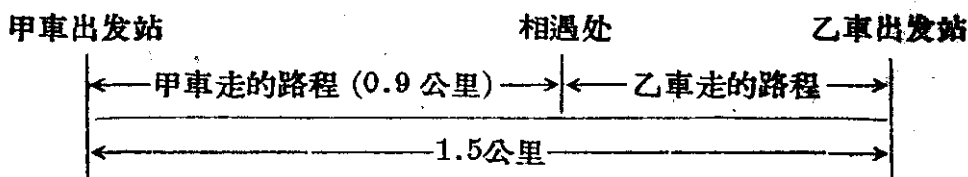
$$t = \frac{S}{v} = \frac{270 \text{ 公里}}{90 \text{ 公里/小时}} = 3 \text{ 小时.}$$

(5) 由战斗舰的运动, 得战斗舰的速度是

$$u = \frac{S}{t} = \frac{150 \text{ 公里}}{3 \text{ 小时}} = 50 \text{ 公里/小时.}$$

例 2. 甲、乙两车, 从相距 1.5 公里的两站同时出发, 相向而行, 并在距甲车出发站 0.9 公里处相遇. 如果甲车的速度为 40 公里/小时, 求乙车的速度.

【解】 (1) 根据题意作下图:



(2) 设从两车出发到相遇时所化的时间 = t , 乙车的速度 = u , 则根据上图, 对甲车讲, 它在 t 时间内走了 0.9 公里, 所以

$$t = \frac{S}{v} = \frac{0.9 \text{ 公里}}{40 \text{ 公里/小时}} = 0.0225 \text{ 小时.}$$

对乙车讲, 它在 t 时间内走了 $1.5 \text{ 公里} - 0.9 \text{ 公里} = 0.6 \text{ 公里}$, 所以乙车的速度是

$$u = \frac{S}{t} = \frac{0.6 \text{ 公里}}{0.0225 \text{ 小时}} = 26.67 \text{ 公里/小时}.$$

习 题 4.4

1. 54 公里/小时的速度合多少米/秒? 600 厘米/秒合多少公里/小时? 20 米/秒合多少公里/小时?

2. A、B 两汽车都作匀速直线运动, A 在 20 秒内走过 300 米, B 在 5 分钟内走过 9 公里. 那一辆汽车的速度比较大?

3. 有甲、乙两物体都作匀速直线运动; 甲的速度为 5 厘米/秒, 乙的速度为 10 厘米/秒; 甲物体在乙物体前面 20 厘米处, 而且比乙物体早 2 秒运动. 问 (1) 当乙物体开始运动时, 两物体间的距离是多少? (2) 乙物体要用多少时间才能赶上甲物体? (3) 这时乙物体离开出发点有多少远?

4. 步兵通讯员以每小时 5 公里的速度从兵营向目的地走去, 在他出发后 5 小时, 同营的骑兵通讯员用每小时 30 公里的速度追赶, 问需要多少时间才能赶上.

5. 逆流航行的轮船的速度是 14 公里/小时, 在 4 小时内从一个码头到达了另一个码头. 如果它顺流返回时速度为 5.6 米/秒, 求它返航时需要多少时间?

§ 4.5 匀速直线运动的速度图线和路程图线

在研究物体的运动时, 我们不但可以用数学式子来表示运动的规律, 还可以用图线来表示. 例如公式 $S = vt$, 就是用来表示匀速直线运动规律的数学式子; 它表示物体在作匀速直线运动时, 路程怎样跟着时间增加. 我们现在要讨论两种图线, 一种表示路程跟时间变化规律的, 叫做**路程图线**, 另一种表示速度跟时间变化规律的, 叫做**速度图线**.

1. 路程图线 在一张纸上画两根互相垂直的直线 OS 和 Ot (图 4.9). 这两根直线叫做坐标轴, Ot 是时间轴, OS 是路程轴. 两轴交点 O 表示时间和路程的起点, 叫做原点. 在 Ot 轴上截取许多相等的线段, 使每一线段代表一定长短的时间 (如图 4.9 中每

一綫段代表 1 秒)。同样，在 OS 軸上也截取許多相等的綫段，使每一綫段代表一定长短的路程（如图 4·9 中每一綫段代表 1 米）。这样，我們就可以利用图中的各点来表示物体运动的不同情况。例如图 4·9 中的 A 点就表示运动物体在 3 秒內通过了 4 米的路程， B 点表示运动物体在 8 秒內通过了 2 米的路程，等等。

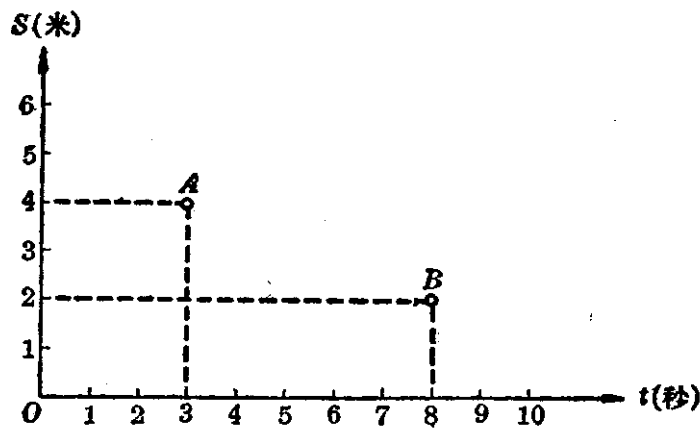


图 4·9 表示時間和路程的坐标軸

現在我們来作速度 $v=2.5$ 米/秒的匀速直綫运动的路程图綫。依照公式 $S=vt$ 計算出物体在 2、4、6……秒內所通过的路程，并把計算結果写在下表中。

时 間 (秒)	0	2	4	6
路 程 (米)	0	5	10	15	

用上面讲的方法，画出上表中各点，即 $t=2, S=5; t=4, S=10; t=6, S=15; \dots$ 。把这几点連接起来，就得到一条直綫 OB ，如图 4·10 所示（在这張图中，我們在時間軸上取每一綫段代表 1 秒，在路程軸上取每一綫段代表 2 米）。

由此可見，匀速直綫运动的路程图綫是一条直綫。

从匀速直綫运动的路程图綫中，我們可以看出下列几点：

第一，我們可以从图綫上知道运动物体在任何一段時間內所通过的路程。例如在图 4·10 中，我們要知道物体在 3 秒內所通过的路程，就可以在 Ot 軸上相当于 3 秒的 N 点作一垂綫，它与 OB

交于 P ，从 P 点作 OS 轴的垂线。这一垂线交 OS 于 M 点， OM 的长度就是物体在 3 秒内所通过的路程，根据 OS 轴上注明的数字，知道这段路程是 7.5 米。

第二，与上相同，可以从图线上读出运动物体通过任何一段路程所用的时间。

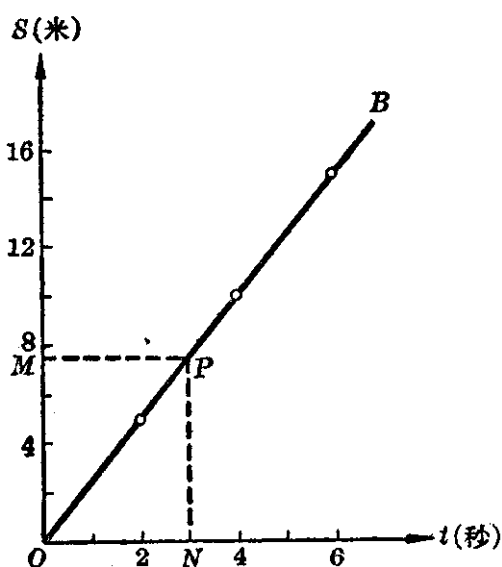


图 4.10 匀速直线运动的路程图线

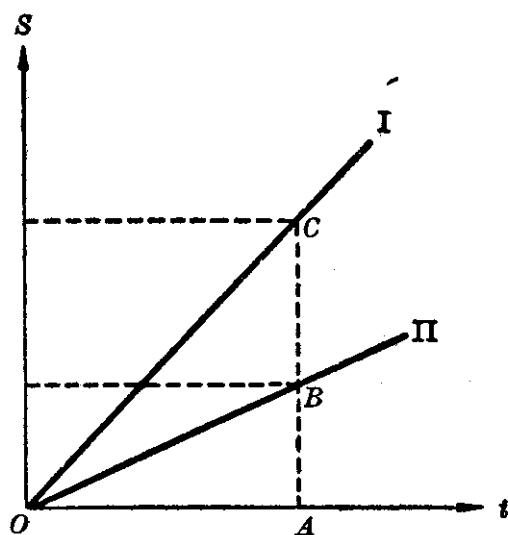


图 4.11 两条匀速直线运动的路程图线

第三，可以从路程图线上看出哪一个运动的速度比较大。如图 4.11 表示两个作匀速直线运动的路程图线。我们在时间轴上任意取定一个时间，作垂直于时间轴的直线 ABC ，分别交图线 I 和 II 于 C 和 B 。则对于图线 I 讲，在这段时间内物体所通过的路程是 AC ；对于图线 II 讲，在这段时间内物体所通过的路程是 AB ；由于 AC 大于 AB ，所以，在相同时间内，作第一个运动的物体（图线 I）比作第二个运动的物体（图线 II）所通过的路程大，也就是第一个运动的速度比第二个运动的速度大。

2. 速度图线 同作路程图线一样，先要取好坐标轴，一根叫时间轴 Ot （图 4.12），另一根叫速度轴 Ov 。在两根轴上也分别截取相等线段代表一定的时间（如 1 秒）和速度（如 1 米/秒）。由于匀速直线运动的速度不随时间而改变，所以它的图线是平行于时间轴的直线 MN 。在这个图中的速度是 $v=4$ 米/秒。

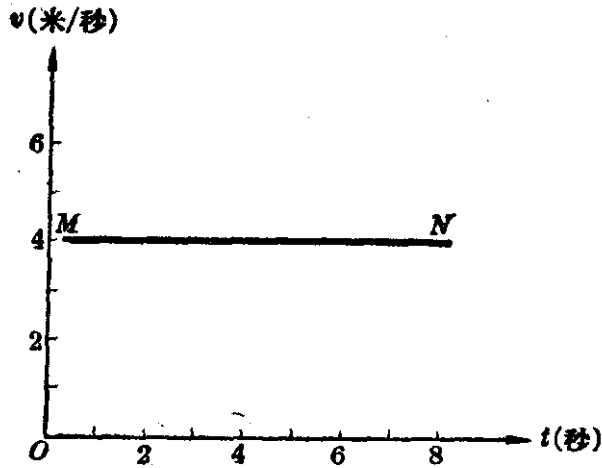


图 4.12 匀速直线运动的速度图线

例如，有一个骑自行车的人，用 5 米/秒的速度作匀速直线运动。我们分别用每一线段代表 1 秒和 1 米/秒。根据匀速直线运动的定义，我们可以作出下表（0 秒是开始计算时间的时刻，那时速度也是 5 米/秒）：

时间 (秒)	0	1	2	3	4
速度(米/秒)	5	5	5	5	5

画出表中所列各点，连接起来就得到直线 PM (图 4.13)。显然，它是平行于时间轴的直线。

根据速度图线，我们可以求出在某一段时间内所通过的路程。我们知道，按照匀速直线运动的规律，路程等于速度和时间乘积；在图 4.13 中， ON 与 OP 的乘积，在数值上代表运动物体在 7 秒内所通过的路程，同时它又是长方形 $OPMN$ 的面积。

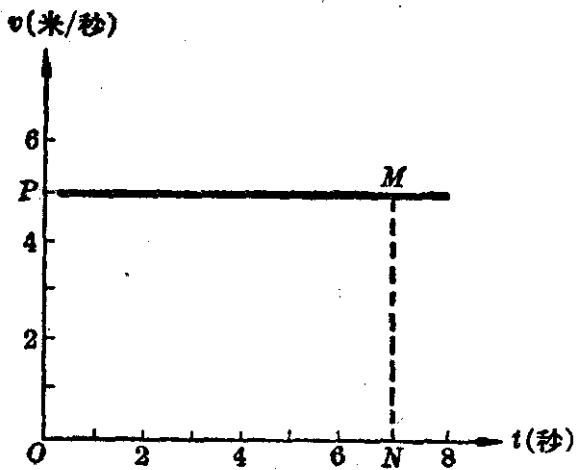


图 4.13 利用速度图线求所通过的路程

由此可见，在匀速直线运动的速度图线上，路程的数值等于一个长方形的面积的数值，这个长方形的一边是速度

軸，一边是時間軸，一边是跟速度軸垂直的速度圖綫，一边是跟時間軸垂直而由运动時間所决定的直綫(即指 MN)。

例 3. 某物体先用 5 厘米/秒的速度走了 2 秒钟，然后停止行走 2 秒钟，再以 6 厘米/秒的速度走了 4 秒钟。(1)問一共走了多少路程？(2)作路程圖綫。

【解】 (1) 設該物体一共走了 S 厘米，則按題意

$$\begin{aligned} S &= 5 \text{ 厘米/秒} \times 2 \text{ 秒} + 6 \text{ 厘米/秒} \times 4 \text{ 秒} \\ &= 34 \text{ 厘米。} \end{aligned}$$

(2) 作路程圖綫：先計算出物体在各个時間內所通过的路程，并列表如下：

時間 (秒)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
路程 (厘米)	0	5	10	10	10	16	22	28	34

在時間軸 Ot 上，取相等綫段标明秒数；在路程軸 OS 上，取相等綫段标明厘米数，如图 4·14 所示。描出表中所列各点，并連接成綫(如图)。 OA 綫段是最前 2 秒的路程圖綫， AB 綫段表示停止行走 2 秒钟， BC 綫段是最后 4 秒钟的路程圖綫。

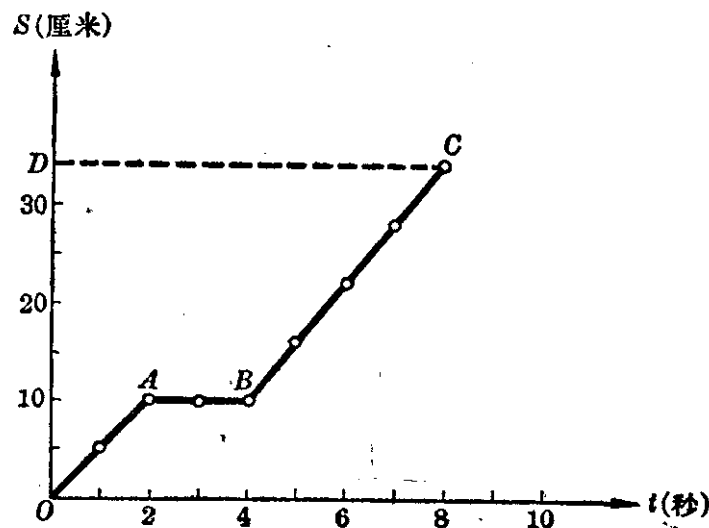


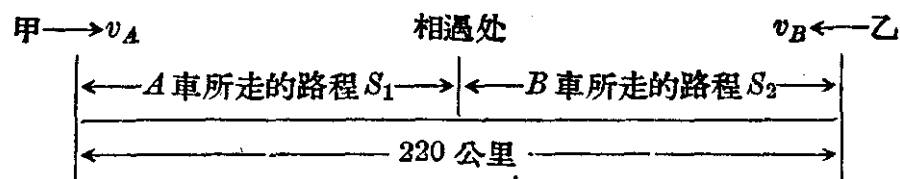
图 4·14

例 4. 甲、乙两地相距 220 公里；汽車 A 由甲地出发，速度是 40 公里/小时，向乙地行駛；汽車 B 由乙地出发，速度是 30 公

里/小时，向甲地行駛。A、B 兩車同時開出；在出發後 1 小時，B 車在中途停留了 2 小時，再以原來的速度繼續前進；A 車則一直在開行。問它們在出發後經過多少時間相遇？相遇的地方離 A 地多遠？用代數法和圖示法解。

【解】 1. 用代數法解：

(1) 作題意圖



(2) 設在 A 車出發後 t 小時末兩車相遇，相遇處離甲地 S_1 公里，離乙地 S_2 公里。則

$$S_1 = 40 \text{ 公里/小時} \times t \text{ 小時} = 40t \text{ 公里,}$$

$$S_2 = 30 \text{ 公里/小時} \times (t-2) \text{ 小時} = 30(t-2) \text{ 公里.}$$

由上圖知，

$$S_1 + S_2 = 220 \text{ 公里,}$$

所以

$$40t + 30(t-2) = 220,$$

$$\therefore t = 4 \text{ 小時.}$$

$$S_1 = 40 \text{ 公里/小時} \times 4 \text{ 小時} = 160 \text{ 公里}$$

$$S_2 = 220 \text{ 公里} - 160 \text{ 公里} = 60 \text{ 公里.}$$

所以，兩車在 A 車出發後 4 小時相遇，相遇處離甲地 160 公里，離乙地 60 公里。

2. 用圖解法解(圖 4.15)：取時間軸上每一綫段代表 1 小時；路程軸上每一綫段代表 30 公里。以原點 O 為甲地， B 點為乙地， OB 等於 220 公里。過 O 點作 $v=40$ 公里/小時的路程圖綫 OA ，也就是 A 車的路程圖綫。過 B 點作 $v=30$ 公里/小時的路程圖綫，也就是 B 車的路程圖綫，其中 BC 段是第一小時的路程圖綫， CD 段是停留 2 小時的路程圖綫， DF 段是繼續開行後的路程圖

綫。兩綫相交于 E , E 点在時間軸和路程軸上的讀數分別為 4 小時和 160 公里。 E 点的坐标表示兩車相遇的時間是出发后 4 小時, 相遇的地点在离甲地 160 公里处。結果与用代数法所得到的完全相同。

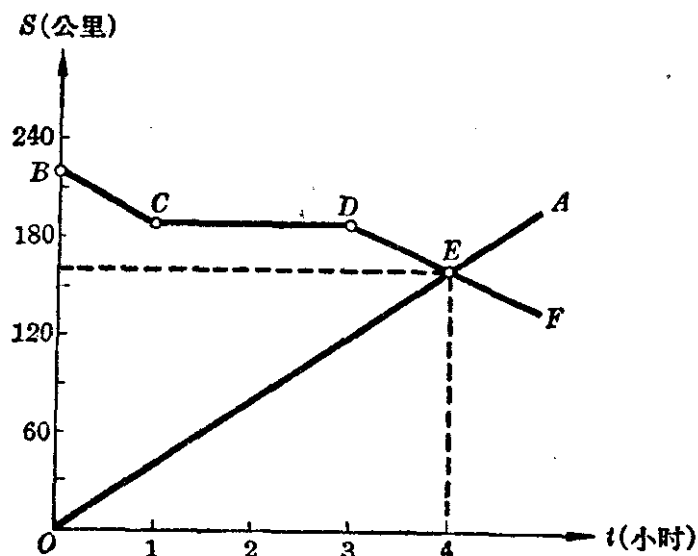


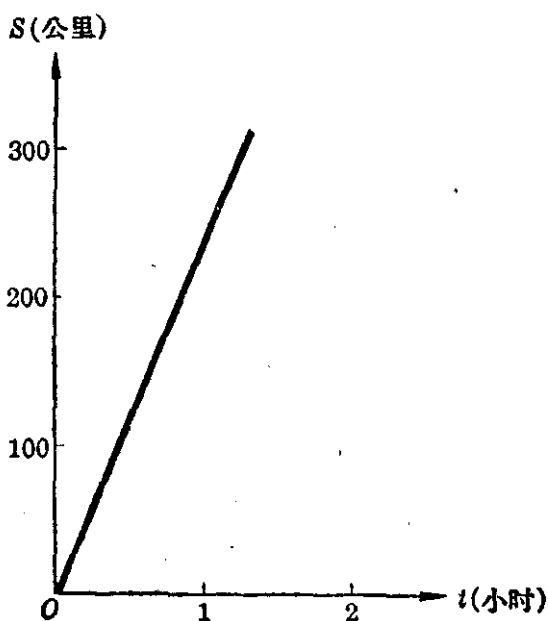
图 4.15

习題 4.5

1. 兩輛汽車都作勻速直綫运动, 第一輛在 5 秒鐘內通过 60 米, 第二輛在 3 秒鐘內通过 90 米, 那一輛汽車的速度大? 用图解法表示出来。

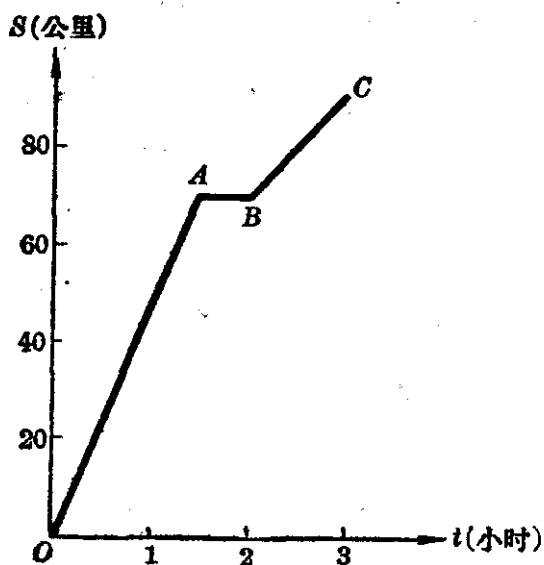
2. 某物体先以 5 米/秒的速度走了 5 秒鐘, 又繼續用 4 米/秒的速度走了 4 秒鐘, 然后休息 2 秒鐘, 最后又用 10 米/秒的速度走了 5 秒鐘。求它在全部時間內通过的路程, 并作路程图綫。

3. 附图表示某一只飞机的路程图綫。問这只飞机在 30 分鐘內飞行了多少路程? 它飞过 200 公里路程用了多少時間? 速度是多少?



(第 3 題)

4. 附图表示火車运动的路程图綫。試确定 OA 、 AB 、 BC 各綫段所表示的速度，以及火車在最初 3 小时所通过的路程。



(第 4 題)

5. 一个作匀速直綫运动的物体的速度是另一个作匀速直綫运动的物体的 2 倍。問这两个物体的路程图綫和速度图綫有什么不同？

6. A 、 B 两地相距 180 公里。在这两个地方各有一辆汽車同时相向开出，由 A 地出发的汽車的速度是 40 公里/小时，由 B 地出发的汽車的速度是 30 公里/小时。用同一坐标軸作出它們的路程图綫。利用图綫求出它們在出发后經過多少時間相遇和相遇处距 A 地多远。用代数法檢查所得到的結果。

§ 4.6 运动的合成

我們都知道，順水划船比在靜水中划要快一些，逆水划船比在靜水中划要慢一些。这是什么道理呢？

在靜水中划船，只具有一种运动，即划行运动，它的快慢决定于划的輕重。在流水中划船，却同时具有两种运动，即划行运动和水流帶着它走的运动。前一种运动决定于划船人所用的力气，后一种运动則和水的流动相同。我們在岸上看到的，是以上两种运动的合运动。习惯上我們往往把划行运动和水流运动称为船的分运动。

順水划船时，两种分运动的方向相同，所以在河岸上的人看来，船就行駛得快一些。逆水划船时，即使划船人用的力气还是那样大，但由于两种分运动的方向相反，所以在河岸上的人看来，船就行駛得慢一些。至于怎样从分运动来求合运动，那就是我們現在要討論的問題。

根据分运动求合运动的方法叫做**运动的合成**。

1. 在同一直线上的匀速运动的合成 我們知道,划行运动就是船在靜水中的运动,也就是船相对于水(意即以水为参照物)的运动。同样,划行速度就是船在靜水中运动的速度,也就是船相对于水的速度。現在設船的划行速度 $v_1=4$ 公里/小时,在4小时内,它的划行路程,即相对于水的路程为

$$S_1=4 \text{ 公里/小时} \times 4 \text{ 小时} = 16 \text{ 公里.}$$

这就是說,如果河水靜止不流,船在4小时内要行駛 16 公里。

除了划行之外,船还跟着水流一起运动。現在設水流速度 $v_2=3$ 公里/小时,那么即使船不划行,它在4小时内也要通过一段路程

$$S_2=3 \text{ 公里/小时} \times 4 \text{ 小时} = 12 \text{ 公里.}$$

如果船既划行,水又流动,船就同时具有以上两种运动。在順水划船的情况下,船向前划行了一段路程 $S_1=16$ 公里,同时又被河流向前带动了一段路程 12 公里,所以在河岸上的人看来,它所通过的路程(相对于河岸的路程)为

$$S=S_1+S_2=16 \text{ 公里} + 12 \text{ 公里} = 28 \text{ 公里.}$$

在逆水划船的情况下,船向前划行了一段路程 $S_1=16$ 公里,同时又被河流向后带动了一段路程 12 公里,所以在河岸上的人看来,它所通过的路程为

$$S=S_1-S_2=16 \text{ 公里} - 12 \text{ 公里} = 4 \text{ 公里.}$$

在上面两个等式中, S 表示船的合运动, S_1 和 S_2 分别表示船的两个分运动。两个等式表示:順水划船时,船的合运动等于两个分运动的算术和;逆水划船时,船的合运动等于两个分运动的算术差。

如果我們取划行的方向为正,則 S_1 为正值。在順水划行时,水流和划行同方向,因此 S_2 也为正值。在逆水划行时,水流和划行反方向,因此 S_2 为負值,即 $S_2=-12$ 公里。用了正、負符号以

后，上面的第二个等式就为第一个等式所包括，因此我们可以说，船的合运动等于两个分运动的代数和，即

$$S = S_1 + S_2.$$

根据同样的道理，我们可以推想，一个物体，不论它同时具有多少种分运动，只要这些分运动都是匀速度的，并且都是在同一直线上的，那么合运动的路程总是等于全部分运动路程的代数和，即

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots.$$

在应用上面这一公式时，必须注意正确使用正负号。我们可以任意选定某一分运动的方向为正，其余和它同方向的运动都是正的，和它反方向的运动都是负的。

2. 互成角度的匀速直线运动的合成 仍旧拿划船为例来说明。稍有划船经验的人都知道，在横渡一条大河或一条江的时候，如果我们把船头直对着河岸（即垂直于河岸的方向）划行，结果不但是得不到原来希望的横渡，而是得到了偏向下流的斜渡。如果把船头适当偏向上流划行，则反而可以得到横渡的结果。这是为什么呢？

这还是由于船同时具有两个分运动，一个是划行运动，另一个是水流运动。不过，这两个分运动不在同一直线上，而是互成角度的。

如果船头是直对着河岸划行，则在到达对岸时，由于划行所通过的路程为 S_1 ，它与河岸垂直。与此同时，由于水流的带动，船还要向河水的下流通过一段路程 S_2 ，它与河岸平行，如图 4.16 所示。结果船从 A 点出发后，不是到达对岸 B 点，而是到达了 C 点。

如果我们要想从 A 点发出，横渡河面到达 B 点，那就必须按照具体情况把船头适当向上流偏斜，如图 4.17 所示。如果河水静止不流，由于划行所通过的路程为 S_1 ，它的方向指向对岸的 D 点，也就是说，划行运动要使船到达 D 点。与此同时，由于水流的带动，船还要向河水的下流通过一段路程 S_2 ，它与河岸平行。结果，

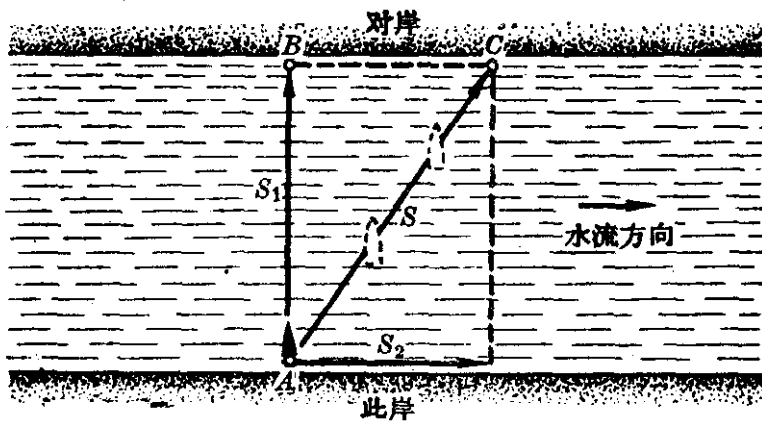


图 4.16 小船斜向到达对岸的运动

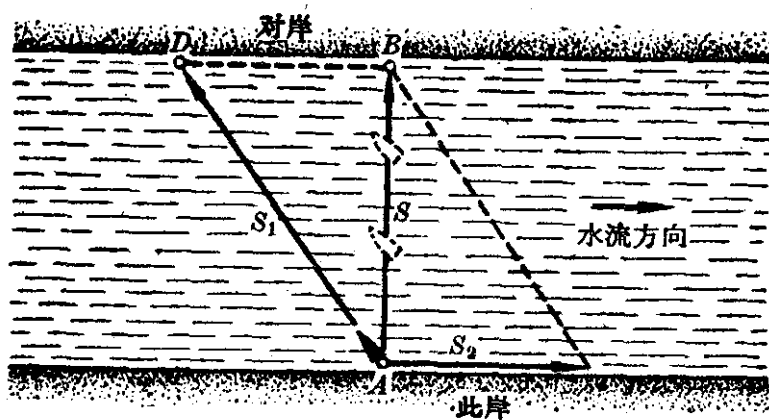


图 4.17 小船垂直到达对岸的运动

船从 A 点出发后,不是到达对岸 D 点,而是恰好到达 B 点.至于船头究竟应该向上流偏斜多大的角度,才算适当,那就要看划行速度、水流速度和河的宽度来决定.

实验和理论都可以证明:如果物体同时具有两个互成角度的匀速直线运动,那么,它们的合运动也是匀速直线运动;这个合运动的路程,就是以两个分运动的路程为邻接边的平行四边形的共点对角线.

例 5. 某人要横渡宽 50 米的大河,因水流很急,他把船头指向对岸的上流 80 米处划行,结果恰好划到对岸.试用图解法求船划行的路程.

【解】 我们用 1 厘米线段代表 10 米,按题意作图 4.18. 图中 A 是开船的地方, B 是它的对岸,水流的方向自左至右,所以 C 点

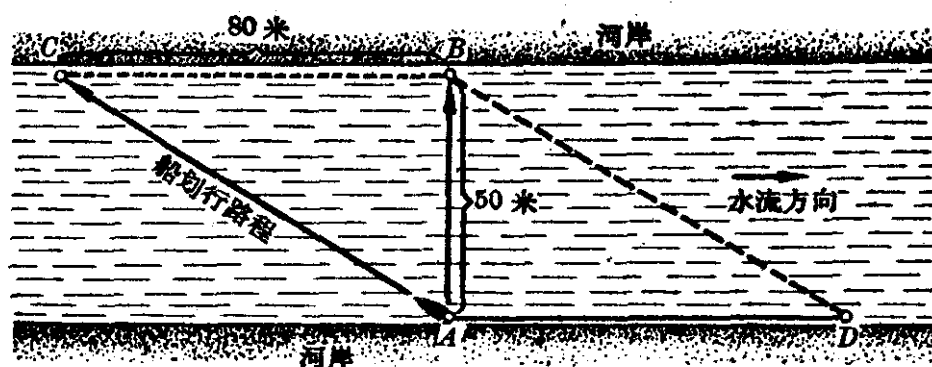


图 4-18

在 B 的左边 80 米处. 船划行的路程是 AC , 由于同时受到水流的作用, 使它恰好到达 B 处. 所以 AB 是合运动的路程, AC 和 AD 都是分运动的路程. 显然, AB 是平行四边形 $ACBD$ 的对角线.

用米尺量 AC 的长度, 约得 9.4 厘米, 所以船划行了约 94 米.

习 题 4·6

1. 两地相距 144 公里. 如果水流的速度是 3 米/秒, 轮船在静水中的速度是 18 公里/小时, 问轮船在这两个地方之间完成来回的航行, 需要多少时间?

2. 用 240 公里/小时的速度飞行的飞机, 无风时能在 2.2 小时内从一个飞机场飞到另一个飞机场. 返回的时候, 由于受到逆风的影响, 用了 2.4 小时. 求风的速度.

3. 两个码头相距 70 公里. 两只轮船同时从这两个码头出发, 相向航行. 经过 2.5 小时后两船相遇, 这时顺流航行的轮船已走了 55.5 公里. 设水流的速度是 2 米/秒, 求这两只轮船在静水中的速度.

4. 小船对准对岸划行, 渡过 48 米宽的河流, 但在渡河的过程中, 水流把它冲向下游 36 米处. 用图解法求出小船的合运动的路程.

§ 4·7 速度的合成和分解

前面我们已经讨论了运动的合成, 并且研究了怎样从分运动的路程来求得合运动的路程.

如果已经知道分运动的速度, 求合运动的速度, 叫做速度的合

成；反之，如果已經知道合运动的速度，求分运动的速度，則叫做速度的分解。

1. 速度的合成 理論和实验都可以証明：如果物体同时具有几个分运动，則不論它們是在同一直綫或者是互成角度，只要每一个分运动都是匀速直綫运动，它們的合运动仍旧是匀速直綫运动。

如果这些分运动是在同一根直綫上的匀速运动，則我們已經知道，合运动的路程等于所有分运动路程的代数和，即

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots,$$

把上式中各項除以時間 t (完成这一段路程所用的時間)，則

$$\frac{S}{t} = \frac{S_1}{t} + \frac{S_2}{t} + \frac{S_3}{t} + \dots.$$

等式的左边是合运动的速度，右边是各个分运动的速度。也就是說，合运动的速度等于所有分运动速度的代数和，即

$$v = v_1 + v_2 + v_3 + \dots.$$

在应用上面的公式时，應該注意各个速度的正、負符号。

現在我們来討論互成角度的两个分速度的合成。我們已經讲过，当一个物体同时具有两个互成角度的匀速直綫运动时，它們的合运动仍旧是一个匀速直綫运动，因此合运动的路程可以用平行四边形法則来求得。現在，如果用运动的時間来除这些路程，就可

以得到合速度 v 和分速度 v_1 、 v_2 。显然，如图 4·19 所示，合速度和分速度的关系也是符合平行四边形法則的。也就是說，以分速度 v_1 和 v_2 为邻接边作平行四边形，它的共点对角綫就是合速度 v (注意方向)。这是因为速度是一个矢量，所以遵循平行四边形法則。

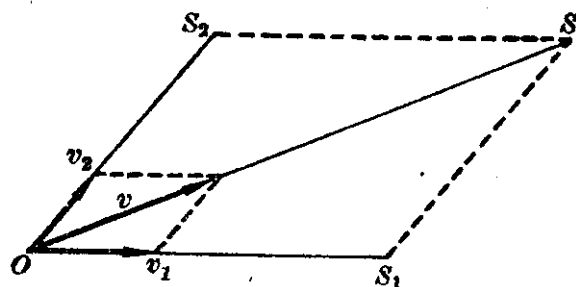


图 4·19 速度的合成

2. 速度的分解 速度的分解是合成的逆运算。在许多实际问题中，常常需要把一个已知速度分成几个分速度，因而速度的分解也是一个很重要的问题。例如飞机以一定的速度 v 斜着向上飞行时，如果我们要知道飞机以多大的速度上升和以多大的速度前进，这就需把飞机的速度分成为二个分速度来看，一个竖直向上，一个水平前进(图 4.20)。

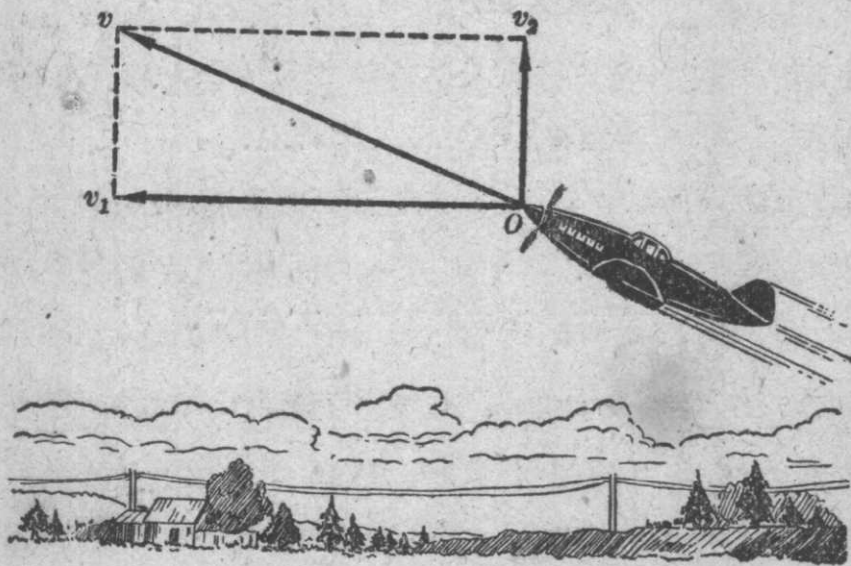


图 4.20 飞机飞行时的分速度

一般讲来，把一个已知速度分解为两个分速度是一个不确定的问题，它可以有无限多的分法，如图 4.21 所示。但在实际问题中，总是按照一定的条件来分解的。在速度的分解中，通常会遇到下列两种情形：

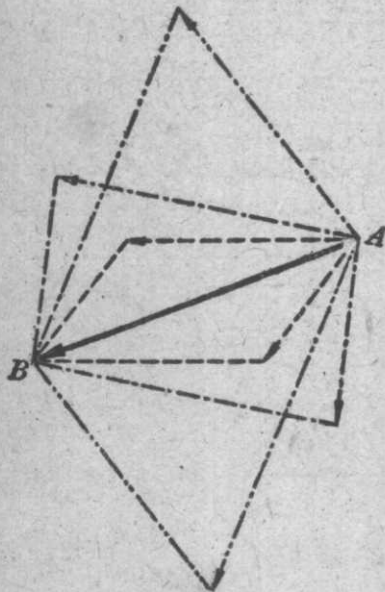


图 4.21 一个速度可以分解为无限多个分速度

第一，已经知道速度的大小和方向，并且还知道两个分速度的方向，求这两个分速度的大小。

前面谈到的把飞机的速度 v 分解为竖直向上和水平向前的两个分速度 v_1 和 v_2 ，就是这种情形的例子。分解的方法是：首先从 v 的起端 O 引一条竖直向

上的直綫和一条水平向前的直綫来代表分速度的方向。再在 v 的末端箭头地方也引两条直綫，分别平行于前两条直綫，各各相交，形成一个平行四边形（这里是矩形），使前两条直綫有一定的长度。于是这两个綫段的长度就分别代表豎直和水平方向的分速度 v_1 和 v_2 的大小。

第二，已經知道速度的大小和方向以及其中一个分速度的大小和方向，求另一个分速度的大小和方向。

例如，一只船用速度 v 橫渡河流，已經知道水的流速为 v_1 ，求船划行的速度 v_2 的大小和方向。

如图 4.22 所示，船划行的速度 v_2 和水流的速度 v_1 都是分速度，船橫渡到对岸的速度 v 是合速度。現在已經知道 v 和 v_1 的大小和方向，求 v_2 的大小和方向。先画 OB 代表合速度 v 的大小和方向，再在 v 的起端 O 画 OA 代表分速度 v_1 的大小和方向，然后把两个箭头的末端 AB 连接起来，并在 O 点作 AB 的平行綫 OC ，再过 B 点作 OA 的平行綫 BC ，相交于 C 。于是 OC 綫段的长度代表 v_2 的大小，箭头代表它的方向。

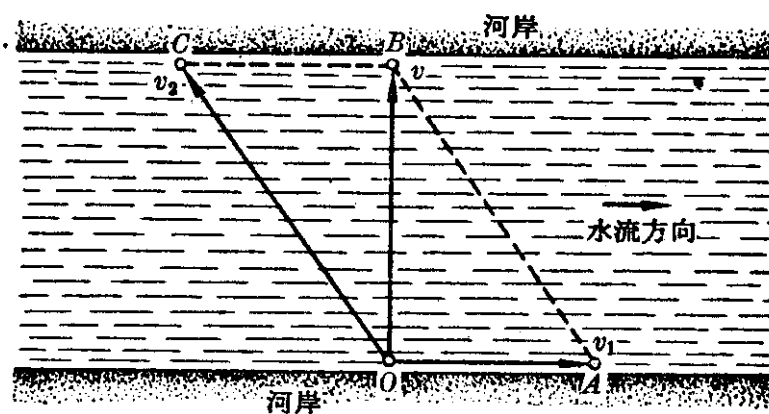


图 4.22 求分速度 v_2

例 6. 一只飞机以 200 米/秒的速度斜向上飞，与水平綫成 60° 角。用图解法求豎直向上和水平向前的分速度。又飞机这样飞行 4 秒钟后，升高了多少？在水平方向前进了多少？

【解】 (1) 如图 4.23 所示，作 OA 綫代表水平方向，再在与

OA 成 60° 角(用量角器量出)处作 OB 綫. 用 1 厘米代表 40 米/秒

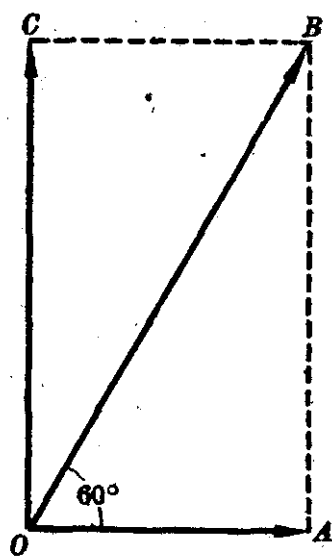


图 4.23

的速度, 在綫上截取 OB 綫段代表飞机的速度 200 米/秒. 再在 O 点作垂直于 OA 的豎直向上的直綫 OC , 并通过 B 点作垂直于 OA 的直綫 BA , 交 OA 于 A , 于是 OA 綫段就是飞机速度的水平分速度; 通过 B 点又作平行于 OA 的直綫 BC , 交 OC 于 C , 于是 OC 就是飞机速度的豎直分速度. 量 OA 和 OC , 分別得 2.5 厘米和 4.3 厘米. 所以水平分速度是 100 米/秒, 豎直分速度是 172 米/秒.

(2) 飞机的水平分速度既是 100 米/秒, 所以在 4 秒钟内, 它沿水平方向前进了 $S = 100 \text{ 米/秒} \times 4 \text{ 秒} = 400 \text{ 米}$ 的路程. 同样, 飞机沿豎直方向上升了 $h = 172 \text{ 米/秒} \times 4 \text{ 秒} = 688 \text{ 米}$ 的高度.

例 7. 漁夫用 1.6 米/秒的划行速度搖着一只小船渡过 320 米寬的河流, 水流的速度是 1.2 米/秒. 如果小船直接指向对岸划行, 求: (1) 小船的合速度 v , (2) 小船被水冲下了多少远? 小船实际上航行多少远?

【解】 (1) 已知船划行速度(即船相对于河水的速度) $v_1 = 1.6$ 米/秒, 水流速度(即水相对于岸的速度) $v_2 = 1.2$ 米/秒, 它們都是分速度. 小船实际上的航行速度(船相对于岸的速度) v 是合速度. 现在先用图解法求合速度 v . 我們用 1 厘米代表 0.4 米/秒的速度, 所以代表 v_2 的綫段是 3 厘米, 代表 v_1 的綫段是 4 厘米. 作平行四边形, 量对角綫的长度, 等于 5 厘米, 所以合速度 $v = 2$ 米/秒(图 4.24). 用量角器量出 v 与 v_2 之間的角度, 得 51° 角, 这就是

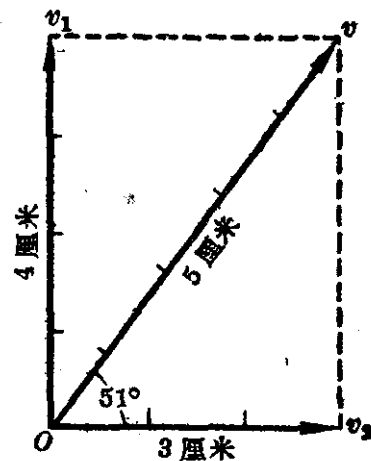


图 4.24 求合速度

v 的方向.

这个速度 v 也可以这样来求:

$$v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = \sqrt{1.2^2 + 1.6^2} = 2 \text{ 米/秒.}$$

(2) 小船的划行速度 v_1 是和河岸垂直的, 小船过河所需的时间 t 应为

$$t = \frac{320 \text{ 米}}{1.6 \text{ 米/秒}} = 200 \text{ 秒.}$$

因此, 小船在偏向对岸时被水流冲下的路程 $= 1.2 \text{ 米/秒} \times 200 \text{ 秒}$
 $= 240 \text{ 米.}$

小船实际上航行的路程 $= 2 \text{ 米/秒} \times 200 \text{ 秒} = 400 \text{ 米.}$

习 题 4·7

1. 有一辆向东北方向行驶的汽車, 速度是 50 公里/时, 用图解法求其向东、向北的分速度.

2. 有一只划行速度为 2 公里/小时的小船, 在水的流速为 1.7 公里/小时的河中划行. 如果要使船实际进行的方向与水流相垂直, 問船头应该指向什么方向? 船行驶时的合速度是多少?

3. 小汽艇在静水中的速度是 12 公里/小时. 河中水流的速度为 6 公里/小时. 小汽艇沿垂直于水流的方向开行, 求合速度的大小和方向.

4. 在題 3 中, 如果小汽艇向着上游与河岸成 60° 角的方向开行, 求它的合速度.

5. 炮筒与水平方向成 60° 的角. 炮弹从炮口飞出时的速度是 800 米/秒. 求这个速度的水平分速度. 計算在 5 秒钟內炮弹在水平方向上通过了多少距离?

本 章 提 要

1. 一个物体对于其他一些物体的位置变化, 叫做机械运动. 在运动过程中, 如果物体上任何两点連成的直綫总是保持平行, 我們称这种运动为平动. 物体作平动时, 体内各点运动的情况都相同.

2. 要研究物体的运动, 必須先选择好一个物体作为标准(即选择好一个

假定为不动的物体), 然后观察物体对这个标准物体是否变化和如何变化, 来确定物体是否运动和如何运动. 这样的标准物体叫做参照物.

3. 在研究一个物体的运动时, 根据研究问题的性质, 有时可以不考虑物体的形状和大小, 而把整个物体当作一个点来看待, 即用一个点来代替这个物体. 这种点叫做质点.

4. 有些物理量如力、速度、位移等, 不但要知道它的大小, 而且还要知道它的方向才有确定的意义, 这种物理量叫做矢量. 有些物理量, 如长度、面积、时间等, 只需知道它的大小就够了, 这种没有方向性的物理量叫做标量.

5. 位移是矢量, 它是用来表示质点位置变化的, 它的大小用从起始位置到终止位置的直线段表示. 路程是标量, 是质点运动轨迹的长度. 在直线运动中, 路程是直线轨迹的长度; 在曲线运动中, 路程是曲线轨迹的长度. 位移和路程是两个不同的物理量.

6. 一个物体始终在一直线上运动, 而且在任意相等的时间内通过相等的路程, 这种运动叫做匀速直线运动. 在任意一段时间内, 质点所通过的路程与通过这段路程所用的时间的比, 叫做匀速直线运动的速度, 它是一个不随时间而变化的常量.

7. 质点的运动规律可以用数学公式来表示, 也可以用图线来表示. 表示匀速直线运动规律的数学公式是 $S = vt$.

8. 物体常常同时具有几个运动, 每一个运动叫做一个分运动, 所有分运动合成的结果叫做合运动. 从已知的分运动来求合运动, 叫做运动的合成.

9. 在同一直线上的几个匀速直线运动的合运动, 也是一个匀速直线运动; 合运动的路程等于所有分运动路程的代数和. 两个互成角度的匀速直线运动的合运动, 也是匀速直线运动; 合运动的路程就是以两个分运动的路程为邻接边的平行四边形的共点对角线.

10. 在同一直线上的几个分速度的合速度, 等于所有分速度的代数和. 互成角度的两个分速度的合速度, 可以用平行四边形法则来求, 即以代表分速度的线段为邻接边作平行四边形, 共点对角线就代表合速度 (注意方向).

复习题四

1. 火车最快的速度是每秒行驶 57 米, 求每小时行驶几公里?

2. 光的传播速度为 300,000 公里/秒, 太阳到地球的平均距离为

149.5 × 10⁶ 公里。求光从太阳到地球所需的时间。

3. 长 200 米的火车, 速度是 15 米/秒, 求火车完全通过 1.6 公里的大桥时所需的时间(注意火车本身的长度 200 米)。

4. 一辆马车在公路上用 10.8 公里/小时的速度向东南方向前进。试用图表示出来。

5. 轮船用 24 公里/小时的速度向东北方向航行, 飞机用 200 公里/小时的速度向北飞行, 作它们的图。

6. 地球赤道的半径约为 6378 公里, 试计算赤道上一点在地球自转时的速度是每秒多少米?

7. 无线电波的传播速度是 300,000 公里/秒。一位战斗英雄在北京中山公园的音乐厅对观众作报告, 同时用播音机把他的話直接播送出去。试计算(1)坐在离战斗英雄 50 米远处的听众, (2)离开北京 1070 公里远的上海无线电收音机前的听众, 听到报告所需的时间, 那一个听众先听到? 取声音在空气中传播的速度为 340 米/秒。

8. 引火线的火焰顺着引火线匀速向爆炸物传播的速度为 0.8 厘米/秒。为了使点引火线的人在火焰烧到爆炸物之前, 能够跑到 150 米以外的安全地区去(设人离开速度是 5 米/秒), 问引火线至少要多少长?

9. 画 $v=4$ 厘米/秒的速度图线。

10. 画 (1) $S=3t$, (2) $S=\frac{1}{2}t$ 的路程图线。

11. 两个物体从同一点出发作匀速运动, 第一个物体的速度是 $v_1=2$ 厘米/秒, 第二个物体的速度是 $v_2=3$ 厘米/秒, 第二个物体比第一个物体迟出发 1 秒钟。试在同一直角坐标图上, 画出这二个物体的路程图线, 并从图上求第二个物体在出发后多少时间和走了多少路程才追上第一个物体。

12. 在同一坐标图上, 画出甲、乙两个作匀速直线运动物体的路程图线。甲物体的速度是 5 厘米/秒, 乙物体的速度是 10 厘米/秒。甲物体在乙物体之前 20 厘米, 而且比乙物体早 2 秒钟运动。从图上求: 当乙物体开始运动的时候, 两物体间的距离是多少? 乙物体经过多长时间才能追上甲物体? 这时候, 距离乙物体的出发点有多少厘米?

13. 在静止的空气中, 跳伞人的着地速度是 5 米/秒。如果风使他以 4 米/秒的速度沿水平方向移动, 他将用什么速度着地? 用图解法和代数法做。

14. 一架飞机, 顺风飞行的合速度是每秒 40 米, 逆风飞行的合速度是每秒 20 米。求飞机相对于空气的飞行速度和风的速度。

15. 飞机在 30 公里/小时的东风中用 200 公里/小时的速度向正北方向飞行, 求飞机相对于静止空气的速度.

16. 一物体从山上沿 30° 斜坡滑下, 经过一定时间达到 10 米/秒的速度. 求它的水平分速度和竖直分速度.

17. 河水的速度是 1.2 米/秒, 有一汽船垂直地指向对岸航行, 其速度是 3.2 米/秒, 求汽船的合速度的大小和方向.

第五章 变速直线运动

本章要讨论变速直线运动,主要是速度变化均匀的直线运动,即匀加速直线运动和匀减速直线运动,例如,自由落体运动和竖直上抛运动.

此外,还要讨论几个有关的物理量,如平均速度、即时速度、加速度、重力加速度等.它们都是很重要的基本概念.

本章习题较多,变化也多,要求读者多研究、多分析、多做,这样才能熟练,为进一步学习打下牢固的基础.

§ 5.1 变速直线运动的平均速度和即时速度

在上一章中已经讲过了匀速直线运动,在本章中将讲一下变速直线运动.在自然界中所看到的大多数运动,如汽车、火车、人、飞禽、走兽等的运动,一般说来,都是变速运动.如果变速运动的轨迹是一条直线,那就是变速直线运动.

变速直线运动的特点是快慢不均匀,即在相等的时间内,通过的路程往往不相等.因此,对于变速直线运动,速度的概念应作进一步的发展.

根据变速直线运动的特点,作为粗略地描述,我们引入平均速度的概念.物体在作变速直线运动时,某一段路程与通过这段路程所用的时间的比,叫做运动物体在这段路程中的平均速度.如果用 S 代表物体在时间 t 内所通过的路程, \bar{v} 代表这个物体在这段路程中的平均速度,则

$$\bar{v} = \frac{S}{t} \quad (5.1)$$

如果我们知道物体在通过某一段路程时的平均速度和所用的时间,那么,这段路程的长度就可以用下面的公式来求得:

$$S = \bar{v}t \quad (5.2)$$

用平均速度来描述物体运动的快慢是粗略的,而不是精确的。例如,一个人在半小时内步行了3公里,他的平均速度是 $\frac{3 \text{ 公里}}{0.5 \text{ 小时}} = \frac{3000 \text{ 米}}{30 \text{ 分}} = 100 \text{ 米/分}$ 。但实际上他可能有时走得快些,有时走得慢些,即他的速度有时比100米/分大一些,有时比它小一些。所以用平均速度来描述他的运动情况只能是粗略的。

物体在作变速直线运动时,它的速度是时刻在变化着的。例如,从斜面上滚下来的小球,它的速度就越来越大(如图5.1所示)。在位置B的速度比它在位置A的速度大一些,但又比它在位置C的速度小一些。这就是说,小球在滚下的过程中,通过每一个位置的速度都不同,而且越到下面速度越大。

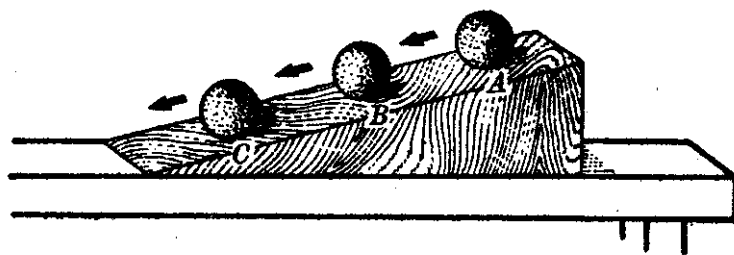


图5.1 小球从斜面上滚下

为了能够精确地描述物体的变速直线运动,有把速度的概念再作进一步发展的必要。因此,我们引入即时速度这个物理量。运动物体在某一时刻的速度,或运动物体通过轨迹上某一位置的速度,叫做即时速度。

让我们做一个实验来加以说明。如图5.2所示,把一个滴瓶放在一辆小车上,再把小车放在一块木板上,木板一端搁得高些,另一端搁在水平桌子上,使它形成一个斜面;在桌子上面再放一块

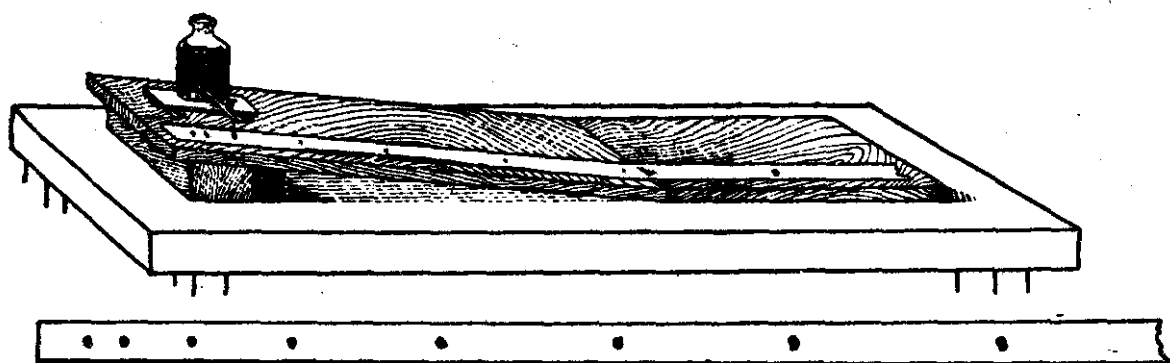


图 5·2 小车的变速运动和匀速运动

与斜面衔接的光滑的水平木板。滴瓶是一个带有弯曲开口的充满颜色液体的瓶，它在相等的时间内可以从弯曲开口中流出一滴一滴的液体。在斜面和水平木板上贴一长纸条，使小车运动时从滴瓶中流出来的液滴恰好滴在纸上。

使小车和滴瓶从斜面顶上滚下来，直到在水平板上运动一段路程为止。从纸上液滴间的距离（如图 5·2 下部所示），可以看出：小车在斜面上的运动是变速的，但在水平光滑木板上的运动却近似地是匀速的。现在我们就来研究在水平木板部分上的纸上的液滴，从而计算出小车在水平木板上的运动速度。

先测定滴瓶在 1 分钟内流出液滴的数目，再量出纸上属于水平木板部分两液滴间的距离。根据这两个数字，就可以计算出小车在水平木板上作匀速直线运动的速度。例如滴瓶 1 分钟流出 60 个液滴，即 1 秒钟流出 1 滴；两液滴间的距离等于 20 厘米，则小车在水平木板上的运动速度就等于 20 厘米/秒。

我们再来看看这个速度与小车在斜面上运动到哪一个位置时的速度相等。我们知道，小车沿斜面向下运动时，速度越来越大。到了斜面末端后，它将沿水平木板作匀速直线运动，也就是它的速度不再变化。可见，小车在水平木板上运动的速度，在量值上就等于它沿斜面运动到末端时所具有的速度。因此，这个速度显然就是小车沿斜面运动到末端时的即时速度。

由此可见，作变速直线运动的物体，在某一时刻（或某一位置）

的即时速度，就等于假如它从这一时刻(或这一位置)开始作匀速直线运动时所应有的速度。

利用这个装置，把这块水平木板与斜面的不同部分结合，就可以利用同样的方法，求出小車通过斜面上各个位置时的即时速度的大小。例如，在图 5·3 中，把水平木板接在斜面上 C 点的地方，就得到小車沿斜面运动到 C 点时的即时速度 v_C ；接在斜面上 B 点的地方，就得到小車沿斜面运动到 B 点时的即时速度 v_B ，等等。

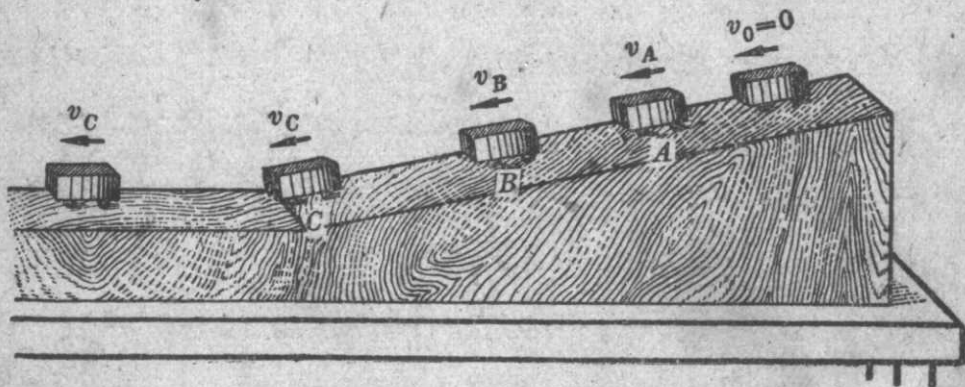


图 5·3 小車在斜面上运动时的即时速度

从物理意义来说，变速直线运动的即时速度和匀速直线运动的速度，或变速直线运动的平均速度都不相同。

匀速直线运动的速度是在某一段时间内通过的路程和这一段时间的比。由于这个比值不随所取的时间而变化，所以它等于每单位时间内通过的路程。例如，某物体作匀速直线运动的速度是 5 米/秒，就是它在每 1 秒钟内总是通过 5 米的路程。

变速直线运动的平均速度，也是在某一段时间内通过的路程和这一段时间的比。但是这个比值与所取的时间或所取的路程有关。例如，火车第一小时走了 42 公里，第二小时走了 40 公里，第三小时走了 50 公里。那么火车在走这一段路程 (42 公里 + 40 公里 + 50 公里 = 132 公里) 或 3 小时这一段时间内，它的平均速度为 $\frac{132 \text{ 公里}}{3 \text{ 小时}} = 44 \text{ 公里/小时}$ 。但是在这一段路程 (42 公里 + 40 公里 = 82 公里) 或 2 小时内的平均速度，则等于 $\frac{82 \text{ 公里}}{2 \text{ 小时}} = 41 \text{ 公里/小时}$ 。

显然它与走 132 公里这段路程的平均速度不同。

即时速度是运动物体在某一时刻或通过某一位置时的速度，它具有瞬时性质。例如我们平常说某物体运动 1 秒后的速度是 9.8 米/秒，2 秒后的速度是 17.6 米/秒。那就是说物体在第 1 秒末这个时刻的速度是 9.8 米/秒，在第 2 秒末这个时刻的速度是 17.6 米/秒。在比第 1 秒末稍前的一个时刻(如 0.999 秒末)，或稍后的一个时刻(如 1.001 秒末)的速度都不是 9.8 米/秒。同样，在比第 2 秒末稍前的一个时刻(如 1.999 秒末)或稍后的一个时刻(如 2.001 秒末)的速度也都不是 17.6 米/秒。对于即时速度是通过某一位置的速度，也可以同样地来理解。即在比这个位置稍前的一点或稍后的一点，物体都不用这个速度运动，只是恰好在通过这个位置的时刻，物体才用这个速度运动。

即时速度也不能理解为每单位时间内实际通过的路程。如上例所示，某物体的速度在第 1 秒末是 9.8 米/秒，在第 2 秒末是 17.6 米/秒。我们决不能理解为运动物体在第 1 秒内通过 9.8 米的路程，在第 2 秒内通过 17.6 米的路程。但我们可以这样理解：假如运动物体从第 1 秒末开始不再作变速直线运动，而是作匀速直线运动，那么在这时刻以后，物体每秒钟将通过 9.8 米的路程；如从第 2 秒末开始作匀速直线运动，那么从第 3 秒开始，每秒钟将通过 17.6 米的路程。所以物体在某时刻(或通过某位置)的即时速度，可以看作是假使它从这一时刻(或这一位置)开始改作匀速直线运动所应有的速度。

注意我们在以后的讨论或例题、习题中，当提到“速度”时就是指“即时速度”。

习 题 5.1

1. 子弹以 600 米/秒的速度从枪口飞出，说明这里所指的是什么速度？
2. 在匀速运动中，各段路程上的平均速度和整个运动的平均速度都等

于什么？每一时刻的即时速度又等于什么？

3. 一块石头从高空落下，在第一秒内下落 4.9 米，在第二秒内下落 14.7 米，在第三秒内下落 24.5 米。求在第一秒、第二秒、第三秒内的平均速度。三秒内的平均速度等于什么？这四个平均速度相同吗？（说明原因）

§ 5.2 匀变速直线运动——加速度

我们知道变速直线运动的特点是它的快慢不均匀，但是有一种最简单的变速直线运动，它的速度总是均匀地增加或均匀地减小。这种运动我们叫它匀变速直线运动，它是匀加速直线运动和匀减速直线运动的总称。

在任何相等的时间内速度的增加都相等的运动，叫做匀加速运动。例如，我们测得某物体在各秒钟末的速度如下表：

时刻(第几秒)	1	2	3	4	5
速度(米/秒)	2	2.5	3	3.5	4

显然，每 1 秒钟内增加的速度是相等的，都是 0.5 米/秒。在日常生活中，如物体沿斜面滑下的运动，物体在空气中自由下落的运动，火车、汽车等在平直轨道或公路上刚开始时的运动，都可以近似地看作是匀加速直线运动。

在任何相等的时间内速度的减少都相等的运动，叫做匀减速运动。例如，火车、汽车等在停止前的运动，小钢球沿斜面向上滚时的运动，都可以近似地看作是匀减速直线运动。

当不同的物体都在作匀变速直线运动时，各个物体速度改变（增加或减少）的快慢，一般说来是不同的。例如，同时从静止开始运动的小汽车和载重汽车，在经过相同的时间以后，小汽车达到了比载重汽车大得多的速度，这表明小汽车的速度增加得快，载重汽车的速度增加得慢。又如，火车在进站以前是慢慢地停下来的，但在发生紧急事故时却要很快地停止运动，所以在这两种情形下，火

車速度减少的快慢也是不同的。由此可見，为了进一步研究物体的变速直綫运动，我們还必须引入一个叫做**加速度**的物理量来表示物体速度改变的快慢。

物体在作匀变速运动时，速度的变化(增加或减少)与发生这个变化所用的時間比，叫做**加速度**。加速度大表示速度变化得快，加速度小表示速度变化得慢。設物体在 t 这一段时间內，速度从 v_0 变成 v ，速度的变化等于 $v - v_0$ 。用 a 表示加速度，根据上面的定义，得

$$a = \frac{v - v_0}{t}.$$

如果物体的速度是逐渐增加的，即 $v > v_0$ ，則加速度 a 是正值。反过来，如果物体速度是逐渐减小的，即 $v < v_0$ ，則加速度 a 是負值。

在匀加速(或匀减速)运动中，任何相等時間內速度的增加(或减少)都是相等的，即**加速度是一个恒量**。

加速度的单位是速度单位和時間单位的組合。如果运动物体在 1 单位時間內速度的改变是 1 个单位，那么，它的加速度就是 1 个加速度的单位。例如，如果速度的单位是 1 厘米/秒，時間的单位是 1 秒，則加速度的单位是 1 厘米/秒/秒，为簡單起見，通常写成 1 厘米/秒²，讀做 1 每秒每秒厘米。如果速度的单位是 1 米/秒，時間单位是 1 秒，則加速度的单位是 1 米/秒²，讀做 1 每秒每秒米。我們平常都用上述两种单位来計算加速度。但有时也用 1 米/分²，1 公里/分² 等等作为加速度的单位。

我們知道，速度是一个矢量，因而速度的变化也是有方向的，即加速度也是一个矢量。在变速直綫运动中，如果运动是加速的，加速度的方向总跟速度的方向一致；如果运动是减速的，那么加速度的方向总跟速度的方向相反。

例 1. 火車从車站匀加速开出 5 分钟后，速度达到 36 公里/

小时，求火車在这段時間內的加速度。(它的单位要求用米/秒²表示。)

【解】 (1) 在計算前，先把各物理量的单位統一起来。題目要求加速度用“米/秒²”表示，因而速度的单位应先化为“米/秒”，時間的单位用“秒”，即

$$36 \text{ 公里/小时} = 36 \times \frac{1000}{3600} \text{ 米/秒} = 10 \text{ 米/秒};$$

$$5 \text{ 分} = 5 \times 60 \text{ 秒} = 300 \text{ 秒}.$$

(2) 火車从車站开出，所以初速度 $v_0 = 0$ ，5 分钟后的速度 $v = 10$ 米/秒，因而要求的加速度 a 为

$$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{10 \text{ 米/秒} - 0}{300 \text{ 秒}} = \frac{1}{30} \text{ 米/秒}^2.$$

例 2. 火車在紧急刹車时，在 10 秒钟內速度从 54 公里/小时均匀地减少到零。求它的加速度是多少米/秒²?

【解】 由于火車最后停止下来，所以 $v = 0$ ，同时也知道

$$v_0 = 54 \text{ 公里/小时} = 54 \times \frac{1000}{3600} \text{ 米/秒} = 15 \text{ 米/秒};$$

$$t = 10 \text{ 秒}.$$

因此，加速度 a 为

$$a = \frac{0 - 15 \text{ 米/秒}}{10 \text{ 秒}} = -1.5 \text{ 米/秒}^2.$$

火車的加速度是負值，表示火車的運動是勻減速運動。

习 題 5.2

1. 火車經過某一路标时的速度是 18 米/秒，1.5 分钟后，它的速度达到 43.2 公里/小时。計算火車的加速度(用米/秒²、厘米/秒²表示)。

2. 从飞机上豎直落下的炸彈，在 10 秒钟內，速度从 193 米/秒变成为 276 米/秒。計算它的加速度。

3. 汽車的速度在 1 分钟內从 3 米/秒增加到 32.4 公里/小时。計算它的加速度。

4. 一个物体的速度在 10 秒钟内从 60 厘米/秒变成为 20 厘米/秒。计算它的加速度。

5. 火车以 9 公里/小时的速度行驶，刹车后在半分钟内就完全停止下来。求它的加速度。

§ 5.3 匀变速直线运动的速度和路程

上面我们讲了匀变速直线运动，这种运动的特点是：它在任意相等时间内速度的改变总是相等的。现在我们来讨论匀加速直线运动的速度和路程。

为了使读者容易了解起见，我们把匀加速直线运动分为两类：一类是物体从静止开始（即初速度为零）作匀加速直线运动，即初速度等于零的匀加速直线运动；另一类是初速度不等于零的匀加速直线运动。现在先来讨论第一类。

1. 初速度等于零的匀加速直线运动 首先，我们要再重复讲一遍，匀加速直线运动是在任何相等的时间内速度的增加都相等的运动，也就是说，它的加速度是不变的。

让我们设想有一列火车从某车站开出，作匀加速直线运动，加速度是 0.2 米/秒^2 ，也就是说火车的速度每 1 秒钟增加 0.2 米/秒 。所以火车在各秒钟末的速度是：

$$\text{第 1 秒末: } v_1 = 0 + 0.2 \text{ 米/秒} = 0.2 \text{ 米/秒} = 0.2 \text{ 米/秒}^2 \times 1 \text{ 秒};$$

$$\text{第 2 秒末: } v_2 = 0.2 \text{ 米/秒} + 0.2 \text{ 米/秒} = 0.4 \text{ 米/秒} \\ = 0.2 \text{ 米/秒}^2 \times 2 \text{ 秒};$$

$$\text{第 3 秒末: } v_3 = 0.4 \text{ 米/秒} + 0.2 \text{ 米/秒} = 0.6 \text{ 米/秒} \\ = 0.2 \text{ 米/秒}^2 \times 3 \text{ 秒};$$

.....

$$\text{第 } t \text{ 秒末: } v_t = 0.2 \text{ 米/秒}^2 \times t \text{ 秒}.$$

这样，如果用 a 代表加速度，则第 t 秒末的速度就可以用下式来表示：

$$v_t = at.$$

一般把 v_t 写作 v , 則

$$v = at, \quad (5.3)$$

这就是初速度等于零的匀加速直线运动的速度公式。应用这个公式可以計算任何时刻的速度。必須明确, 这个公式中的 t 代表經過的时间, v 是这一时间終了时的即时速度。例如如果 t 代表 5 秒, 那么 v 就是 5 秒末的即时速度, 而不是任何其他时刻的即时速度。

我們再来討論它的路程公式。在本章 § 5.1 中, 根据公式 (5.2) 已經知道, 作变速直线运动的物体在时间 t 內所通过的路程, 等于它的平均速度和这段时间 t 的乘积。現在物体的运动是匀加速直线运动, 速度的增加是均匀的, 因此, 在某一段时间內的平均速度应该等于物体在这段时间內的初速度和末速度的平均值。既然物体的初速度等于零, 第 t 秒末的速度等于 v , 那么, 它在这段时间內的平均速度就应该等于

$$\bar{v} = \frac{0+v}{2} = \frac{v}{2}.$$

再用公式 (5.3) $v = at$, 得

$$S = \bar{v}t = \frac{v}{2}t = \frac{1}{2}(at)t = \frac{1}{2}at^2. \quad (5.4)$$

这就是初速度等于零的匀加速直线运动的路程公式。应用这个公式, 我們可以求出在任何一段时间內物体所通过的路程。公式 (5.4) 告訴我們, 在初速度为零的匀加速直线运动中, 物体通过的路程总跟时间的平方成正比。例如时间增为两倍, 路程将增为 4 倍, 时间增为 3 倍, 路程将增为 9 倍。我們常常根据这个关系来檢驗物体的运动是不是初速度为零的匀加速直线运动。

公式 (5.3) 和 (5.4) 就是初速度等于零的匀加速直线运动的运动規律的数学表达式。这里包含了四个物理量: v , a , t , S 。知道其中任何两个, 就可以求出其他两个。所以关于这种运动的一切問題, 都可以用它們来解答。

把公式(5.3)和(5.4)中的 t 消去后,可得

$$v^2 = 2as, \quad (5.5)$$

这个导出公式在解題时也經常用到,因为对于解某些問題(例如不需要求時間的題目),直接应用这个公式就比較方便一些.

2. 初速度不等于零的匀加速直綫运动 設想一列火車在平直的軌道上用 10 米/秒的速度作匀速直綫运动,后来行駛到一个斜坡,改以 0.2 米/秒² 的加速度沿着斜坡向下作匀加速直綫运动. 它的速度是每秒钟增加 0.2 米/秒,因此它在各秒末的速度是:

$$\text{第 1 秒末: } v_1 = 10 \text{ 米/秒} + 0.2 \text{ 米/秒} = 10.2 \text{ 米/秒}$$

$$= 10 \text{ 米/秒} + 0.2 \text{ 米/秒}^2 \times 1 \text{ 秒};$$

$$\text{第 2 秒末: } v_2 = 10.2 \text{ 米/秒} + 0.2 \text{ 米/秒} = 10.4 \text{ 米/秒}$$

$$= 10 \text{ 米/秒} + 0.2 \text{ 米/秒}^2 \times 2 \text{ 秒};$$

$$\text{第 3 秒末: } v_3 = 10.4 \text{ 米/秒} + 0.2 \text{ 米/秒} = 10.6 \text{ 米/秒}$$

$$= 10 \text{ 米/秒} + 0.2 \text{ 米/秒}^2 \times 3 \text{ 秒};$$

.....

$$\text{第 } t \text{ 秒末: } v_t = 10 \text{ 米/秒} + 0.2 \text{ 米/秒}^2 \times t \text{ 秒}.$$

如果用 v_0 代表它原来作匀速直綫运动的速度(即初速度), a 代表加速度,則根据上面的分析,我們得到

$$v_t = v_0 + at.$$

一般把 v_t 写做 v , 則

$$v = v_0 + at. \quad (5.6)$$

这就是初速度不等于零的匀加速运动的速度公式. 可以看出,如果初速度等于零(即 $v_0 = 0$), 它就是公式(5.3).

我們再来推导它的路程公式. 仿照公式(5.4),既然初速度是 v_0 , 第 t 秒末的速度是 v , 則在这段时间 t 內的平均速度 \bar{v} 为

$$\bar{v} = \frac{v_0 + v}{2},$$

所以它在这段时间內所通过的路程

$$S = \bar{v}t = \frac{v_0 + v}{2} \times t = \frac{v_0 + (v_0 + at)}{2} \times t = v_0t + \frac{1}{2}at^2 \quad (5.7)$$

这就是初速度不等于零的匀加速直线运动的路程公式。可以看出，如果初速度等于零（即 $v_0=0$ ），它就是公式(5.4)。

公式(5.6)和(5.7)是初速度不等于零的匀加速直线运动的运动规律的数学表达式。应用这两个公式，就可以解决这种运动的有关问题。

把公式(5.6)和(5.7)中的 t 消去后，可得

$$v^2 = v_0^2 + 2aS \quad (5.8)$$

匀减速直线运动和匀加速直线运动相反，速度在均匀地减小，即在任何相等时间内，速度的减小是相等的。速度既然减小，也就是加速度是负的。如果用 a 表示加速度的绝对值，那么，只要把上面匀加速运动的一系列公式中 a 前面的加号改成减号，就可以得到匀减速直线运动的公式①，即：

$$v = v_0 - at \quad (5.9)$$

$$S = v_0t - \frac{1}{2}at^2 \quad (5.10)$$

$$v^2 = v_0^2 - 2aS \quad (5.11)$$

再有，从公式(5.6)和(5.7)中可以了解：应用上一章所讲的运动的合成，可以把初速度为 v_0 、加速度为 a 的匀加速直线运动，看作是一个速度为 v_0 的匀速直线运动和一个初速度为零、加速度为 a 的匀加速直线运动的合运动。同样地，从公式(5.9)和(5.10)中可以看出，也可以把匀减速直线运动看作是一个速度为 v_0 的匀速直线运动和一个初速度为零、加速度为负 a 的匀加速直线运动的合运动。

例3. 火车从车站出发作匀加速直线运动，当行驶到离车站600米远的地方，它的速度是27公里/小时。试计算所用的时间和它的加速度。

① 有关匀减速运动的计算也可以应用匀加速运动公式(即(5.6)、(5.7)、(5.8))，但 a 应以负值代入。

【解】 根据題意，知： $v_0=0$ ， $v=27$ 公里/小时 $=27 \times \frac{1000}{3600}$ 米/秒 $=7.5$ 米/秒， $S=600$ 米。求 t 和 a 。

本題有好几种解法，我們举两种为例：

(1) 用公式 $S=\frac{1}{2}at^2$ 和 $v=at$ ，得 $S=\frac{1}{2}vt$ ，所以

$$t = \frac{2S}{v} = \frac{2 \times 600 \text{ 米}}{7.5 \text{ 米/秒}} = 160 \text{ 秒}.$$

再用 $v=at$ 得

$$a = \frac{v}{t} = \frac{7.5 \text{ 米/秒}}{160 \text{ 秒}} = \frac{15}{320} \text{ 米/秒}^2 \approx 0.05 \text{ 米/秒}^2.$$

(2) 用公式 $v^2=2aS$ ，先求 a ，即

$$a = \frac{v^2}{2S} = \frac{(7.5 \text{ 米/秒})^2}{2 \times 600 \text{ 米}} = \frac{15}{320} \text{ 米/秒}^2 \approx 0.05 \text{ 米/秒}^2.$$

再用公式 $v=at$ 求 t ，即

$$t = \frac{v}{a} = \frac{7.5 \text{ 米/秒}}{\frac{15}{320} \text{ 米/秒}^2} = 160 \text{ 秒}.$$

做有关物体运动的习题时，往往有好几种解法，究竟用哪一种解法好，那要看哪种解法比較簡便，就用哪种解法。本題所用的两种解法都是一样的，沒有簡繁可言。但用第二种解法时，讀者必須注意，求 t 时不能用 a 的近似值 0.05 米/秒² 代入，而是要用它的正确值 $\frac{15}{320}$ 米/秒² 代入，否則求出来的 t 也是一个近似值了。严格地讲，求 t 时應該这样地来做：

$$t = \frac{v}{a} = \frac{v}{\frac{v^2}{2S}} = \frac{2S}{v} = \frac{2 \times 600 \text{ 米}}{7.5 \text{ 米/秒}} = 160 \text{ 秒}.$$

讀者还可以用其他方法来解，例如求出 t 后，用 $S=\frac{1}{2}at^2$ 求 a 。

例 4. 試証明：在初速度为零、加速度为 a 的匀加速运动中，(1) 物体在 1 秒钟內、2 秒钟內、3 秒钟內……所通过的路程之比

为 1:4:9:……; (2) 物体在第 1 秒钟内、第 2 秒钟内、第 3 秒钟内……所通过的路程之比为 1:3:5:…….

【解】 用公式 $S = \frac{1}{2} at^2$.

(1) 設 S_1 、 S_2 、 S_3 ……分別表示物体在 1 秒钟内、2 秒钟内、3 秒钟内……所通过的路程, 則

$$S_1 = \frac{1}{2} a \times 1^2 = \frac{1}{2} a; S_2 = \frac{1}{2} a \times 2^2 = 4\left(\frac{1}{2} a\right);$$

$$S_3 = \frac{1}{2} a \times 3^2 = 9\left(\frac{1}{2} a\right); \dots\dots$$

.....

$$\begin{aligned} \therefore S_1:S_2:S_3:\dots\dots &= \frac{1}{2} a:4\left(\frac{1}{2} a\right):9\left(\frac{1}{2} a\right):\dots\dots \\ &= 1:4:9:\dots\dots \end{aligned}$$

(2) 設 S_I 、 S_{II} 、 S_{III} ……分別表示物体在第 1 秒钟内、第 2 秒钟内、第 3 秒钟内……所通过的路程。所謂物体在第 2 秒钟内所通过的路程, 意思就是物体在第 2 秒这一秒時間内所通过的路程, 它應該等于物体在最初 2 秒钟内通过的路程, 减去物体在最初 1 秒钟内通过的路程。同样地, 物体在第 3 秒钟内所通过的路程, 應該等于物体在最初 3 秒钟内通过的路程, 减去物体在最初 2 秒钟内通过的路程。因此,

$$S_I = \frac{1}{2} a \times 1^2 = \frac{1}{2} a;$$

$$S_{II} = \frac{1}{2} a \times 2^2 - \frac{1}{2} a \times 1^2 = 3\left(\frac{1}{2} a\right);$$

$$S_{III} = \frac{1}{2} a \times 3^2 - \frac{1}{2} a \times 2^2 = 5\left(\frac{1}{2} a\right);$$

.....

$$\begin{aligned} \therefore S_I:S_{II}:S_{III}:\dots\dots &= \frac{1}{2} a:3\left(\frac{1}{2} a\right):5\left(\frac{1}{2} a\right):\dots\dots \\ &= 1:3:5:\dots\dots \end{aligned}$$

以上証明的两个关系，是物体作初速度等于零的匀加速直綫运动的特点；一般地說，如果物体的运动具有这些特点，它就可能是初速度等于零的匀加速直綫运动。

习 題 5·3

1. 一个物体从靜止开始作匀加速直綫运动，加速度等于 5 厘米/秒²。試計算 20 秒钟后的速度和通过的路程。

2. 一个物体从靜止开始作匀加速直綫运动，加速度是 $a=8$ 厘米/秒²，經過一段時間之后，它的速度达到了 $v=80$ 厘米/秒。試計算所用的時間和在这段時間內所通过的路程。

3. 火車用 54 公里/小时的速度前进，如果現在突然紧急刹車使它停止，需要 15 秒钟以后才能使它停下来。試計算它所經過的路程和加速度。

4. 让扔出去的石子在水平的冰面上滑动，刚开始滑动时，它的速度是 12 米/秒。如果石子的加速度是 -0.6 米/秒²，則石子从开始在冰上滑动到停止滑动，共需要多长时间？走了多少路程？滑动的平均速度是多少？[提示：应用匀减速运动公式时加速度 a 应取正值，即 $a=0.6$ 米/秒²。]

5. 有騎自行車的甲、乙两人，甲用 18 公里/小时的初速度、 -20 厘米/秒²的加速度从山脚向山頂进行，乙用 5.4 公里/小时的初速度、 0.2 米/秒²的加速度从山頂向山脚进行。从山頂到山脚的距离是 195 米。如果甲、乙两人同时分別从山脚和山頂出发，問要經多少時間两人才相遇？两人相遇时各走了多少路程？

6. 子彈在剛要射入树干前的速度是 400 米/秒，射入树干后在 20 厘米深处停止。假定子彈在树干內的运动是匀减速的，計算子彈在其中的运动時間、加速度和在 10 厘米深处的速度。

§ 5·4 匀加速直綫运动的速度图綫

在討論匀速直綫运动时，我們曾經提到过，物体的运动規律可以用数学公式来表示，也可以用图綫来表示。在 § 5·3 中我們已經列出了匀加速直綫运动的运动規律的数学表达式，在本节中我們將討論它的图綫表示法。但是限于数学知識，我們这里只讲它的速度图綫。

先作初速度等于零、加速度等于2米/秒²的匀加速直线运动的速度图线。根据 $v=at$ ，计算出运动开始后第一秒末、第二秒末、第三秒末……的速度，并列成下表：

t (秒)	0	1	2	3	4	5
v (米/秒)	0	2	4	6	8	10

作坐标轴，在时间轴 Ot 上根据选定的标度从 O 点起依次截取等长的线段，每一段代表1秒钟。同样地，在速度轴 Ov 上根据选定的标度从 O 点起依次截取等长的线段，每一段代表1米/秒(图5.4)。

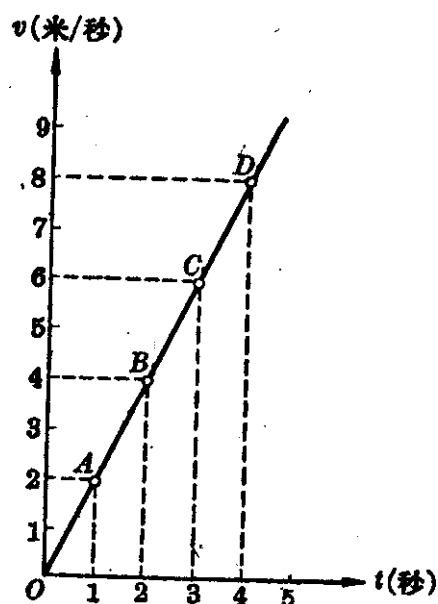


图5.4 初速度等于零的匀加速直线运动的速度图线

然后再在图中找出与表中所列各对应值如(0, 0)、(1, 2)等的点 O 、 A 、 B 、 C ……来。把这些点联结起来，就得到一条通过坐标原点的倾斜的直线。这就是初速度等于零的匀加速直线运动的速度图线。

如果要画出初速度不等于零，例如 $v_0=2$ 米/秒， $a=1$ 米/秒²的匀加速直线运动的速度图线，则先根据公式 $v=v_0+at$ ，计算出运动开始后第一秒末、第二秒末、第三秒末……的速度，并列成下表：

t (秒)	0	1	2	3	4	5
v (米/秒)	2	3	4	5	6	7

同样地，作坐标轴，在时间轴 Ot 上截取相等的线段，每一线段代表1秒的时间；在速度轴 Ov 上也截取相等的线段，每一线段代表1米/秒的速度。再在图中找出上表中所列各对应值如(0, 2)、

(1, 3)等的点 A 、 B 、 C ……来。把这些点联结起来,就得到一条不通过坐标原点的倾斜的直线。这就是初速度不等于零的匀加速直线运动的速度图线(图 5.5)。

从图 5.4 和图 5.5 中可以看出:匀加速直线运动的速度图线是一条倾斜的直线。当初速度等于零时,这条直线通过原点,因为 $t=0$ 时,物体的速度也等于零;初速度不等于零时,它不通过原点,因为 $t=0$ 时,物体的速度不等于零。

和上一章所讲的匀速直线运动的速度图线一样,从匀加速直线运动的速度图线中,我们可以得出下列结论:

(1) 利用速度图线,很容易求出运动物体在任何时刻的即时速度。同时也可以求出达到某一速度时所用的时间。

(2) 如果在同一坐标图中,作几个加速度不同的速度图线,我们很容易看出:加速度越大的运动,它的速度图线越陡;加速度越小的运动,它的速度图线越平。

(3) 利用速度图线,可以确定运动物体在一定时间内所通过的路程。图 5.6 表示从初速度等于零的匀加速直线运动的速度图线求出它在时间 t 内所通过的路程。这个路程的数值等于这样一个直角三角形的面积(画斜线的部分),斜边是速度图线,底边是时间轴,另一边是与时间轴垂直的由运动时间所决定的直线。图 5.7 表示从初速度不等于零的匀加速直线运动的速度图线求它在时间 t 内所通过的路程。这个路程的数值是这样梯形的面积(画斜线的部分):斜边是速度图线,它的对边是时间轴,两条互相平行的边中的一条是速度轴,另一条是与时间轴垂直的由运动时

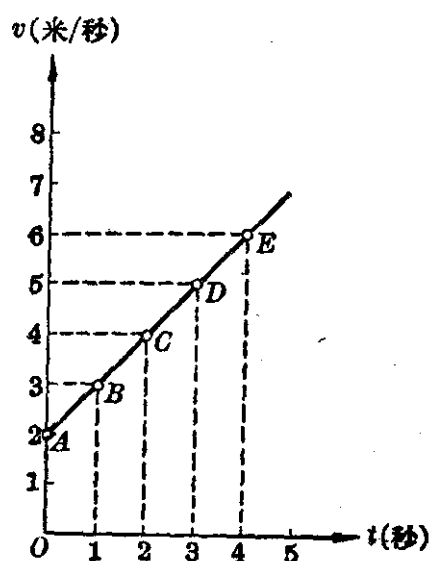


图 5.5 初速度不等于零的匀加速直线运动的速度图线

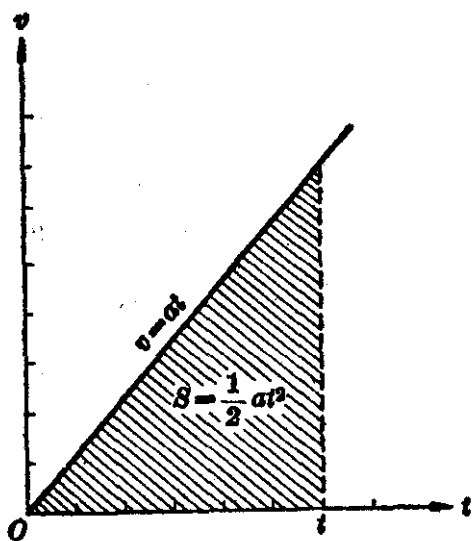


图 5.6 利用速度图綫求所通过的路程(初速度等于零)

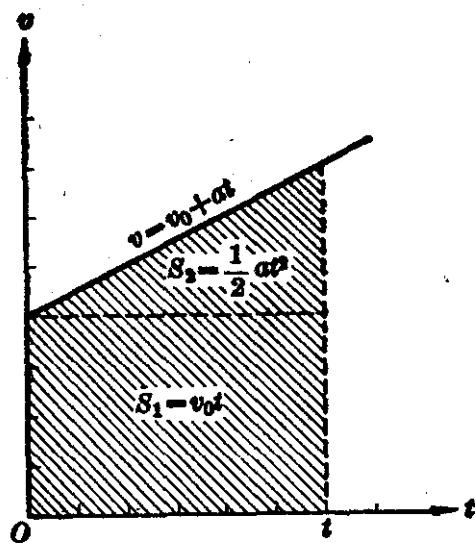


图 5.7 利用速度图綫求所通过的路程(初速度不等于零)

間所决定的直綫。根据数学公式,这个梯形的面积是

$$\frac{v_0+v}{2} \times t = \frac{v_0+v_0+at}{2} \times t = v_0t + \frac{1}{2} at^2,$$

这就是运动物体在時間 t 內所通过的路程。可以看出,这个結果和我們前面用其他方法求得的结果相同。如图所示,这一面积也可以看作是一个直角三角形和一个长方形的面积之和。

例 5. 作 $v_0=10$ 米/秒, $a=-1$ 米/秒² 的匀减速直綫运动的速度图綫。

【解】 根据公式 $v=v_0+at$, 求出运动开始后第一秒末、第二秒末、第三秒末……的速度,并列成下表:

t (秒)	0	1	2	3	4	5	6
v (米/秒)	10	9	8	7	6	5	4

如图 5.8 所示,作坐标軸,在時間軸 Ot 上截取相等的綫段,每一段代表 1 秒;在速度軸 Ov 上也截取相等的綫段,每一段代表 1 米/秒。

再把上表中所列的各对应值的点找出来,联結这些点,就得到一条向下傾斜的直綫,这就是我們所要求的速度图綫。

与图 5.4 和 5.5 比较, 我们就知道: 匀加速直线运动和匀减速直线运动的速度图线都是一条倾斜的直线。但前者向上升, 表示速度越来越大, 是加速; 后者向下倾, 表示速度越来越小, 是减速。和匀加速直线运动速度图线一样, 利用匀减速直线运动速度图线, 也能够求出物体运动的速度和路程等。

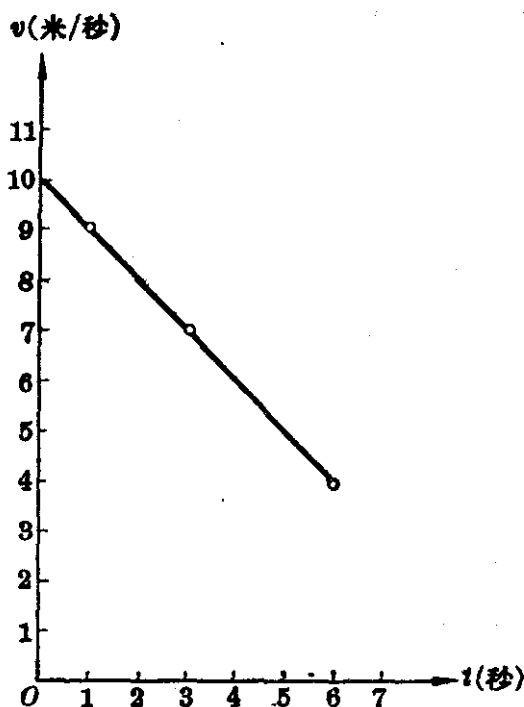


图 5.8 匀减速运动的速度图线

例 6. 升降机从静止开始作匀加速直线运动, 上升了 5 秒钟后, 它的速度达到 3 米/秒, 然后就以这个速度上升了 6 秒钟, 最后又作匀减速直线运动上升了 3 秒钟才停止。求 (1) 开始上升 5 秒钟的加速度和这段时间内所通过的路程; (2) 作匀减速直线运动时的加速度和 3 秒钟内所通过的路程; (3) 在这 14 秒钟内上升的总路程; (4) 作它们的速度图线, 并指出各段时间内所通过的路程。

【解】 (1) 升降机从静止开始上升的 5 秒钟内是作初速度等于零的匀加速运动, 所以用公式 $v=at$, 得

$$3 \text{ 米/秒} = a \times 5 \text{ 秒}$$

$$\therefore a = 0.6 \text{ 米/秒}^2,$$

再用公式 $S = \frac{1}{2} at^2$, 得到在这 5 秒钟内升降机上升的路程 S_1 为:

$$S_1 = \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} \text{ 米/秒}^2 \times 5^2 \text{ 秒}^2 = 7.5 \text{ 米}.$$

(2). 中段是以 3 米/秒的速度作匀速直线运动 6 秒钟, 应用公式 $S = vt$, 得到在这 6 秒钟内升降机上升的路程 S_2 :

$$S_2 = 3 \text{ 米/秒} \times 6 \text{ 秒} = 18 \text{ 米.}$$

(3) 最后 3 秒钟是作匀减速运动, $v_0 = 3 \text{ 米/秒}$, $v = 0$, 所以应用公式 $v = v_0 + at$, 得

$$0 = 3 \text{ 米/秒} + a \times 3 \text{ 秒}$$

$$\therefore a = -1 \text{ 米/秒}^2,$$

再用公式 $S = v_0 t - \frac{1}{2} at^2$, 并以 $v_0 = 3 \text{ 米/秒}$, $t = 3 \text{ 秒}$, 加速度的绝对值 $a = 1 \text{ 米/秒}^2$ 代入 (不可以用 $a = -1$) 就得到升降机在最后 3 秒钟内所通过的路程 S_3 :

$$S_3 = 3 \text{ 米/秒} \times 3 \text{ 秒} - \frac{1}{2} \times 1 \text{ 米/秒}^2 \times 3^2 \text{ 秒}^2 = 4.5 \text{ 米.}$$

所以在这 14 秒钟内上升的总路程 S 为

$$S = S_1 + S_2 + S_3 = 7.5 \text{ 米} + 18 \text{ 米} + 4.5 \text{ 米} = 30 \text{ 米.}$$

(4) 各段的速度图线如图 5.9 所示. 第一段 5 秒钟内所通过的

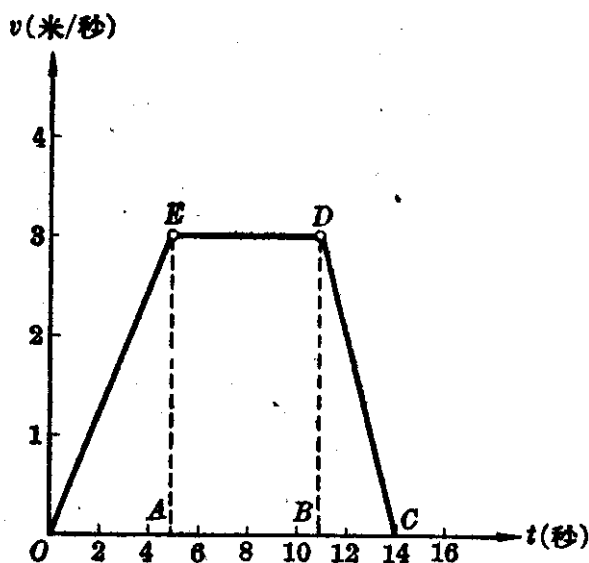


图 5.9

的路程的数值等于 $\triangle OAE$ 的

面积, 即 $\frac{1}{2} \times 3 \times 5 = 7.5$; 第二段

6 秒钟内所通过的路程的数值

等于长方形 $ABDE$ 的面积,

即 $3 \times 6 = 18$; 最后一段 3 秒钟

内所通过的路程的数值等于

$\triangle BCD$ 的面积, 即 $\frac{1}{2} \times 3 \times 3$

$= 4.5$. 所以在这 14 秒钟内所

通过的总路程是 $7.5 + 18 + 4.5$

$= 30$ 米..

所以, (1) 在升降机开始上升的 5 秒钟内, 加速度等于 0.6 米/秒^2 , 并通过了 7.5 米的路程; (2) 然后作匀速直线运动 6 秒钟, 并通过了 18 米的路程; (3) 在最后 3 秒钟内, 升降机作匀减速直线运动, 加速度是 -1 米/秒^2 , 并通过了 4.5 米的路程; (4) 这样, 升降

机在这 14 秒钟内一共上升了 30 米的路程。

习 题 5·4

1. 作 $v_0=0$, $a=4$ 厘米/秒的匀加速直线运动的速度图线, 并求出它运动 5 秒钟后所通过的路程。

2. 作 $v=8$ 米/秒, $a=-1$ 米/秒的匀减速直线运动的速度图线, 并求出它在停止运动前所通过的路程。

3. 汽车在过桥以后最初 5 分钟用 5 米/秒的速度作匀速直线运动, 后来又用 0.25 米/秒² 的加速度作匀加速直线运动, 再经过 20 秒钟时经过一所学校的大门。求汽车在经过学校大门时的速度和桥到大门的距离, 并作出汽车的速度图线。

4. 一个从静止开始作匀加速运动的物体, 在第一秒末的速度是 1 米/秒。问它在前 2 秒钟内、前 5 秒钟内所通过的路程分别是多少? 它在第 5 秒末的速度是多少? 它在第 5 秒内通过的路程是多少? 画出它的速度图线。[提示: 第 5 秒内通过的路程可以用前 5 秒钟内通过的路程减去前 4 秒钟内通过的路程来求得。]

§ 5·5 自由落体运动

在第一章中讲重量时, 我们曾经提到, 任何物体如果没有其他物体支持它, 就要落下来。例如手里拿着的物体, 在手松开以后, 就要向下落。我们说这是由于地球对物体有吸引作用而产生的。

现在我们要研究物体的降落是怎样的一种运动。

关于这种运动的性质, 在物理学史上也是逐步认识清楚的。首先对于各种物体落下来的快慢问题有不同的看法。在 16 世纪以前的学者着重从表面现象出发, 例如手中拿着一块金属片和一张纸片, 同时放手, 金属片就比纸片降落得快一些, 因而他们认为物体降落的快慢是由物体的重量所决定的, 物体越重, 就降落得越快。直到 16 世纪末, 伽利略才用实验证明这种看法是不正确的。伽利略在比萨斜塔(图 5·10) 上把几个大小相同而重量不同的球体同时从同一高度落下, 发现它们差不多在同一时刻到达地面。

可見尽管各个物体的重量不同，它們从同一高度落下的快慢是相同的。



图 5·10 伽利略作过落体实验的比薩斜塔

为了証明伽利略的結論，可以用一根长约 1.5 米、一端封閉一端有一个管門的玻璃圓筒，圓筒里面放着各种不同的物体，如石子、羽毛、紙片、橡皮等来进行实验(图 5·11)。实验之前，先把筒中的空气抽出，然后把筒倒轉过来使各种物体降落，于是可以看到这些物体落下的快慢是一样的。如果不先抽出空气，則它們降落的快慢就不一样。由此可見，我們平常所看到的物体降落的快慢之所以不同，并不是由于它們的重量不同，而是由于受到空气阻碍的緣故。

物体在沒有空气的空間中降落的运动叫做**自由落体运动**。物体在空气中降落时，如果空气对它的影响不大，也可以看作是自由落体运动。

經過进一步的研究，伽利略指出：自由落体运动是一种匀加速直綫运动。

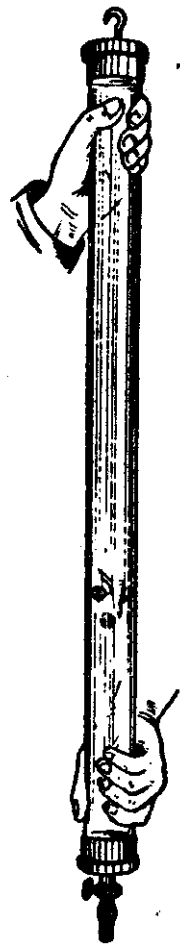


图 5.11 在沒有空气的空間中物体的降落

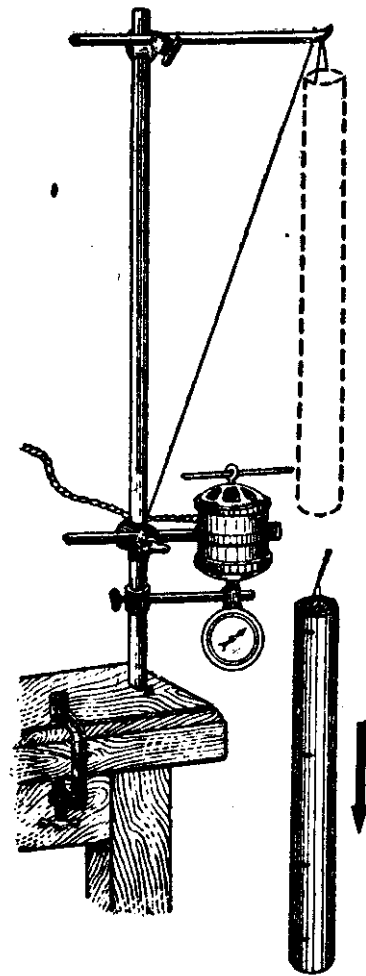


图 5.12 研究自由落体运动的装置

图 5.12 所示的装置,可以用来演示和証实自由落体运动是匀加速直綫运动. 拿一根圓的木棍或金属棍,外面刷上一层白粉,然后用绳把它吊在架子上. 另外用一个小的电动机来測定時間,让电动机的軸成豎直方向,把它牢牢地固定在木板上. 在电动机的軸上装一根水平的細木棍,木棍的一头装一只針,調准支架的位置,使吊着的圓棍恰好和針尖接触. 先开动电动机,然后把吊着圓棍的綫燒断,圓棍就开始自由降落. 电动机轉一周所用的時間是相等的,它每轉一周,針尖就在圓棍的白粉上划一个記号,所以在落下的圓棍上就被划上了一連串的記号.

把划上記号的圓棍平放在桌面上,然后量度每一記号和圓棍靜止时第一个記号之間的距离. 这些距离代表圓棍在电动机旋轉 1、2、3、4 周所用的時間內通过的路程 S_1 、 S_2 、 S_3 、 S_4 ……. 比較这

些路程的数值,可以看出 $S_1:S_2:S_3:S_4\cdots$ 和 $1:4:9:16\cdots$ 非常接近. 这就证明了圆棍自由降落所通过的路程和它所用的时间的平方成正比,这是初速度等于零的匀加速直线运动的特征,所以我们可以肯定地说,自由落体运动是匀加速直线运动.

自由落体运动既然是匀加速直线运动,那么它的加速度等于多少呢?

伽利略的实验已经指出:同时从同一高度落下的物体同时到达地面. 这说明这些物体在以同样的加速度作初速度为零的匀加速直线运动,所以在相同的时间内通过相等的路程. 因此,我们的结论是:在同一地点,一切自由落体的加速度都是相同的. 这个加速度叫做自由落体加速度,也叫做重力加速度,一般用字母 g 来代表.

因为自由落体运动是初速度为零、加速度为 g 的匀加速直线运动,所以公式(5.3)和(5.4)可以用来计算它的速度和路程. 如果物体在 t 时间内竖直下落的距离为 h , 则它的运动规律可以写成:

$$v = gt, \quad (5.12)$$

$$h = \frac{1}{2}gt^2, \quad (5.13)$$

这就是自由落体运动规律的数学表达式.

从(5.12)和(5.13)中消去 t 后,得到导出公式:

$$v^2 = 2gh. \quad (5.14)$$

g 的数值也可以用实验方法求得,例如从已知的高度使一钢球降落,只要测出落到地面所用的时间,就可以用公式(5.13)计算出 g 来. g 的数值差不多等于 980 厘米/秒².

在地球上不同的地方, g 的大小是不同的. 例如在赤道, $g=978$ 厘米/秒²; 在北极, $g=983$ 厘米/秒²; 在北京, $g=980.12$ 厘米/秒². 物体在不同地方, g 的数值不同的原因,我们将在第七章中加以说明.

由于 g 的数值在不同的地方相差不大, 计算实际问题时, 往往也不需要非常精确. 通常就可以把它看作是等于 980 厘米/秒² 或 9.8 米/秒².

习 题 5.5

1. 一个物体从空中自由落下, 经过 5 秒钟后落到地面, 计算它落下的高度和落到地面时的末速度.

2. 一个自由下落的物体到达地面时的速度是 39.2 米/秒, 计算物体落下的高度和降落的时间.

3. 从不同高度自由落下的两个物体同时到达地面, 第一个物体落下的时间是 1 秒, 第 2 个物体落下的时间是 2 秒. 问第一个物体开始降落时, 第二个物体离地面的高度是多少?

4. 一个自由落体在最后 1 秒钟内落下的路程等于全部路程的一半. 计算它降落的时间和高度.

5. 证明作自由落体运动的物体, (1) 它在第 1 秒末、第 2 秒末、第 3 秒末……的速度之比是 $v_1:v_2:v_3\cdots=1:2:3\cdots$; (2) 它在前 1 秒内、前 2 秒内、前 3 秒内……所通过的路程之比是 $S_1:S_2:S_3\cdots=1:4:9\cdots$.

6. 证明作自由落体运动的物体, (1) 它在第 1 秒内、第 2 秒内、第 3 秒内……的平均速度之比为 $\bar{v}_1:\bar{v}_2:\bar{v}_3\cdots=1:3:5\cdots$; (2) 它在第 1 秒内、第 2 秒内、第 3 秒内……所通过的路程之比为 $S_I:S_{II}:S_{III}\cdots=1:3:5\cdots$.

§ 5.6 竖直上抛运动

竖直向上抛出一块小石子后, 我们看到, 它的上升速度慢慢地减小, 直到等于零为止. 这时它已经上升到最大高度, 然后又从这个高度自由落下.

在物体还没有到达最大高度开始下落以前, 可以把竖直上抛运动看作是一种匀减速直线运动, 它的加速度的数值就等于重力加速度 g . 至于当物体到达最大高度开始下落时, 物体的运动已经是自由落体运动, 因此可以按照自由落体运动来研究. 现在我们研究上抛物体在上升过程中的运动情况.

設 v_0 为物体被抛出的初速度, 則它在 t 秒末的速度 v 和 t 秒内所通过的路程 h , 可以分別由下列二公式决定:

$$v = v_0 - gt, \quad (5.15)$$

$$h = v_0 t - \frac{1}{2} gt^2. \quad (5.16)$$

从这二个公式中看出, 也可以把豎直上抛运动看作是一个初速度为 v_0 的豎直向上的匀速直綫运动和一个自由落体运动的合运动.

与前相同, 从公式(5.15)、(5.16)中消去 t 后, 得到:

$$v^2 = v_0^2 - 2gh.$$

例 7. 用初速度 v_0 豎直上抛一个物体. 求: (1) 上升到最大高度时所用的時間(叫做上升時間); (2) 所能够到达的最大高度; (3) 从最大高度落到你手中的時間(叫做下落時間); (4) 落到你手中时的速度.

【解】 这是一个反映豎直上抛运动的几个特点的題目, 希讀者注意. 我們分两步来考虑, 先考虑上升运动(即图5.13中的 $A \rightarrow B$), 这时它作匀减速运动; 再考虑从最大高度落下到手中的运动(即图5.13中的 $B \rightarrow C$), 这时它作自由落体运动.



图 5.13

1. $A \rightarrow B$: 設 t_1 为上升時間(即从 A 上升到最高点 B 的时间), h 为上升的最大高度(即 AB 这段路程). 因为 B 点的速度为零, 所以

$$0 = v_0 - gt_1$$

$$\therefore t_1 = \frac{v_0}{g},$$

又

$$h = v_0 t - \frac{1}{2} gt^2$$

$$= v_0 \left(\frac{v_0}{g} \right) - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_0}{g} \right)^2$$

$$= \frac{v_0^2}{2g}.$$

2: $B \rightarrow C$: 設 t_2 为下落時間(即从 B 自由落体到 C 的时间),
 v 为石子落到你手中(即 C 点)时的速度, 則

$$h = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{1}{2}gt_2^2$$

$$\therefore t_2 = \frac{v_0}{g}.$$

解上面的方程式时, $t_2 = \pm \frac{v_0}{g}$, 但因時間的負值沒有意义, 故只取正值.

$$\begin{aligned} \text{又} \quad v &= gt_2 \\ &= g \frac{v_0}{g} \\ &= v_0. \end{aligned}$$

根据上面的計算結果, 我們可以看到: (1) $t_1 = t_2 = \frac{v_0}{g}$, 即上升時間等于下落時間; (2) $v = v_0$, 表明下落到原处的速度在数值上等于抛出的初速度, 但方向相反. 这两点是豎直上抛运动的特点.

例 8. 皮球从 8.1 米的高度落下, 着地后豎直向上跳起, 它上跳的速度等于着地时速度的 $\frac{3}{4}$. 問球能跳起多少高? 它由开始降落到第二次着地要經過多少時間?

【解】 如图 5.14 所示, 設 h_1 为球原来的高度, v_1 为第一次着地时的速度, v_2 为跳起时的速度, h_2 为跳起后上升的高度.

$$\begin{aligned} (1) \text{ 因为 } v_1 &= \sqrt{2gh_1}, \\ \therefore v_2 &= \frac{3}{4}v_1 = \frac{3}{4}\sqrt{2gh_1} = \sqrt{2gh_2}, \end{aligned}$$

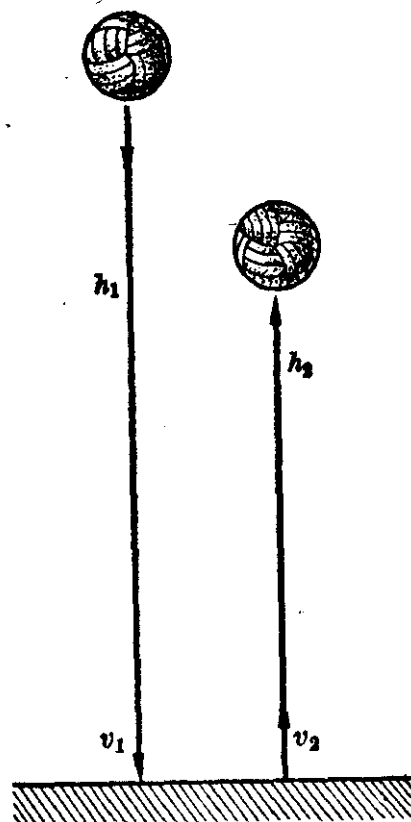


图 5.14

即
$$\frac{9}{16} \times 2gh_1 = 2gh_2,$$

故
$$h_2 = \frac{9}{16} h_1 = \frac{9 \times 8.1 \text{ 米}}{16} \approx 4.55 \text{ 米},$$

即球能跳起的高度是 4.55 米。

(2) 从开始落下到第二次着地时所经过的时间由两部分组成。一部分是从开始落下到第一次着地时所经过的时间，设它为

t_1 ，则应用 $h_1 = \frac{1}{2}gt_1^2$ ，求得

$$\therefore t_1 = \sqrt{\frac{2h_1}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 8.1 \text{ 米}}{9.8 \text{ 米/秒}^2}} = 1.29 \text{ 秒},$$

另一部分是从球第一次着地后开始向上回跳又下落到地面所经过的时间，设此时间为 t_2 ，则根据例 7，得

$$\begin{aligned} t_2 &= \frac{2v_2}{g} = \frac{2}{g} \times \frac{3}{4}v_1 = \frac{3\sqrt{2gh_1}}{2g} = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{2h_1}{g}} \\ &= \frac{3}{2}\sqrt{\frac{2 \times 8.1 \text{ 米}}{9.8 \text{ 米/秒}^2}} = 1.94 \text{ 秒}. \end{aligned}$$

这两个时间之和，就是我们所要求的时间 t ，

故
$$t = t_1 + t_2 = 1.29 \text{ 秒} + 1.94 \text{ 秒} = 3.23 \text{ 秒}.$$

习 题 5.6

1. 把物体竖直向上抛出，至少应给它多大的速度，它才能上升到 20 米的高处。取 $g = 10 \text{ 米/秒}^2$ 。

2. 一颗石子从 80 米高的塔上自由落下，在同一时刻，正对着这颗石子在地面上用 40 米/秒的速度竖直向上抛出另一颗石子。问经过多少时间两石子相遇？在什么高度相遇？

3. 从某点用 25 米/秒的速度同时抛出两个物体，一个物体竖直向上，另一个物体竖直向下。求经过 2 秒和 3 秒后，两个物体间的距离。

4. 竖直上抛的球经过 6 秒钟后回到原地。求它上升的最大高度和它回到原地时的速度。

5. 一个气球用 4 米/秒的速度竖直上升。气球下面系着一个重物。在

气球上升到 217 米的高处时，系重物的绳断了。問从这时起，重物要經過多少時間才落到地面？（取 $g=10$ 米/秒²）。[提示：绳断后，重物并不立刻向下降落，因为它有一个向上的初速度 4 米/秒，要上升一段路程。]

本章提要

1. 本章一共讲了下面几种运动

(1) 变速直綫运动：这种运动的特点是它的快慢不均匀，即在任何相等的时间內，通过的路程不相等。为了粗略地描述这类运动，我們引入平均速度的概念。这样，在一段时间 t 內所通过的路程 S 为

$$S = \bar{v}t.$$

(2) 匀变速直綫运动：它是一种最简单的变速直綫运动。它的速度随着時間均匀地增加或均匀地减小，即在任何相等的时间內，速度的改变总是相等的。我們討論了下面几种匀变速直綫运动。

(i) 匀加速直綫运动：这是在任何相等的时间內速度的增加都是相等的运动。它的运动公式为：

$$v = v_0 + at,$$

$$S = v_0t + \frac{1}{2}at^2,$$

$$v^2 = v_0^2 + 2aS.$$

如果 $v_0=0$ ，那就是初速度等于零的匀加速直綫运动。如果 a 的方向与 v_0 的方向相反，那就是匀减速直綫运动。

(ii) 自由落体运动：可以把物体在空間中自由降落的运动看作是自由落体运动。它是常見的一种匀加速直綫运动。它的初速度为零，加速度为 g ，所以它的运动公式为：

$$v = gt,$$

$$h = \frac{1}{2}gt^2,$$

$$v^2 = 2gh.$$

(iii) 豎直上抛运动：它是一种常見的匀减速直綫运动，加速度是 $-g$ ，所以它的运动公式为：

$$v = v_0 - gt,$$

$$h = v_0t - \frac{1}{2}gt^2,$$

$$v^2 = v_0^2 - 2gh.$$

可以把竖直上抛运动看作是一个竖直向上的匀速直线运动和一个自由落体运动的合运动。如果我们研究竖直上抛运动的整个上升和下落方程，可以分为两步来处理，如前面例7所示。

2. 我们讲了下面几个基本概念

(1) 平均速度：它是某一段路程和通过这段路程所用的时间的比 ($\bar{v} = \frac{S}{t}$)，也可以说是在某一段路程中各单位时间内所通过的路程的平均值。某一段路程的平均速度并不一定等于另外一段路程的平均速度；某一段时间内的平均速度也并不一定等于另一段时间内的平均速度。所以，讲平均速度时，必须要指明哪一段路程或哪一段时间的平均速度。

对于匀变速直线运动来讲，由于在任意相等的时间内有相等的速度改变，所以它在某一段时间内或某一段路程上的平均速度，可以用相应的初速度 v_0 和末速度 v 来求得，即

$$\bar{v} = \frac{v_0 + v}{2}.$$

必须注意，这一关系只适用于匀变速直线运动，而对于其他的变速运动都不能应用。

(2) 即时速度：它是运动物体在某一时刻或通过某一位置的速度。也可以这样说：运动物体在某一时刻（或某一位置）的即时速度，等于假如它从这一时刻（或这一位置）开始作匀速直线运动时所应有的速度。所以即时速度具有瞬时性质，它决不能理解为单位时间内所通过的路程。

(3) 加速度：匀变速直线运动的加速度是任意一段时间内速度的改变与这段时间的比值，即

$$a = \frac{v - v_0}{t}.$$

在数值上等于单位时间内速度的改变量。对于某一个匀变速（匀加速或匀减速）直线运动来讲，它是一个不变的恒量。

3. 我们还讲了匀加速直线运动的速度图线

关于这部分，我们提出下列几个问题，请读者自己思考。

(1) 匀加速直线运动的速度图线是怎样一条直线？它和匀减速直线运动的速度图线有什么不同？

(2) 初速度等于零的匀加速直线运动的速度图线和初速度不等于零的匀加速直线运动的速度图线有什么不同？

(3) 怎样从速度图线求运动物体在某一段时间内所通过的路程？

复习题五

1. 一个从静止开始作匀加速直线运动的物体在 3 秒钟内通过的路程是 45 厘米。求它的加速度和第 3 秒末的速度。

2. 从车站开出的火车作匀加速运动,在最初一分钟內走 540 米,求它在最初 10 秒钟內走了多少路程。

3. 从车站开出的火车,用 5 厘米/秒^2 的加速度作匀加速运动。問需要多长时间火车的速度才能增加到 28.8 公里/小时?在这段时间內火车通过了多少路程?

4. 汽车用原来的速度 36 公里/小时开行 10 秒钟,后来又以 1.5 米/秒^2 的加速度开行 10 秒钟。求汽车在这 20 秒钟內通过的路程,并作出它的速度图线。

5. 作匀速运动的物体,在 5 秒钟內走了 25 厘米。然后改作匀加速运动,再经过 5 秒钟后連前面所走的路程共計通过了 175 厘米。求物体的加速度,并作出它的速度图线。

6. 由斜面上滚下的后来又是在平面上滚动的小球在 6 秒钟內走了 270 厘米,小球前 3 秒钟是在斜面上作匀加速运动,后 3 秒钟是在平面上作匀速运动。求小球在第 1 秒钟內所通过的路程和后 3 秒钟的运动速度,并作出小球的速度图线。

7. 喷气式飞机的加速度是 10 米/秒^2 。計算它的速度由 240 公里/小时增加到 600 公里/小时时所通过的距离和所用的时间。

8. 两个物体从不同的高度落下,但同时到达地面。已知第一个物体降落的时间是 1 秒钟,第二个物体原来离地面的高度是 30 米。求第二个物体降落了多少时间后第一个物体才开始降落。

9. 已知小钢球在斜面上滚下的运动是匀加速运动,如果小球从静止出发,沿斜面滚下了 96 厘米。現在要把这个长度分成 4 段,使小球通过每一段所化的时间都相等,問这 4 段的长度各是多少?

10. 从某一高度自由落下一个物体,2 秒钟后又从同一高度落下另一个物体。問再过几秒钟后两物体間的距离等于第二个物体开始下落时两物体間距离的 4 倍。

第六章 牛頓第一运动定律

在第四、五两章中，我們討論了物体的各种形式的直綫运动，但沒有談到物体为什么作这种直綫运动或那种直綫运动。这一部分力学叫做运动学，它只研究物体的运动，而不涉及物体运动的原因。

研究物体运动的原因，就是研究物体在什么条件下，从靜止到运动、从运动到靜止、从快到慢、从慢到快以及改变运动的方向等等。总起来說，就是研究物体运动状态变化的原因。知道了这些原因以后，我們在生产、运输以及日常工作中就有可能按照我們的需要控制物体的运动。

研究物体运动状态发生变化的原因，就是研究物体的运动跟它所受作用力的关系。这一部分力学叫做动力学。

动力学的基础是牛頓运动三定律。

§ 6.1 牛頓第一运动定律

牛頓第一运动定律是从人类长期劳动实践中总结出来的。

一辆劳动車，如果沒有人拖它，它会永远停在那里不动。車站上停的汽車，河岸边停的小船……，也都不会自动改变它們的靜止状态。如果要它們开始运动，必須开动发动机，搖动船桨……，也就是必須有其他物体对它作用。

从高处落下的物体，速度越来越大，这是因为受到地球吸引的关系。在公路上行駛的汽車，如果把发动机关閉了，就会慢慢地停下来，这是因为它受到摩擦力和空气阻力的关系。可見，要改变物

体运动的快慢,也必須有其他物体对它作用。

在光滑平面上作直綫运动的鋼珠,如果遇到障碍物,就会改变运动的方向。水平抛出的物体,因为受到地球吸引的关系,不沿水平直綫运动,而沿一条弯向地面的曲綫运动。可見,要改变物体的运动方向(即速度方向),也必須有其他物体对它作用。

总结以上所述,要使靜止的物体运动以及要改变物体运动的快慢和方向,都必須有其他物体对它作用。

那么,如果物体沒有受到别的物体的作用,它的运动状态又将怎样呢?牛頓第一运动定律回答了这个问题。

如果物体沒有受到别的物体的作用,那么,这个物体就保持自己的靜止状态或匀速直綫运动状态不变。

为了帮助讀者进一步了解定律的含义,我們提出下面几点:

第一,我們知道,世界上沒有一个物体可以孤立地存在而不和其他物体发生关系的。所以“物体沒有受到别的物体的作用”这句话是假想的。因此,对于这句话的正确理解应该是:物体受到其他物体的作用,但这些作用恰好相互平衡。例如放在水平桌子上的乒乓球,一方面受到地球吸引的作用,另一方面又受到桌面的作用,这两个作用恰好平衡,所以乒乓球靜止不动。如果我們把桌子的一边抬高一些,两个作用就不能平衡,因而乒乓球就要沿着桌面低的方向滾下去了。

第二,匀速直綫运动是速度的大小和方向都沒有变化的运动,也就是沒有加速度的运动。靜止是运动的特殊情形,这时速度等于零。所以,定律中所讲两种状态都是指沒有加速度的状态。因此,我們也可以說,如果物体沒有受到别的物体的作用,物体的运动是沒有加速度的运动。

第三,物体从靜止开始运动,从这个速度变为另一个速度或者从沿这个方向运动变为沿另一个方向运动,都表明物体的速度发生了变化,或者說物体的运动状态发生了变化,也就是說物体有了

加速度。因此，如果物体受到别的物体的作用，它的运动是具有加速度的运动。

第四，物体保持静止状态或匀速直线运动状态的性质，叫做物体的惯性。牛顿第一运动定律也叫做惯性定律。惯性定律的观念，是伽利略在十七世纪初最先提出来的。

在日常生活中经常可以遇到物体惯性的表现。例如：急速向前奔跑的人，不能立刻停下来；脚被石块一绊，由于上身要保持它原有的运动状态不变，就要向前摔倒；脚一滑，脚的运动加快了，上身仍保持原来的速度不变，就要向后摔倒；汽车、火车以及其他机器在发动机停止工作后，还要继续前进一段路程或者继续转几下。

因此，由于惯性，物体速度的改变总是需要一段时间。

不论物体在什么地方和在什么时候，也不论它的大小怎样，物体总是有惯性的。所以惯性是一切物体的固有属性。

习 题 6·1

1. 骑马急行的人，如果马突然停止运动，骑在马上的人将向哪一个方向倾倒？
2. 在作匀速直线运动的火车内，竖直上抛一个小球后，为什么仍旧能够落回至你的手中？
3. 一列火车在平直的铁路上行驶。如果不看窗外，我们有什么办法能够知道火车的运动状态（匀速运动、加速运动、减速运动）？

§ 6·2 力

力就是一个物体对另一个物体的作用。人们对于力的认识最初是从肌肉紧张的感觉和现象中获得的。例如，我们搬一块石头，因为感觉到肌肉紧张，就表明我们对石头有了力的作用。又如，马拉车子，因为看到肌肉紧张，就表明马对车子有了力的作用。这样的认识是狭隘的，也是不深刻的。这些，我们在 § 2·2 中已简单地讨论过。

現在，根據牛頓第一定律，我們知道，物體的加速度是因為受到別的物體對它的作用而引起的，也就是受到力的作用而引起的。

所以我們說：任何使物體獲得加速度的別的物體的作用都叫做力。也可以說：力是使物體獲得加速度的原因。

注意 力是使物體獲得加速度的原因，而不是維持物體運動的原因。也就是說，不要以為凡是運動的物體一定要我們對它施加作用力。例如，在很光滑的水平面上運動的小球，在水平方向上我們不對它施加力的作用，小球由於本身的慣性就可以繼續運動下去。

由於一個物體對另一個物體作用的方式不同，我們把力分為重力、彈力、摩擦力、電力和磁力等等。在這一章中，我們將對前面三種力加以初步的討論。

§ 6.3 重力，彈力，摩擦力

1. 重力 重力就是物體的重量。地球上任何物體都有重量，也就是都受到重力的作用。重力是由於地球的吸引而引起的，它使物體獲得自由落體加速度 g ，所以 g 又叫做重力加速度。

同一物體在地球上各個地方所受到的重力，一般是不同的。在第一章中，我們曾經談過用鉑鈹合金圓柱體原器的重量作為重量的標準單位 1 公斤。現在看來，這樣的規定是不夠完善的。現在我們規定：用這個原器在北緯 45° 海平面上的重量作為重量的單位 1 公斤。如果把这个原器拿到赤道上去，它的重量只有 0.9973 公斤；拿到北極去，却有 1.0026 公斤；拿到北京去，又只有 0.9995 公斤了。至於為什麼同一物體在不同地方的重量不同 我們將在第十章中討論。

2. 彈力 在第二章中，我們曾經討論過，一個物體受到別的物體作用時，即受到力的作用時，要發生形變。例如，用兩手壓彈簧，彈簧就縮短了；拉彈簧，彈簧就伸長了；重物壓在木板上，木板

就弯曲了等等。总之，物体受到力的作用时，它的形状或体积要改变，也就是说物体发生了形变。

物体在力的作用下发生的形变，有的很显著，一看就可以看出来；有的不显著，要靠仪器的帮助才能察觉出来。事实上，任何物体在受到任意大小的力的作用时，都要发生形变。不发生形变的物体是不存在的。

如果把弹簧的一端固定，另一端和小车联结在一起，先用手向左推动小车，使弹簧压缩，然后放手，就可以看到小车立刻向右运动（图6.1）。同样地，如果先向右拉动小车，使弹簧拉长，然后放手，小车就要向左运动（图6.2）。再如拿一根细竹片，拨动浮在水中的木块，则可以看到细竹片开始弯曲，而木头也移动了（图6.3）。从这些例子中可以看出，物体在发生形变的同时，就有力作用到别的物体上。这种由于物体发生形变而引起的力，叫做弹力。

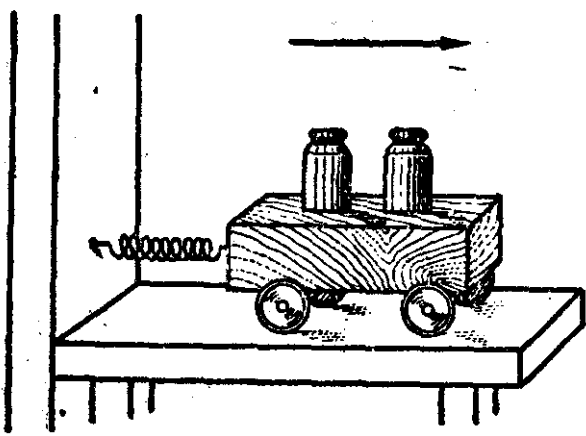


图 6.1 压缩的弹簧使
物体向右运动

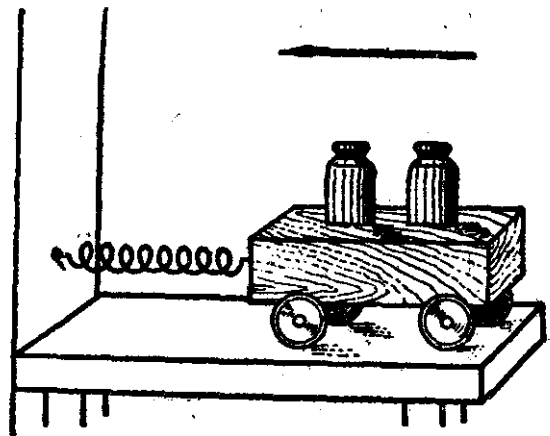


图 6.2 伸长的弹簧使
物体向左运动

这里，我们要请读者注意“同时”这两个字。它的意思是：物体一发生形变，就立刻出现弹力；形变消失后，弹力也立刻消失。形变总是逐渐由小到大的，因而弹力也必然逐渐增大。例如，用力拉一根长的弹簧时，弹簧总是慢慢地被拉长的，只要比原来的长度稍微长一点，立刻就有弹力出现，不过很小而已；拉得越长，弹力也越大。如果让弹簧逐渐恢复原状，弹力也跟着逐渐减少；直到最后

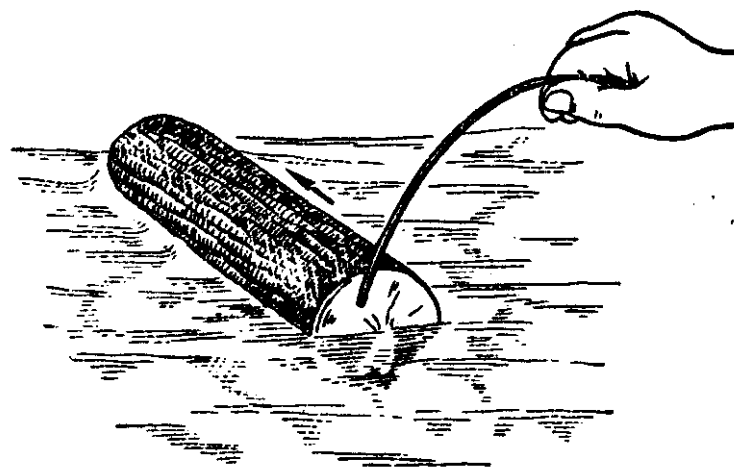


图 6·3 弯曲的細木棍使物体运动

恢复到原来的长度,彈力也完全沒有了。

3. 摩擦力 摩擦現象在日常生活和生产中是普遍存在的。例如人們在冰上滑行时,如果不用力,就会逐渐变慢,最后完全停止下来。关闭了汽車或机器的发动机以后,汽車的前进速度和机器的运轉速度都会逐渐变慢,結果終于停止。

摩擦可以分为三种:滑动摩擦、靜摩擦和滚动摩擦。

(1) 滑动摩擦:一个物体,当它在另一个物体的表面上滑动时,总要受到一个阻碍滑动的力的作用。这种力叫做**滑动摩擦力**。滑动摩擦力的方向总是跟滑动趋向的方向相反。

产生滑动摩擦的原因很复杂,简单地說,可以认为是由于接触面的粗糙不平,如图 6·4 所示。当一个物体在另一个物体的表面上滑动时,它們的凸出部分要相互碰撞并且要被破坏。这就造成了一种阻碍滑动趋向的摩擦力。

(2) 靜摩擦:我們已經研究了两个物体表面互相接触时的滑动摩擦情况。但是,当两个物体相互接触而靜止时有没有摩擦作用呢?

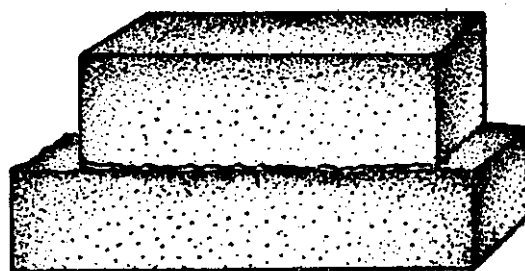


图 6·4 接触表面的粗糙不平

放在房間里地面上的桌子,不去推动它,它靜止不动;如果我

們試用不大的力去推動它，它仍然不動。這是為什麼呢？這是不是跟我們前面所講的牛頓第一運動定律有了矛盾？不是，原來在我們推桌子時，桌子與地面間產生了摩擦作用。人作用在桌子上的推力和地面作用在桌腳上的摩擦力相平衡了，所以桌子仍能維持靜止狀態。象這樣相互接觸的兩個物體雖然還沒有滑動，但在外力作用下已經有了滑動趨勢。這時也要產生摩擦力。因為這種摩擦力阻止物體開始滑動，所以叫做靜摩擦力。靜摩擦力的方向總是跟滑動趨勢的方向相反。

現在我們來做一個實驗，研究靜摩擦力和滑動摩擦力與哪些條件有關。如圖 6.5 所示，把長方形物體 B 放在水平桌面 C 上。 B 的一端系一根繩，並且經過裝在桌邊的滑輪與盤 A 相聯。逐漸增加盤 A 內的砝碼數，即逐漸增大作用在物體 B 上的外力 F 。我們發現，在外力 F 逐漸增大的過程中，物體 B 並不立即開始滑動，表明這時物體 B 受到的靜摩擦力 f 總是恰好與外力 F 大小相等方向相反而保持平衡。但當外力增大到一定的數值時，物體 B 就開始滑動。這說明，在一開始時，靜摩擦力是隨着外力的增大逐漸增加的，但在增大到一定的數值以後就不再增加。這個數值叫做**最大靜摩擦力**，用 $f_{\text{最大}}$ 來表示。

在物體 B 上加幾個砝碼，以改變桌面對它的托力，也就是改變它對桌面的壓力 N （通常叫做正壓力）。同樣地做幾次實驗後，

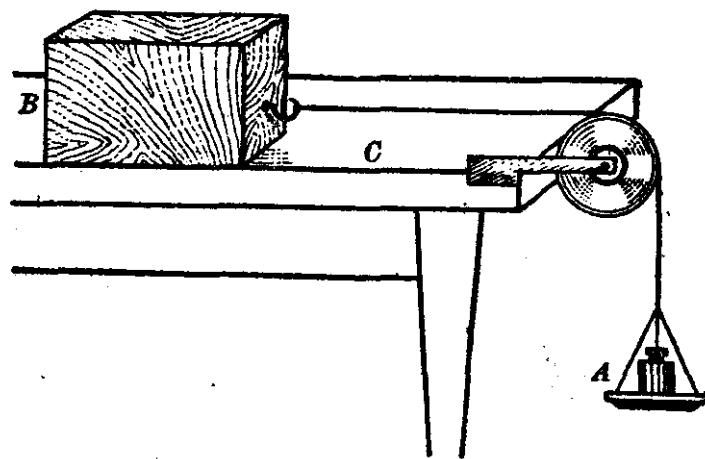


圖 6.5 研究摩擦力的裝置

我們发现，最大靜摩擦力随着正压力的增大而正比地增大。用数学式子来表示，即

$$f_{\text{最大}} = \mu_0 N, \quad (6.1)$$

式中， μ_0 叫做**靜摩擦系数**，它和接触物体的质料和接触面的粗糙情况有关。当两个物体的接触面不很大或不太小时， μ_0 的大小与接触面积的大小无关。

当盘 A 內的砝碼增加到略小于最大靜摩擦力时，如果輕輕地推一下物体 B，它就繼續匀速滑动。这时的摩擦力叫做**滑动摩擦力**。重新做上面的实验，表明滑动摩擦力 f 也和正压力 N 成正比，即

$$f = \mu N, \quad (6.2)$$

式中， μ 叫做**滑动摩擦系数**，它也和接触物体的质料和接触面的粗糙情况有关^①。在数值上 μ_0 略大于 μ 。

(3) **滚动摩擦**：如果一个輪子、一个圆柱体或者一个球体在另一个物体上滚动，这时的摩擦叫做**滚动摩擦**。例如，当火車的輪子在軌道上滚动时，汽車輪子、自行車輪子以及木柱或木桶等在地上滚动时，都有滚动摩擦存在。

如果在图 6.5 的装置中，用一个圆柱形的物体代替长方形物体，重新做这个实验，就可以发现，使圆柱体作匀速滚动时所需加于盘 A 中的砝碼数，要比使长方体作匀速滑动时所需加的砝碼数小得多。由此可見，滚动摩擦力比滑动摩擦力小得多。由于这个緣故，我們常常設法利用滚动摩擦来代替滑动摩擦。例如，搬运笨重的东西时，总是要放在带有輪盘的车子上运；在有些笨重的家具下面安装了小的輪子，以便于推动；在自行車的车軸和軸承之間放置了一种叫做**滾珠軸承**的光滑的鋼球（图 6.6），使自行車运动时鋼球在軸与軸承之間滚动，以减少摩擦。

^① 如果物体滑动較快， μ 数值除与接触物体的质料和接触面性质有关外，还和速度有关。

摩擦可以是有益的，也可以是有害的。当汽车在刹车的时候，

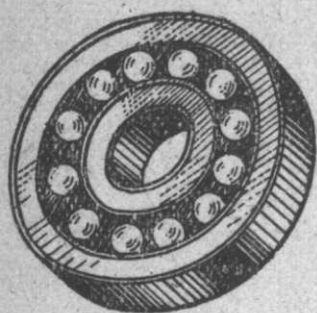


图 6·6 滚珠轴承

是由于滑动摩擦力的作用而使汽车停止下来的。如果轮子和地面之间的静摩擦太小，汽车就不容易开始运动，汽车轮胎上的凹凸槽纹，就是为了用来增加静摩擦的。冬季汽车在通过冰冻的道路时，为了增加车轮与路面之间的静摩擦，常常在汽车的后轮上缠以铁链。

又如人在光滑的冰面上走路时，往往容易跌交，也是由于摩擦太小的关系。

在所有的机器内部的各个转动部分都有摩擦力，结果使轴承、轮轴或其他运动部分变热。在这些情形中，摩擦是有害的，因此我们经常用润滑剂或滚珠轴承来减小摩擦。

表 6·1 一些物质之间的滑动摩擦系数表

摩擦物体	滑动摩擦系数	摩擦物体	滑动摩擦系数
钢和钢	0.17	木和木(顺着纤维)	0.4
钢和铸铁	0.17	木和木(纤维互相垂直)	0.2
铁和铁	0.3	皮带和木头	0.4
铁和黄铜	0.2	皮带和铸铁	0.28
铁和铸铁、铁和青铜	0.18	钢和冰	0.02
青铜和铸铁	0.22	钢和硬地	0.2~0.4
黄铜和铸铁	0.16	木头和冰	0.035

例 1. 某人在冰面上拉 500 公斤的木材，最初用 10 公斤的水平力拉，接着又用 15 公斤、18 公斤的水平力拉，但都不能使木材滑动。一直增加到 20 公斤后，木材才开始滑动。求上述各情形下的静摩擦力和静摩擦系数。

【解】 (1) 木材受到使它沿冰面滑动的力而仍旧不动，这说明它所受到的静摩擦力与所受的拉力大小相等、方向相反，所以

当它受到 10 公斤的拉力时，静摩擦力 = 10 公斤；

当它受到 15 公斤的拉力时，静摩擦力 = 15 公斤；

当它受到 18 公斤的拉力时, 静摩擦力 = 18 公斤;

(2) 由于木材在受到 20 公斤的拉力时开始滑动, 所以最大静摩擦力是 20 公斤, 静摩擦系数为

$$\mu_0 = \frac{20}{500} = 0.04.$$

例 2. 一块 900 公斤重的石板在地面上滑动, 如果滑动摩擦系数是 0.45, 求石板滑动时所受到的摩擦力.

【解】 根据题意, 知 $N = 900$ 公斤, $\mu = 0.45$; 求 f . 所以

$$f = 0.45 \times 900 \text{ 公斤} = 405 \text{ 公斤}.$$

习 题 6.3

1. 用 50 公斤的拉力, 可以使一个 500 公斤重的物体作匀速滑动. 求滑动摩擦系数.

2. 为了使重 40 公斤的物体从静止起, 必须对它加上 20 公斤的力. 物体开始移动以后, 为了使它继续作匀速滑动, 只要加上 19 公斤的力就够了. 求最大静摩擦力、静摩擦系数和滑动摩擦系数.

3. 学生在研究木头和木头之间的滑动摩擦力与正压力的关系时, 在木块 B 上放置不同的重物, 使它在水平木板上作匀速滑动. 实验结果得出如下的数据.

实验次数	木块的重量 (克)	放在木块上的 重物 (克)	所用的拉力	滑动摩擦系数
1	60	—	20	
2	60	100	60	
3	60	200	90	
4	60	300	130	
5	60	500	200	

试计算各项中的滑动摩擦系数, 并求出它们的平均值.

§ 6.4 力的合成

在大多数实际问题中, 物体不只是受到一个力的作用, 而是同时受到几个力的作用. 例如, 放在水平桌面上的物体, 同时受到重

力和桌面对它的托力的作用。又如，在公路上行驶着的汽车，在水平方向上受到牵引力、空气阻力和摩擦力的作用；在竖直方向上受到重力和地面托力的作用，等等。

在物体上某一点同时受到几个力共同作用的时候，我们可以求出这样的一个力，这个力作用在物体上所产生的效果与原来几个力共同作用在物体上所产生的效果完全一样。我们把这个力叫做那几个力的**合力**。与合力大小相等、方向相反的力，叫做**平衡力**。

求已知几个力的合力叫做**力的合成**。

现在我们来研究如何求出作用于物体上同一点的两个力的合力。

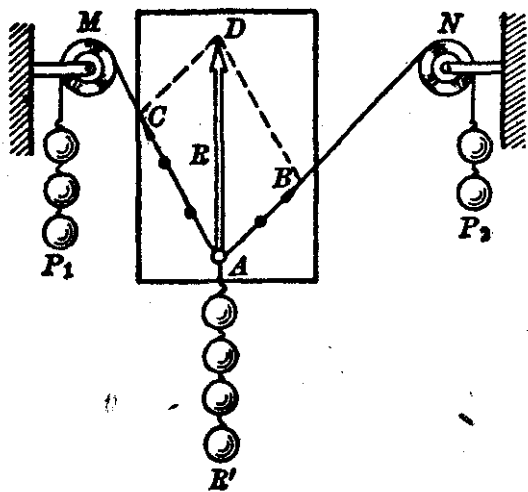


图 6.7 互成角度的力的合成

如图 6.7 所示， M 和 N 是两个定滑轮，在跨过滑轮的细绳的两端各拴一个重量为 P_1 和 P_2 的重物。假定 $P_1=60$ 克， $P_2=40$ 克，并再拿第三个重物（它的重量 $R'=80$ 克）挂在悬线中间的 A 点上。

三个重物经过一段时间的上下运动后，最后达到平衡。现在 A 点上受到三个力的作用，一个是沿 AC 方向的力 P_1 ，一个是沿 AB 方向的力 P_2 ，还有一个是竖直向下的力 R' 。这三个力相互平衡。 R' 是 P_1 和 P_2 的平衡力。

拿一张硬纸板轻轻地放在悬线的后面，描出直线 AC 、 AB 和 AR' 。再把纸板拿下来，并在这三根直线上用我们规定的比例尺截取长度，例如，我们取 1 厘米长的线段代表 20 克，则 AC 是 3 厘米， AB 是 2 厘米， AR' 是 4 厘米。

用 AC 和 AB 为邻边作平行四边形 $ABDC$ ，联结对角线 AD 。量 AD 线段，得 4 厘米，它代表一个力 $R=80$ 克。这个力 R 和 AR' 在一条直线上，方向相反。由于 R' 是平衡力，因而 R 是所求的合力。

換用其他重量來重復上述實驗，證明用這種方法求合力都可以得到正確的結果。所以，作用在物體上的一點的兩個力的合力的大小和方向，可以用代表這兩個力的線段作鄰接邊所畫出的平行四邊形的對角線來代表（通過兩個力的作用點的對角線）。

這個法則叫做**力的平行四邊形法則**。在第四章中，我們求兩個互成角度的分速度的合速度時，也曾經利用過平行四邊形法則。實際上，速度和力都是矢量，在一切相交於一點的矢量的合成中，都是遵從平行四邊形法則的。

如果平行四邊形的邊長不變，則對角線的長短就決定於兩鄰接邊的夾角的大小。也就是說，如果作用於物體上的兩個力的大小不變，則合力的大小和方向決定於這兩個力的夾角的大小。夾角越小，合力越大；夾角越大，合力越小（圖 6.8）。

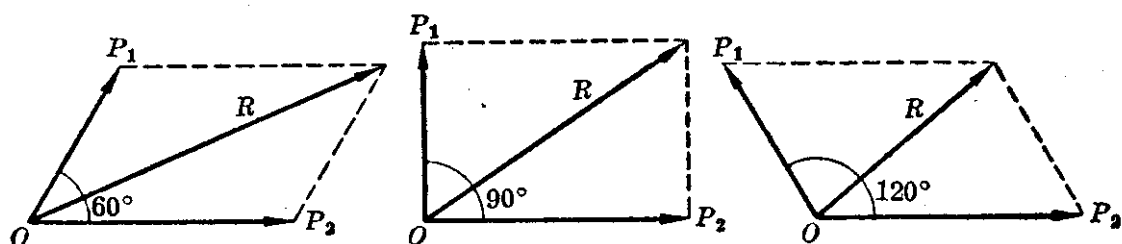


圖 6.8 兩個力的大小不變，它們之間的夾角越大，合力越小

當夾角等於 0° 或 180° 時，作用力都在同一直線上。

當夾角是 0° 時，兩個力的方向相同，合力 R 的大小等於這兩個力的大小之和，方向跟這兩個力的方向相同（圖 6.9）。

當夾角是 180° 時，兩個力的方向相反，合力的大小等於這兩個力的大小之差，方向與較大的那個力相同（圖 6.10）。如果 $P_1 = P_2$ ，則 $R=0$ ，這時物體將保持其靜止狀態或勻速直線運動狀態不變。

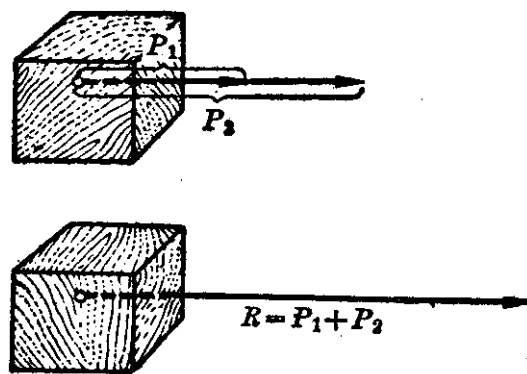


圖 6.9 在同一直線上方向相同的兩個力的合力

如果物体某一点同时受到好几个力的作用(以后不另指明,都

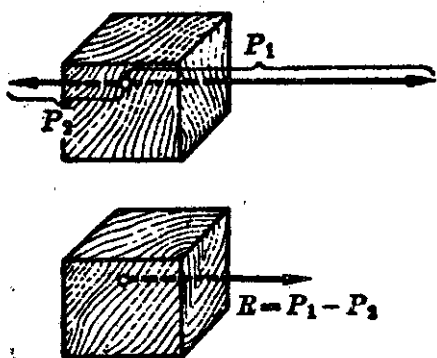


图 6.10 在同一直线上方向相反的两个力的合力

指各不同的力作用于物体的一点,或者虽作用于物体的不同点,但延长力的作用线相交于同一点),我们可以先求出任意两个力的合力,再求出这个合力和第三个力的合力,……一直到末了一个力为止.最后得到的合力就是同时作用在物体上的几个力的合力.图 6.11 表明求 P_1 、 P_2 、 P_3 、 P_4

四个力的合力的例子, R 就是它们的合力.

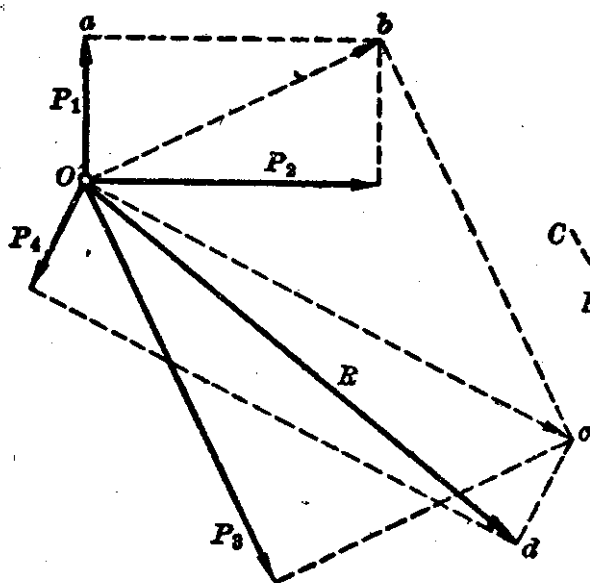


图 6.11 求四个力的合力

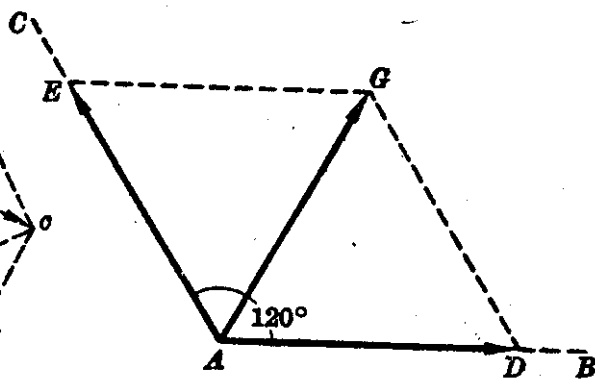


图 6.12

例 3. 两个力都等于 9 公斤,作用于一点,并成 120° 角.用图解法求出它们的合力.

【解】 如图 6.12 所示,作 AB 和 AC 二直线成 120° 的夹角,并用它表示两已知力的方向.

用 1 厘米长的线段代表 2 公斤,在两直线上各取 4.5 厘米的线段代表 9 公斤的力,它们分别是 AD 和 AE .作平行四边形 $ADGE$,联结对角线 AG ,量出它的长度,得 4.5 厘米,所以要求

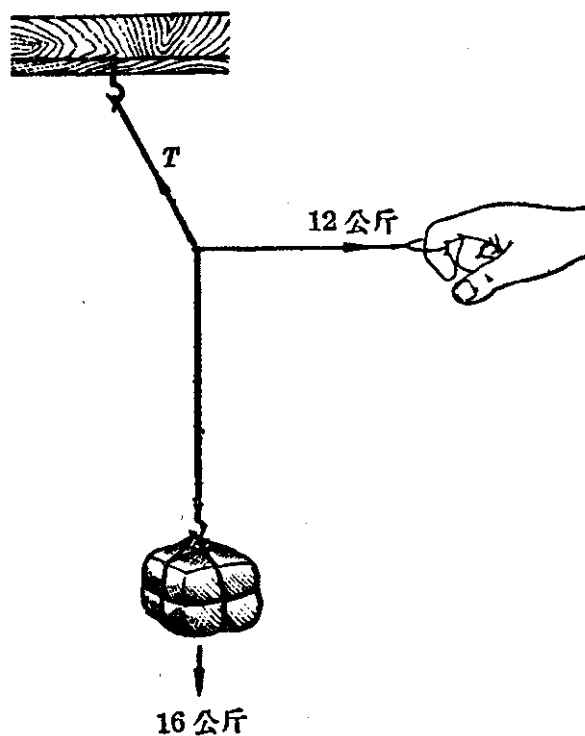
的合力是 9 公斤,方向如图所示.

习 题 6·4

1. 两个互成 60° 的力,一个等于 10 公斤,另一个等于 6 公斤. 用图解法求出它们的合力.

2. 两部牵引机在运河的两岸拉着驳船前进,驳船作匀速运动. 两条拉绳的拉力相同,都等于 200 公斤. 两绳互成 45° 角. 求水的阻力.

3. 如附图所示,在绳的下端悬挂一个 16 公斤重的物体,又在水平方向上用 12 公斤的力拉住绳,使它移动到另一个位置上保持静止状态. 用图解法求斜绳上的拉力 T 与绳和竖直方向间的夹角.



(第 3 题)

4. 有两个力同时作用在一个物体上,一个是 30 公斤,另一个是 40 公斤. 当两个力的夹角是 (1) 30° 、(2) 60° 和 (3) 90° 时,用图解法求它们的合力.

§ 6·5 力的分解

上面我們討論了怎样求几个已知力的合力. 但在很多实际問題中,常常需要把一个已知力分解成两个互成角度的分力. 把一

一个力分解成两个互成角度的分力,叫做力的分解. 这个问题,也可以用平行四边形法则来解决. 也就是把原来的力当作平行四边形的对角线,作一个平行四边形,于是,与对角线共点的两边,就是所求的分力.

但是从一条对角线可以画出无数个平行四边形,也就是一个力可以分解成无数对的分力,每一对分力都可以当作为答案. 因此,这样所得到的答案就不是确定的(图 6.13).

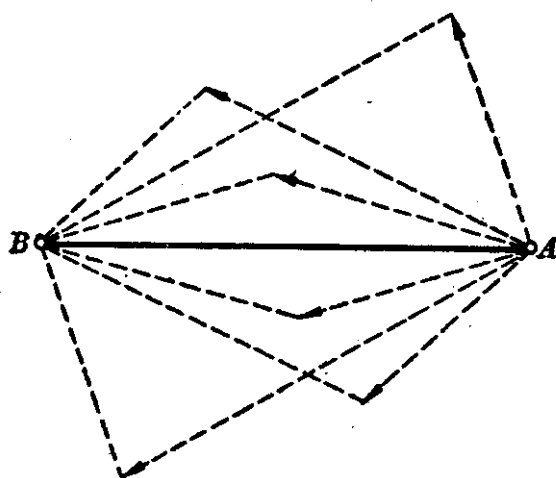


图 6.13 一个力可以分成无数对的分力

为了使力的分解有确定的答案,就必须有附带的条件. 经常遇到的情形大致有下列两种.

(1) 已知两个分力的方向,求两个分力的大小.

让我们举一个实例来说明. 有一个光滑的斜面,长 $l=2.5$ 米,

高 $h=1.5$ 米,底长 $b=2$ 米. 在斜面上放一个 $W=60$ 公斤的物体. 求使物体沿斜面向下滑动的力和斜面上所受的压力.

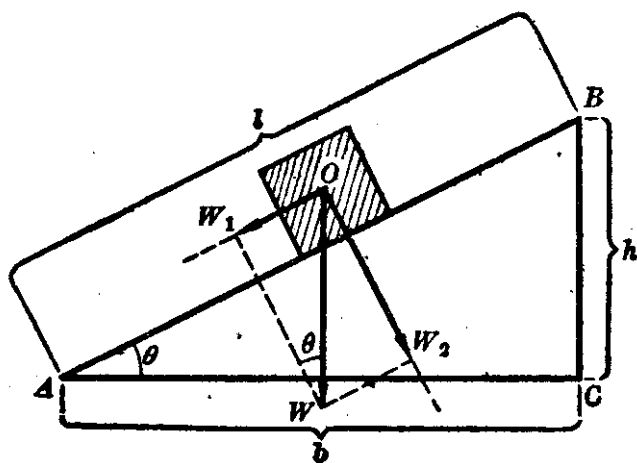


图 6.14 把重力分成两个分力

这里 W_1 是与斜面平行的,就是使物体沿斜面下滑的力; W_2 是与斜面垂直的,它等于物体对斜面的压力. 这两个分力的方向显然是由题目确定的.

由于三角形 OWW_1 与三角形 BAC 相似,得:

即
又
即

$$W_1:W = BC:AB,$$

$$W_1:W = h:l, \quad (A)$$

$$W_2:W = AC:AB,$$

$$W_2:W = b:l. \quad (B)$$

从(A)式得:

$$W_1 = W \frac{h}{l} = 60 \text{ 公斤} \times \frac{1.5 \text{ 米}}{2.5 \text{ 米}} = 36 \text{ 公斤};$$

从(B)式得:

$$W_2 = W \frac{b}{l} = 60 \text{ 公斤} \times \frac{2 \text{ 米}}{2.5 \text{ 米}} = 48 \text{ 公斤}.$$

讀者如果已經學過三角，那麼這個問題就不一定用相似三角形做，而直接用三角來做：

$$W_1 = W \sin \theta = W \frac{h}{l} = 60 \text{ 公斤} \times \frac{1.5 \text{ 米}}{2.5 \text{ 米}} = 36 \text{ 公斤};$$

$$W_2 = W \cos \theta = W \frac{b}{l} = 60 \text{ 公斤} \times \frac{2 \text{ 米}}{2.5 \text{ 米}} = 48 \text{ 公斤}.$$

(2) 已知一個分力的大小和方向，求另一個分力的大小和方向。

也讓我們舉一個實例來說明。有一根豎直電綫木杆，水平天綫對它的拉力是 20 公斤。另一側用一鐵索拉住它，使它不發生傾斜。這樣，電綫木杆就受到一個 30 公斤的豎直向下的力。求鐵索和地面的夾角與鐵索的拉力(圖 6.15)。

從題意知道，水平天綫的拉力和鐵索的拉力的合力就等於 30

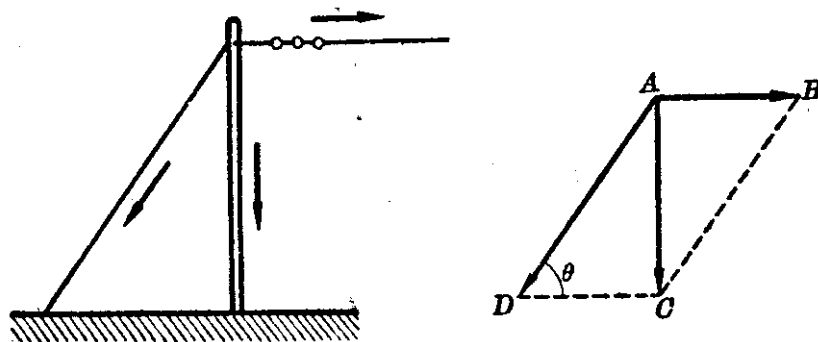


圖 6.15

公斤，方向豎直向下。由于水平天綫的拉力的大小和方向是知道的，所以本題是已知一个分力的大小和方向的問題。

用一定的比例(如1厘米代表10公斤)作綫段 AC 和 AB 分別代表电綫木杆所受到的压力30公斤和水平天綫的拉力20公斤。以 AB 为一边， AC 为对角綫，作平行四边形(如图所示)。从图中可以看出，三角形 ABC 是一个直角三角形，所以

$$\begin{aligned} AD = BC &= \sqrt{AC^2 + AB^2} \\ &= \sqrt{30^2 + 20^2} = 36 \text{ 公斤。} \end{aligned}$$

讀者也可以用尺量出 AD 綫段的长度，再按規定的比例折算为公斤数。

最后用量角器測量角 ADC ，得 56° 。所以鉄索的拉力是36公斤，它和地面的夹角是 56° 。

这个角度也可以利用三角来做：

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{AC}{AB} = \frac{30}{20} = 1.5,$$

查三角函数表，知 $\theta \approx 56^\circ 19'$ 。

由于画直綫时，有时粗一些，有时細一些，用量角器測量所得到的結果，往往不能象利用三角計算那样地正确。

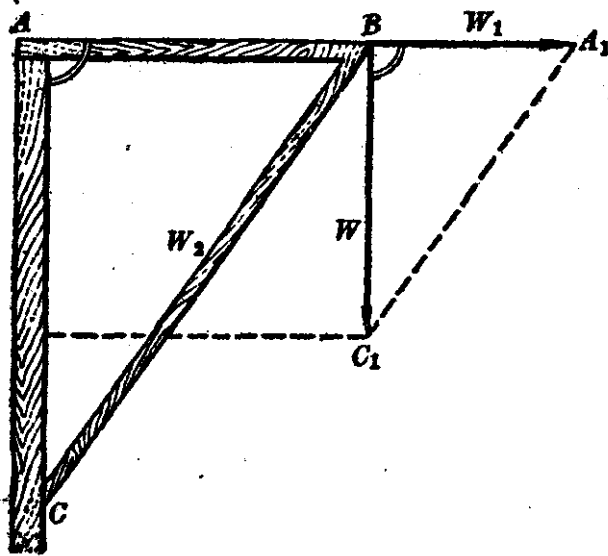


图 6.16

讓我們再举几个例子。

例4. 在图6.16的支架上悬挂着一个 $W=48$ 公斤的物体。支架的橫梁 $AB=0.9$ 米，直柱 $AC=1.2$ 米。求 AB 所受的拉力和 BC 所受的壓力。

【解】 根据题目的要求知道，一个分力是在 BC 上，另一个分力是在 AB 的延长

綫上。用1个单位长度的綫段代表12公斤,作 BC_1 代表48公斤,然后作平行四边形。这样,就求得了分力 W_1 和 W_2 。 W_1 是 AB 所受的拉力, W_2 是 BC 所受的压力。

要計算两个分力的大小,可以利用相似三角形 BA_1C_1 和 ABC 的相似关系。在这两个相似三角形中,相应的边互成比例,所以

$$\frac{BA_1}{AB} = \frac{BC_1}{AC} = \frac{A_1C_1}{BC}$$

式中, $BC_1=W$, $BA_1=W_1$, $A_1C_1=W_2$ 。代入上式,得

$$\frac{W_1}{AB} = \frac{W}{AC} = \frac{W_2}{BC}$$

从第一个比例式中得到

$$W_1 = \frac{W \times AB}{AC} = \frac{48 \text{ 公斤} \times 0.9 \text{ 米}}{1.2 \text{ 米}} = 36 \text{ 公斤}$$

从第二个比例式中得到

$$W_2 = \frac{W \times BC}{AC}$$

但 $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{0.9^2 + 1.2^2} = 1.5 \text{ 米}$

$$\therefore W_2 = \frac{48 \text{ 公斤} \times 1.5 \text{ 米}}{1.2 \text{ 米}} = 60 \text{ 公斤}$$

例5. 用起重机把一个 $W=300$ 公斤的物体举起(图6.17)。操纵杆 $AB=2.7$ 米,支撑臂 $BC=3.6$ 米, $AC=1.8$ 米。求操纵杆 AB 所受的拉力和支撑臂 BC 所受的压力。

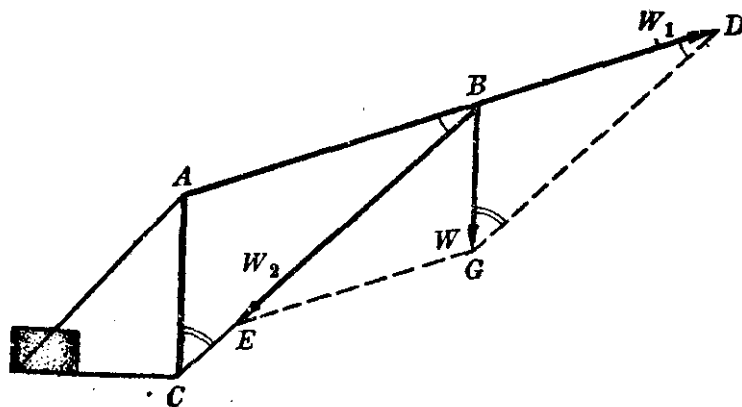


图 6.17

【解】 如图所示，三角形 ABC 和三角形 BDG 的相应角都相等，所以两个三角形相似，于是得

$$\frac{DG}{BC} = \frac{BG}{AC} = \frac{BD}{AB},$$

但 $DG = W_2$, $BG = W$, $BD = W_1$, 代入得

$$\frac{W_2}{BC} = \frac{W}{AC} = \frac{W_1}{AB}.$$

$$\therefore W_1 = \frac{W \times AB}{AC} = \frac{300 \text{ 公斤} \times 2.7 \text{ 米}}{1.8 \text{ 米}} = 450 \text{ 公斤}.$$

$$W_2 = \frac{W \times BC}{AC} = \frac{300 \text{ 公斤} \times 3.6 \text{ 米}}{1.8 \text{ 米}} = 600 \text{ 公斤}.$$

习 题 6.5

1. 把一个 20 公斤重的球放在一个 2.25 米长，1.35 米高的斜面上，要想叫它停在斜面上不动，问必须用多大的平行于斜面的力作用在这个球上？

2. 有一个直角三角形的支架 ABC ，它的横梁 AB 长 1.2 米，支撑臂 BC 长 1.5 米， C 点在 A 点的正上方。在 B 点悬挂一个 9 公斤重的灯。求 AB 所受的压力和 BC 所受的拉力。

3. 有一个直角三角形的支架 ABC 。它的横梁 AB 是 2.5 米，直柱 AC 是 1 米， A 点在 C 点的正上方。在 B 点悬挂一个 960 公斤重的物体。求 AB 所受的拉力和 BC 所受的压力。

4. 在一条长 20 米的绳子的中点悬挂一个 20 公斤重的物体，使绳子的中点降低了 0.1 米。求绳子受到的拉力。

本章提要

1. **牛顿第一运动定律** 如果物体没有受到别的物体的作用，那么，这个物体将保持自己的静止状态或匀速直线运动状态不变。

【问题】

(1) 怎样理解“物体没有受到别的物体的作用”这句话？为什么？

(2) 物体运动状态不变时，它受到别的物体的作用吗？

(3) 物体的运动状态改变和物体的速度改变之间有什么区别？速度的改变有哪几种情况？

- (4) 怎样才能使物体的运动状态改变? 它必须受到别的物体的作用吗?
(5) 分析下列各种运动所受到的别的物体的作用: (i) 匀速直线运动;
(ii) 匀加速直线运动; (iii) 自由落体运动.

(6) 什么叫做惯性? 举几个在日常生活里所遇到的例子.

2. 力, 重力, 弹力, 摩擦力

(1) 任何使物体获得加速度的别的物体的作用叫做力. 力是使物体获得加速度的原因.

(2) 重力就是物体的重量, 它是由于地球的吸引而引起的.

(3) 物体因发生形变而出现的力叫做弹力. 有形变就同时有弹力, 形变消失, 弹力也同时消失.

(4) 如果一个物体在另一个物体上滑动, 这时存在于两物体间的摩擦力叫做滑动摩擦力; 如果两相互接触的物体并不滑动, 但因在外力的作用下有了滑动的趋势, 这时存在于两物体间的摩擦力叫做静摩擦力.

(5) 最大静摩擦力随着正压力 N 的增大而正比地增大, 即

$$f_{\text{最大}} = \mu_0 N,$$

式中, μ_0 叫做静摩擦系数.

(6) 滑动摩擦力 f 也是随着正压力 N 的增大而正比地增大, 即

$$f = \mu N,$$

式中, μ 叫做滑动摩擦系数. μ_0 略大于 μ .

【問題】

(1) 怎样理解力是使物体获得加速度的原因, 而不是使物体维持运动的原因?

(2) 重量的标准单位 1 公斤是怎样规定的?

(3) 有没有在外力作用下不发生形变的物体?

(4) 物体发生形变和出现弹力时, 有没有先后的区别?

(5) 最大静摩擦力的意义是什么?

3. 力的合成, 力的分解

(1) 一个力, 如果它单独作用在物体上所产生的效果与几个力共同作用在该物体上所产生的效果相同, 那么, 这个力就叫做那几个力的合力. 与合力大小相等、方向相反的力叫做平衡力.

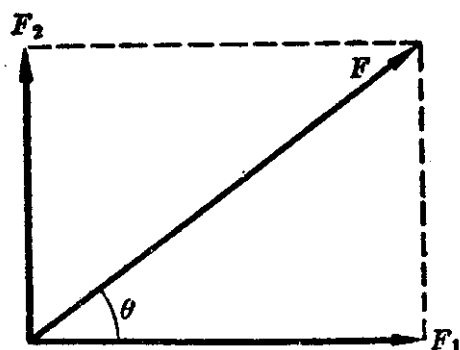
(2) 求几个已知力的合力叫做力的合成.

(3) 合力和速度一样, 可以用平行四边形法则来求. 一切相交于一点的矢量的合成都遵守平行四边形法则.

(4) 如果两个力的夹角是直角, 则它们的合力的大小和方向可以由下列两式求得:

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2},$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{F_2}{F_1}.$$



(5) 把一个力分解为互成角度的两个分力, 也可以用平行四边形法则来做, 这种方法叫做按平行四边形法则的力的分解.

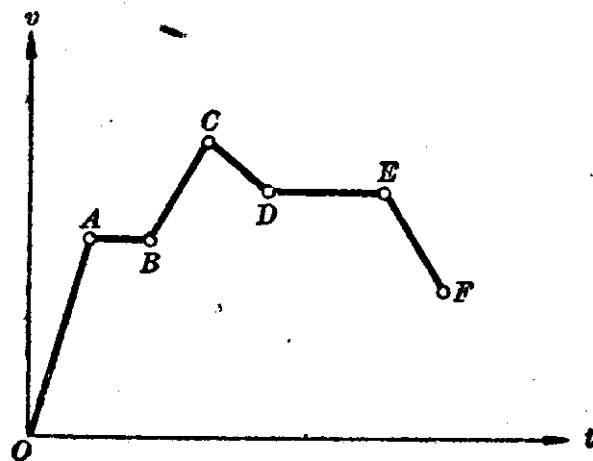
(6) 如果要把一个力分解为互成直角的两个分力, 则由上图可得

$$F_1 = F \cos \theta, \quad F_2 = F \sin \theta.$$

复习题六

1. 一只木船在静水中被机船用钢索拖着作匀速运动. 指出木船所受到的各个作用力.

2. 附图是火车的速度图线. 指出图线中的哪几段表示火车是在互相平衡的力的作用下运动的.



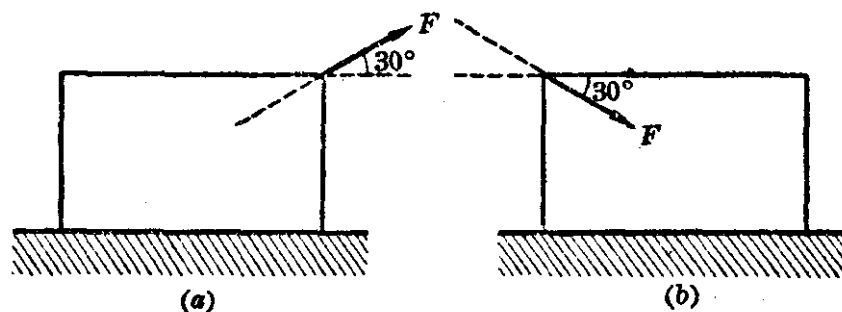
(第2题)

3. 7公斤与5公斤的两个力同时作用在物体上的一点,它们之间的夹角为 30° 、 90° 、 150° ,分别求出它们的合力.

4. 悬挂路灯的两条粗绳互成 120° 的夹角,每条绳上的拉力是4公斤,求路灯的重量.

5. 在一个水平放置的光滑长木板上放了一个重50公斤的物体.问板面所受的压力是多少?如果把木板的一端逐渐抬起,问板面所受的压力有何变化?当木板的倾角 $\theta=60^\circ$ 时,斜面所受的压力是多少?

6. 木箱重60公斤,放在光滑的水平地面上.一个人用20公斤的力作用在箱子上.在附图所示的两种情况下,使箱子前进的力和地面所受的压力分别是多少?



(第6题)

7. 斜面长4米,高1米.在它上面放一个50公斤重的物体.假如没有摩擦,那么,要在沿斜面的方向上用多大的力,才能防止物体滑动?如果仅仅依靠摩擦来保持物体不滑,那么,静摩擦系数至少是多大?

8. 由于斜面对水平面的倾角不同,放在斜面上的物体可以作匀速运动,可以静止不动,也可以作匀加速运动.说明在这几种情况下物体所受到的沿斜面向下的力与摩擦力之间的关系.

第七章 牛頓第二运动定律

§ 7.1 牛頓第二运动定律

牛頓第一运动定律指出，一个物体在不受别的物体的作用时怎样运动。牛頓第二运动定律指出，一个物体在受到别的物体的作用时怎样运动。具体地讲，牛頓第二运动定律叙述物体的加速度、质量和所受作用力三者之間的关系。

力和加速度我們已經分別討論过，現在要首先談一談质量。

牛頓认为每一个物体都含有一定的物质，有的物体所含的物质較多，有的物体所含的物质較少。在物理学中，我們就用质量这个概念来表示一个物体所含物质的多少，并且規定下列定义：一个物体中所含物质的多少叫做这个物体的质量。

在物理学中，我們把保留在巴黎国际度量衡局里面的鉑銱合金圓柱体的质量作为质量的标准单位，这个单位叫做1公斤。1公斤的一千分之一叫做1克。

牛頓第二运动定律是从許多事实中归納出来的客观規律，現在用下列簡單的实验分两部分来討論：第一部分，研究一个物体的加速度与它所受的作用力之間的关系；第二部分，研究在作用力相同的情况下，不同物体的加速度与质量的关系。

現在我們先来做第一个实验。如图 7.1 所示，在一个較长的光滑的斜面上放一辆小車，小車上面再放几个砝碼。小車和砝碼的重量(W)是已知的，斜面的傾角 θ 可以測得，所以使小車沿斜面向下滑的力($W \sin \theta$)可以計算出来(或直接用測力計来測量)。先把

小車放在斜面頂部，然後放手，讓它在这个力的作用下沿斜面向下作勻加速運動。量出在時間 t 內在斜面上通過的路程 S ，利用公式 $S = \frac{1}{2} at^2$ ，就可以計算出小車運動的加速度。

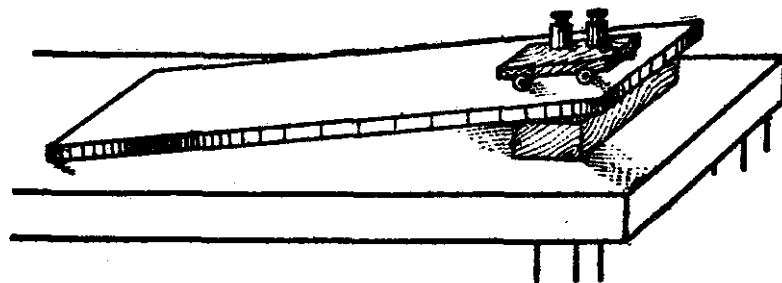


圖 7·1 研究作用力、加速度和質量三者之間的關係

改變斜面的斜度，重新作上面的實驗，我們得到下列數據^①：

作用力 (克)	加速度 (厘米/秒 ²)
40	16.4
80	32.8
120	49.2

從表中可以看出：對於同一個物體來講，它的加速度與作用在它上面的力成正比，並且可以用數學式子表示如下：

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{F_1}{F_2} \quad (7.1)$$

現在再來做第二個實驗。在小車上加入不同的砝碼，以便改變運動物體的質量，同時又改變斜面的斜度，使每一次作用在小車上使它向下運動的力都相同（即改變 W 和 θ ，但保持 $W \sin \theta$ 不變）。記錄每一次運動物體的質量。用上面的實驗方法，計算出每一次的加速度。我們得到下表中所列的數據：

從表中可以看出：在作用力相同時，不同物體的加速度與物體的質量成反比，並且可以用數學式子表示如下：

^① 表中所列的實驗數據，由於實驗時的各種原因，可能稍有出入。

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1} \quad (7.2)$$

物体的质量(克)	加速度(厘米/秒 ²)
200	54.8
400	27.4
600	18.2

綜合以上两个实验結果,得到这样的結論:物体的加速度与受到的作用力成正比,与物体的质量成反比。这就是牛頓第二运动定律。

牛頓第二运动定律也可以用数学公式来表示,但需要先介紹一个新的力的单位——达因。它的定义是:使质量为1克的物体获得1厘米/秒²的加速度的力就叫做1达因。

根据达因的定义和(7.1)式,我們可以作出下列推論:

- 1 达因的力使质量为1克的物体获得1厘米/秒²的加速度;
- 2 达因的力使质量为1克的物体获得2厘米/秒²的加速度;
- 3 达因的力使质量为1克的物体获得3厘米/秒²的加速度;
-
- F 达因的力使质量为1克的物体获得 F 厘米/秒²的加速度。

再根据(7.2)式,作出下列推論:

- F 达因的力使质量为1克的物体获得 F 厘米/秒²的加速度;
- F 达因的力使质量为2克的物体获得 $F/2$ 厘米/秒²的加速度;
- F 达因的力使质量为3克的物体获得 $F/3$ 厘米/秒²的加速度;
-
- F 达因的力使质量为 m 克的物体获得 F/m 厘米/秒²的加速度。

如果用 a 厘米/秒²来表示一个质量为 m 克的物体在 F 达因的力的作用下所产生的加速度,則从上面的討論知道:

$$a = \frac{F}{m},$$

或

$$F = ma \quad (7.3)$$

这就是牛顿第二运动定律的公式。

对于这个定律，我们要请读者注意下列几点：

(1) 加速度和作用力成正比，只有在质量不变的条件下才成立；同样地，在作用力不变的条件下，才能够说物体的加速度和它的质量成反比。总之，对于每一个物理定律，必须注意它的条件，否则就容易发生错误。

(2) 加速度和力都是矢量，它们的方向总是相同的。这个关系，不仅适用于直线运动，也适用于曲线运动。在曲线运动中，作用力和加速度的方向都时刻在变化着，但它们总是一致的。

(3) 如果物体同时受到几个力的作用，式中的 F 就是这几个力的合力。

(4) 如果物体受到的几个力的合力 F 等于零，则 $a=0$ ，这时物体保持静止或匀速直线运动状态。这一点符合牛顿第一定律。

(5) 运算时必须注意单位，这里我们用“达因”为力 F 的单位，“克”为质量 m 的单位，“厘米/秒²”为加速度 a 的单位。在本章 § 7.3 中还要讲其他单位。

例 1. 质量是 1 公斤的物体，受到 500 达因的力的作用。求物体的加速度。

【解】 用牛顿第二运动定律解题目时，必须首先注意统一单位。前面我们已经讲过，目前我们只能用达因为力的单位，克为质量的单位，和厘米/秒² 为加速度的单位。这是达因的定义所规定的，决不能任意改变。所以

$$m = 1 \text{ 公斤} = 1000 \text{ 克}, \quad F = 500 \text{ 达因},$$

代入公式(7.3)得

$$500 \text{ 达因} = 1000 \text{ 克 } a$$

$$\therefore a = \frac{1}{2} \text{ 厘米/秒}^2.$$

例 2. 一个 2.45 公斤的物体，用 11 米/秒² 的加速度豎直落下。問物体除了受到重力外，还受到一个多大的力作用？

【解】 (1) 如果物体只受重力作用，那么它豎直落下的加速度应该是 980 厘米/秒²。现在这个物体的加速度是 11 米/秒² = 1100 厘米/秒²。可見除重力外，还有一个力 F 作用在物体上，使它获得加速度 $1100 \text{ 厘米/秒}^2 - 980 \text{ 厘米/秒}^2 = 120 \text{ 厘米/秒}^2$ 。

(2) 統一各量的单位： $m = 2.45 \text{ 公斤} = 2450 \text{ 克}$ ， $a = 120 \text{ 厘米/秒}^2$ ，所以

$$\begin{aligned} F &= 2450 \text{ 克} \times 120 \text{ 厘米/秒}^2 \\ &= 294,000 \text{ 达因。} \end{aligned}$$

习 題 7.1

1. 要使质量为 0.5 公斤的物体得到 0.04 米/秒² 的加速度，对这个物体应该加上多大的力？

2. 100 达因的力作用在一个物体上，使它产生 0.5 米/秒² 的加速度，这个物体的质量是多少？

3. 一个重 200 克的物体在空气中豎直落下，加速度为 920 厘米/秒²。求空气对它的阻力。

4. 一个物体的质量是 4.9 公斤，問受到 9,800,000 达因的力作用时，产生多大的加速度？

§ 7.2 质量和重量，密度和比重

在 § 7.1 中我們已經简单地討論了质量这个概念，現在我們再来进一步談談有关质量的問題。我們知道，在相同的力的作用下，有的物体很容易改变它的运动状态，有的物体就不容易改变。例如，两个大小一样的皮球和鉛球，在同一个力的作用下，皮球的运动状态容易改变，但鉛球就比較难改变。因此，对于容易改变运动状态的物体，我們說它的慣性小；对于不容易改变运动状态的物体，我們說它的慣性大。也就是說，在相同的力的作用下，慣性小

的物体获得的加速度大,慣性大的物体获得的加速度小。

从另一方面来讲,牛頓第二运动定律指出,在相同的力的作用下,物体获得的加速度与它的质量成反比,即质量小的物体获得的加速度大,质量大的物体获得的加速度小。

由此可見,物体的质量越大,它的慣性也越大;质量越小,它的慣性也越小。所以我們可以說:物体的质量是物体慣性的量度。

現在我們来討論质量和重量之間的區別和联系。

质量和重量有密切的联系,但实质上它們是完全不同的两个物理量。它們之間的區別在于:第一,一个物体的质量表示这个物体所含的物质的多少和慣性的大小;一个物体的重量是由于地球的吸引而受到的力,也是产生重力加速度的原因。第二,一个物体的质量是恒定的,把它放在任何地方总是不变的;一个物体的重量是不恒定的,同一物体在地球上各个地方的重量是不一样的。第三,物体的质量是一个沒有方向性的物理量,是一个标量;重量是一个矢量,方向总是豎直向下的。

重量是使物体获得重力加速度的原因,如果用 P 表示物体的重量, m 表示它的质量,則按牛頓第二运动定律得出重量和质量的关系式:

$$P = mg.$$

如果式中的 m 用克作为单位, g 用厘米/秒²作为单位,則 P 要用达因作为单位。这个式子不但表示了重量和质量的关系,同时也表明了它們的區別。

在第五章中已經証明过,在地球上同一个地方,各个物体的重力加速度 g 是相同的。如果有两个物体,它們的重量分別是 P_1 和 P_2 , 质量分別是 m_1 和 m_2 , 則 $P_1 = m_1 g$, $P_2 = m_2 g$, 因而得出

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{m_1}{m_2}.$$

这就是說,在地球上同一个地方,物体的重量和它的质量成正比。

如果 $P_1 = P_2$, 則 $m_1 = m_2$. 这就是說, 在地球上同一个地方的两个物体, 如果它們的重量相同, 那么, 它們的质量也一定相同. 根据这个道理, 我們就可以利用天平来测量物体的质量.

前面我們已經談过, 质量的标准是保存在巴黎国际度量衡局里面的一块鉛鈹合金圓柱体的质量, 叫做 1 公斤. 也談过重量的标准是这块圓柱体在北緯 45° 海平面上的重量, 也叫做 1 公斤. 由此可見, 在北緯 45° 海平面上, 质量多少公斤的物体, 它的重量也是多少公斤.

在北緯 45° 海平面上, 根据精确的測量, 知道物体的重力加速度 $g = 980.655$ 厘米/秒². 因此, 根据 $P = mg$ 来計算, 质量一克的物体, 在这个地方的重量等于 980.655 达因. 这样, 就得到力的两种单位之間的关系: $1 \text{ 克} = 980.655 \text{ 达因}$.

在地球上別的地方, 严格讲来, 一个物体质量的克数, 并不等于它的重量的克数. 这是因为物体的质量是恒定的, 和它在什么地方沒有关系, 而重量則随地方而不同.

我們已經知道, 在地球上不同的地点, 重力加速度 g 的大小是不同的. 如果有一个质量为 m 的物体, 它在不同地点的重量應該分別为 $P_1 = mg_1$ 和 $P_2 = mg_2$, 因而得出

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{g_1}{g_2}.$$

这就是說, 同一物体在地球上不同地点的重量和重力加速度成正比. 拿前述合金圓柱体为例來說, 它在北緯 45° 海平面上的重量为 1 公斤, 它在赤道上的重量 P 应当符合:

$$\frac{P}{1} = \frac{g_{\text{赤}}}{g_{45^\circ}} = \frac{978.05}{980.66},$$

即 $P = 0.9973$ 公斤.

由此可見, 在赤道上质量为 1 公斤的物体, 它的重量只有 0.9973 公斤. 又如, 由于在两极 $g = 983.24$ 厘米/秒², 所以如果把把这个物

体移放到两极上,它的重量就变成

$$\frac{P}{1} = \frac{g_{\text{极}}}{g_{45^\circ}} = \frac{983.24}{980.66},$$

$$P = 1.0026 \text{ 公斤.}$$

这一点说明在两极上质量为 1 公斤的物体,它的重量是 1.0026 公斤.

可是在一般的实际计算中,由于它们相差很小,可以不考虑它们的区别,而把物体在地球上任何地方的重量公斤数,近似地看作等于质量公斤数. 例如,质量为 100 克的物体,不论在地球上什么地方,它的重量总可以近似地认为是 100 克.

最后我们来讨论一下密度这个物理量. 我们知道,在体积相同的条件下,各种不同物质的质量是不同的. 例如一块木头和一块石头,虽然体积相同,可是它们的质量不同. 这种情形对于一切物质,无论是固体、液体或气体都是一样的. 所以为了比较各种物质在相同体积下的质量,需要采用一个新的物理量,这个物理量就叫做密度.

某物质的密度等于该物质的质量和它的体积的比值. 如果用 m 代表物质的质量, V 代表它的体积, D 代表它的密度,那么

$$D = \frac{m}{V}.$$

从这个定义知道,各种物质的密度在数值上等于它们的单位体积的质量. 密度的单位是质量单位和体积单位的组合,一般可以用 1 克/厘米³、1 公斤/分米³、1 吨/米³ 来表示.

在第一章中,我们已经讨论过物质的比重,希望读者复习一下,看看密度和比重有什么不同.

上面谈过,物质重量的公斤数或克数和质量的公斤数或克数可以认为是相等的,因而比重的克/厘米³数、公斤/分米³数或吨/米³数可以认为等于密度的克/厘米³数、公斤/分米³数或

吨/米³数。例如铜的比重是8.9克/厘米³，铜的密度也是8.9克/厘米³。因此，各种物质的密度也可以查第一章中的各种物质的比重表。

例3. 有一空瓶重200克，盛满水后重700克。如果在空瓶中放金属碎片若干，重1000克；再盛满水后，重1410克。求(1)瓶的容积；(2)金属片的体积；(3)金属片的密度；(4)它是什么金属？

【解】 (1) 瓶重=200克，

$$\text{瓶重} + \text{水重} = 700 \text{ 克,}$$

$$\therefore \text{水重} = 700 \text{ 克} - 200 \text{ 克} = 500 \text{ 克.}$$

已知水的密度为1克/厘米³，所以用密度公式，知道500克水的体积为500厘米³。这也就是瓶的容积。

(2) 瓶重+金属片重=1000克，

$$\bullet \text{ 瓶重} + \text{金属片重} + \text{水重} = 1410 \text{ 克,}$$

所以这时瓶中的水重=410克，也就是瓶中的水的体积是410厘米³。但瓶的容积是500厘米³，可见金属片的体积=500厘米³-410厘米³=90厘米³。

(3) 瓶重=200克，

$$\text{瓶重} + \text{金属片重} = 1000 \text{ 克,}$$

$$\therefore \text{金属片重} = 1000 \text{ 克} - 200 \text{ 克} = 800 \text{ 克,}$$

$$\therefore \text{金属片的密度} = \frac{800 \text{ 克}}{90 \text{ 厘米}^3} = 8.9 \text{ 克/厘米}^3.$$

(4) 查密度表后知道铜的密度是8.9克/厘米³，所以此金属片是铜。

例4. 5000达因的力作用于原来静止的，质量为250克的物体上，问物体在第5秒末的速度是多少？又这个物体在5秒钟内共走了多少路程？

【解】 这是动力学和运动学的综合题，按题意，先用牛顿第二定律求加速度，即

$$5000 \text{ 达因} = 250 \text{ 克 } a, \quad \therefore a = 20 \text{ 厘米/秒}^2.$$

再用匀加速直线运动公式求速度和路程:

$$v = at = 20 \text{ 厘米/秒}^2 \times 5 \text{ 秒} = 100 \text{ 厘米/秒};$$

$$S = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} \times 20 \text{ 厘米/秒}^2 \times 5^2 \text{ 秒}^2 = 250 \text{ 厘米}.$$

习 题 7.2

1. 某金币由金与银合成, 其体积的百分之九十是金, 百分之十是银, 求这块金币的密度.

2. 有比重为 0.9 克/厘米^3 的液体 3 升 (1 升 = 1000 立方厘米) 与比重为 1.5 克/厘米^3 的液体 2 升互相混合, 求此混合液体的密度.

3. 求 1 吨软木、1 公斤冰和 1 克金的体积.

4. 空气的比重是多少 克/厘米^3 ? 是多少 达因/厘米^3 ?

5. 一个质量为 200 克的静止物体在受外力作用 5 秒钟后, 速度变成为 1 米/秒. 求物体所受的作用力.

6. 一个质量为 120 克作匀速直线运动的物体的速度是 10 米/秒, 在受到和运动方向相反的阻力后, 经过 1 分 20 秒的时间, 停止运动. 求所受阻力的大小.

7. 一个质量为 50 克的物体原来处于静止状态, 在一个恒力的作用下, 在开始运动的头 4 秒钟内走过 160 厘米, 问: (1) 物体的运动是哪一种运动? (2) 作用力是多少达因? 多少克? 现在如果物体运动到第 6 秒末, 作用力取消了, 问: (3) 物体将作哪一种运动? (4) 物体在第 8 秒末的速度和整个 8 秒钟内所通过的路程各是多少?

§ 7.3 力学单位

本书在一开始时, 就介绍了几种标准单位, 即长度的单位 1 米, 重量的单位 1 公斤, 时间的单位 1 秒, 以后在谈到物体的质量时, 又介绍了质量的标准单位 1 公斤. 同时, 我们又知道了不少单位, 例如, 速度的单位是 1 厘米/秒、1 米/秒等; 压强的单位是 1 克/厘米² 等; 力的单位是 1 公斤和 1 达因; …… 从这里, 我们可以看出, 任何一个物理量都有它自己的单位. 但是, 各个物理量都是互

相联系着的,如果我们任意选择几个物理量的单位作为**基本单位**,则其他物理量的单位就可以根据这几个基本单位推导出来,也就是说,可以用几个基本单位的组合来表示其他物理量的单位.这种单位叫做**导出单位**.例如,速度的单位1米/秒是从公式 $v = \frac{S}{t}$ 中推导出来的,也是长度和时间单位的组合;力的单位1达因是根据牛顿第二运动定律确定的,也就是使质量为1克的物体获得1厘米/秒²加速度的作用力,因而是质量、长度和时间单位的组合.

从一组选定的基本单位出发,导出的一系列的单位组成一个单位制.由于选定的基本单位不同,所以有不同的单位制.

在物理学中,通用的力学单位是从长度、质量和时间的单位导出的,这样导出的单位叫做**绝对单位**.常用的绝对单位有两种:一种取1厘米、1克和1秒作为基本单位,并从而导出其他物理量的单位,这叫做厘米·克·秒制绝对单位,或简称为厘米·克·秒制单位;另一种取1米、1公斤和1秒作为基本单位,并从而导出其他物理量的单位,这叫做米·公斤·秒制绝对单位,或简称为米·公斤·秒制.

力的绝对单位是从长度、质量和时间的单位导出的.在厘米·克·秒制中,力的单位是达因.根据定义,1达因的力就是使质量为1克的物体获得1厘米/秒²加速度的力,所以根据牛顿第二运动定律可以看出

$$F(1 \text{ 达因}) = m(1 \text{ 克}) \times a(1 \text{ 厘米/秒}^2),$$

即

$$1 \text{ 达因} = 1 \text{ 克} \cdot \text{厘米/秒}^2.$$

在米·公斤·秒制中,力的单位是牛顿.我们规定:1牛顿的力就是使质量为1公斤的物体获得1米/秒²加速度的力,所以

$$F(1 \text{ 牛顿}) = m(1 \text{ 公斤}) \times a(1 \text{ 米/秒}^2),$$

即

$$1 \text{ 牛顿} = 1 \text{ 公斤} \cdot \text{米/秒}^2.$$

显然

$$1 \text{ 牛頓} = 1 \text{ 公斤} \cdot \text{米/秒}^2 = 1000 \text{ 克} \cdot 100 \text{ 厘米/秒}^2,$$

即

$$1 \text{ 牛頓} = 10^5 \text{ 厘米/秒}^2 = 10^5 \text{ 达因}.$$

例 5. 用一定的力作用在质量为 200 克的物体上, 使它的速度在 5 秒钟内从零变成为 1 米/秒. 求作用力.

【解】 我們用不同的单位制来做. 先要統一单位.

(1) 用厘米·克·秒制

$$\text{已知: } m = 200 \text{ 克}, \quad v_0 = 0, \quad v = 1 \text{ 米/秒} = 100 \text{ 厘米/秒}, \\ t = 5 \text{ 秒}.$$

求 F :

$$\text{先求加速度 } a: a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{100 \text{ 厘米/秒} - 0}{5 \text{ 秒}} = 20 \text{ 厘米/秒}^2.$$

再应用牛頓第二定律求 F :

$$F = 200 \text{ 克} \times 20 \text{ 厘米/秒}^2 = 4000 \text{ 达因}.$$

(2) 用米·公斤·秒制

$$\text{已知: } m = 200 \text{ 克} = 0.2 \text{ 公斤}, \quad v_0 = 0, \quad v = 1 \text{ 米/秒}, \quad t = 5 \\ \text{秒}.$$

求 F :

$$a = \frac{1 \text{ 米/秒} - 0}{5 \text{ 秒}} = 0.2 \text{ 米/秒}^2,$$

$$F = 0.2 \text{ 公斤} \times 0.2 \text{ 米/秒}^2 = 0.04 \text{ 牛頓}.$$

从解題过程中可以看出, 在应用公式进行計算时, 在題目中所提供的物理量的单位都必须属于同一个单位制, 并且答案的单位也必须属于这个单位制. 如果我們能够在解題时严格地遵守这种方法, 那就沒有必要在計算中写上各已知量的单位名称, 而只要在最后对所求得的量标明单位就好了.

例 6. 一个质量为 0.01 公斤的物体, 在 10 达因的力的作用

下开始作匀加速运动，求它在通过 18 米的路程中所用的时间。

【解】 用厘米·克·秒制来计算。

已知： $m=0.01$ 公斤 $=10$ 克， $F=10$ 达因， $S=18$ 米
 $=1800$ 厘米。

求 t ：

用初速度等于零的匀加速运动公式 $S = \frac{1}{2} at^2$ 和牛顿第二运动定律 $F = ma$ ，得

$$t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{\frac{2ms}{F}} = \sqrt{\frac{2 \times 10 \times 1800}{10}}$$
$$= \sqrt{3600} = 60 \text{ 秒.}$$

例 7. 质量为 100 克的物体在一个不变的力和 2000 达因的摩擦力作用下，从静止状态开始作匀加速运动，在 4 秒钟内通过 80 厘米的路程。求作用力的大小。如果要使物体在此后作匀速运动，还需要对它加多大的阻力才行？

【解】 (1) 按题意，先用初速度等于零的匀加速运动路程公式 $S = \frac{1}{2} at^2$ ，求 a ，即

$$80 = \frac{1}{2} a(4)^2,$$

$$\therefore a = 10 \text{ 厘米/秒}^2.$$

(2) 再用牛顿第二定律求作用力 F 。但要注意摩擦力是阻止物体运动的力，必须从作用力上减去摩擦力后，才能使物体获得 10 厘米/秒² 的加速度。因此

$$F - 2000 = 100 \times 10,$$

$$\therefore F = 3000 \text{ 达因.}$$

(3) 从上面的讨论中可以知道，如果要使物体在此后作匀速运动，必须再加上 1000 达因的阻力。这样，作用力是 3000 达因。

阻力和摩擦力之和也是 3000 达因, 恰好平衡, 按牛顿第一定律, 物体就作匀速直线运动。

例 8. 一个重 10 公斤的物体沿着长 5 米、高 2.5 米的斜面滑下。如果物体和斜面之间的滑动摩擦力是 1.2 公斤, 求物体滑下的加速度。

【解】 从上一章力的分解的讨论中, 我们知道, 使物体沿斜面滑下的力是 $W_1 = W \sin \theta = W \frac{h}{l}$ (图 7.2)。现在, $W = 10$ 公斤, $h = 2.5$ 米, $l = 5$ 米。所以 $W_1 = 10 \times \frac{2.5}{5} = 5$ 公斤。

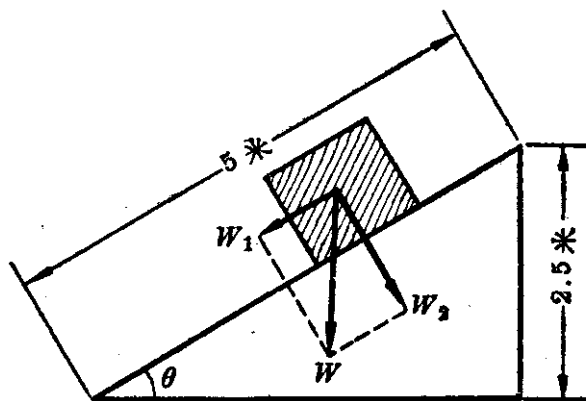


图 7.2

物体与斜面之间有摩擦力 1.2 公斤, 它阻碍物体沿斜面滑下, 这两个力的合力是 5 公斤 - 1.2 公斤 = 3.8 公斤, 它使物体获得加速度 a 。现在 $W = 10$ 公斤, 用米·公斤·秒制单位, 根据牛顿第二定律, 得

$$3.8 \times 9.8 = 10a,$$

$$\therefore a = 3.724 \text{ 米/秒}^2.$$

例 9. 滑冰者停止用力后, 在平滑的冰面上前进 80 米静止。如果滑冰者的重量等于 60 公斤, 摩擦系数等于 0.0015, 求摩擦力和初速度。

【解】 (1) 先求摩擦力 F 。我们知道, $F = \mu N$, N 是正压力, 在本题中就等于 60 公斤, 所以

$$F = 0.0015 \times 60 \text{ 公斤} = 0.09 \text{ 公斤} = 0.882 \text{ 牛顿}.$$

(2) 再来求初速度。本題的滑冰者是在摩擦力的作用下停止滑动的。根据牛頓第二定律 $F = ma$ ，和匀减速直綫运动公式

$$v^2 = v_0^2 - 2aS,$$

得

$$v^2 = v_0^2 - \frac{2FS}{m},$$

由于 $v=0$ ，所以

$$v_0 = \sqrt{\frac{2FS}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 0.882 \times 80}{60}} \text{ 米/秒} = 1.53 \text{ 米/秒}.$$

习 題 7.3

1. 要使一个质量为 4.9 公斤的靜止物体在 5 秒钟內匀加速地通过 250 米的路程。問作用力是多少牛頓？多少公斤？

2. 对质量为 24.5 公斤的物体加上 1 公斤的水平力后，問它在 1 分钟內将通过多少路程？

3. 一个原来用 10 米/秒的速度运动的物体，在受到一个与运动方向相同的 150 克的力的作用下，在 5 秒钟內通过了 200 米的路程。求物体的质量。

4. 停在鉄軌上的小車廂重 490 公斤。問它在 2.5 公斤力的作用下要經過多少時間，速度才变成为 2 米/秒？

5. 重 9.6 克的子彈从步枪口飞出时的速度是 880 米/秒。設子彈在枪筒內通过的距离是 55 厘米。求火药爆发后产生的气体对子彈的平均压力是多少？

6. 我們对重 490 吨的列車开始刹車，当时它的速度是 36 公里/小时，刹車以后它又前进了 200 米才停下来。假定从刹車开始到停止过程中的运动是匀减速的，求制动力。

7. 重 12.5 吨的电車由靜止开始作匀加速运动，經過 3 秒钟后速度达到 15 公里/小时。設电車受到的阻力是它重量的 0.02。求牵引力。

8. 列車在一段长 600 米的平直鉄路上行駛，速度由 32.4 公里/小时增加到 54 公里/小时。列車的重量是 1000 吨，机車的牵引力是 15,000 公斤。求列車在运动中所受的阻力是多少？

9. 一个重 8 公斤的物体沿长 5 米、高 3 米的斜面滑下。如果物体和斜面之間的摩擦系数为 0.2，求物体滑下的加速度。

本章提要

1. 质量

- (1) 一个物体中所含物质的多少叫做这个物体的质量。
- (2) 物体的质量是物体惯性的量度。
- (3) 物体的质量是一个恒量,把它放在任何地方总是不变的。
- (4) 质量是一个标量。
- (5) 质量的标准单位是1公斤,它是保留在巴黎国际度量衡局里面的铂铱合金的圆柱体的质量。

2. 重量

- (1) 一个物体的重量是由于地球的吸引而受到的力,所以重量也叫做重力。
- (2) 物体的重量是产生重力加速度 g 的原因。
- (3) 物体的重量不是一个恒量,同一物体在地球上各个地方的重量是不一样的。
- (4) 重量是一个矢量,方向总是竖直向下。
- (5) 重量的标准单位是1公斤,它是保留在巴黎国际度量衡局里面的铂铱合金圆柱体在北纬 45° 海平面上的重量。
- (6) 重量和质量的关系可以用 $P = mg$ 式来表示。由于各地的 g 值相差不大,即同一物体在各个地方的重量相差不大,因此,在一般计算中,质量是多少公斤的物体,它的重量也可以认为是多少公斤。

3. 密度

- (1) 某物质的密度等于该物质的质量与它的体积之比。
- (2) 在采用同样的单位(1克/厘米³、1公斤/分米³或1吨/米³)时,各种物质的密度和比重在数值上可以认为是相等的。

4. 牛顿第二运动定律

- (1) 物体的加速度与受到的作用力成正比,并且与物体的质量成反比。用数学公式表示,即 $F = ma$ 。
- (2) 加速度的方向总是与力的方向相同。
- (3) 如果有几个力同时作用在一个物体上,式中的 F 就是这几个力的合力。
- (4) 解题时,各个量的单位必须采用同一个单位制。

5. 单位制

物理量	厘米·克·秒制	米·公斤·秒制	換算关系
长度	厘米	米	1 米 = 100 厘米
质量	克	公斤	1 公斤 = 1000 克
時間	秒	秒	
速度	厘米/秒	米/秒	
加速度	厘米/秒 ²	米/秒 ²	1 牛頓 = 10 ⁵ 达因
力	达因	牛頓	1 公斤(力) = 9.8 牛頓

复习題七

1. 我們知道,在北京 $g=980.12$ 厘米/秒²,問在北緯 45° 海平面上 1 公斤重的物体在北京重多少公斤,它的质量是多少公斤?

2. 一个学生认为半块磚头的重力加速度是整块磚头的二倍,因为半块磚头的质量是整块磚头的一半;另一个学生认为半块磚头的重力加速度是整块磚头的一半,因为半块磚头的重量是整块磚头的一半. 他們說得对不对? 为什么?

3. 有人提出了下列一些看法:

(1) 如果力 F 在時間 t 內把质量为 m 的物体推进了一段距离 S , 那么, 用相同的力在相同的時間內, 可以把质量为 $\frac{m}{2}$ 的物体, 推进距离 $2S$;

(2) 用相同的力在時間 $\frac{t}{2}$ 內, 把质量为 $\frac{m}{2}$ 的物体推进距离 S ;

(3) 用相同的力在時間 $2t$ 內, 把质量为 $2m$ 的物体推进距离 S ;

(4) 用 $\frac{F}{2}$ 的力在時間 t 內, 把质量为 $\frac{m}{2}$ 的物体推进距离 S ;

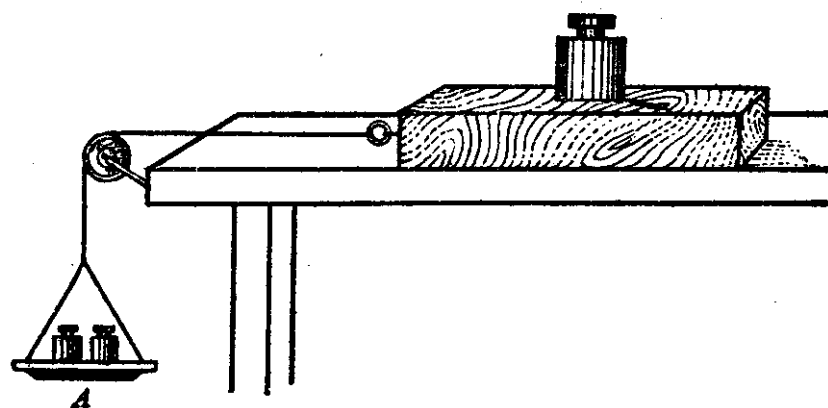
(5) 用 $\frac{F}{2}$ 的力在時間 t 內, 把质量为 m 的物体推进距离 $\frac{S}{2}$. 試分別說明这些看法正确不正确.

4. 用相同的力作用于质量不同的靜止物体上, 如果作用時間相同, 試証明物体所得到的速度和通过的路程, 都跟它們的质量成反比.

5. 一个物体从光滑的斜面頂上无摩擦地滑下, 滑到斜面底的速度与自由落体从同一高度落下时所具有的速度相同. 試証明之.

6. 一列車廂共重 490 吨, 所受阻力为重量的 2%. 現在要使火車从靜止状态开始在 1 分钟內达到 12 米/秒的速度, 機車的牽引力应为多少公斤?

7. 如附图所示, 設木块和它上面所放的重物共重 5 公斤. 盘 A 和其中



(第7題)

的砝碼共重 1500 克。如果不考慮摩擦，求木塊在桌面上運動的加速度。

8. 在第 7 題中，如果木塊與桌面之間的摩擦係數為 0.2，求木塊運動的加速度。

9. 在第 7 題中，如果木塊與桌面之間的摩擦係數為 0.2，盤 A 和其中的砝碼共重 500 克。那麼，為了使木塊在桌面上作加速度為 5 厘米/秒²的勻加速運動，木塊和它上面的重物的總重量應該是多少？為了使木塊在桌面上作勻速運動，木塊和它上面的重物的總重量又應該是多少？

10. 1000 噸重的列車用 54 公里/小時的速度在平直軌道上行駛，當關閉汽門使牽引力的作用停止後，列車又前進了 750 米才停止。如果阻止運動的力是不變的，求這個力等於多少牛頓？合多少公斤？

第八章 牛頓第三运动定律

§ 8.1 牛頓第三运动定律

我們已經了解，力是一个物体对另一个物体的作用。所以只要有力的作用，就一定有二个物体同时存在。現在我們要討論：当甲物体受到乙物体的作用时，乙物体是不是也受到甲物体的作用呢？这两个作用之間具有什么关系呢？

讓我們用日常生活中所經常遇到的一些事情来加以說明。用力拉一根彈簧，彈簧因受到我們手的作用而被拉长了，同时，我們也感觉到彈簧在拉我們的手(图 8.1)；同样地，用力压缩一根彈簧，也要感觉到彈簧在压我們的手(图 8.2)。用錘子打击鉄块，鉄块因受到錘的作用而发生形变，同时，錘子也因受到鉄块的作用而作减速运动。两个运动着的皮球碰撞时，各自的运动速度都改变了。踢足球时，脚对球作用，球也对脚作用(图 8.3)。

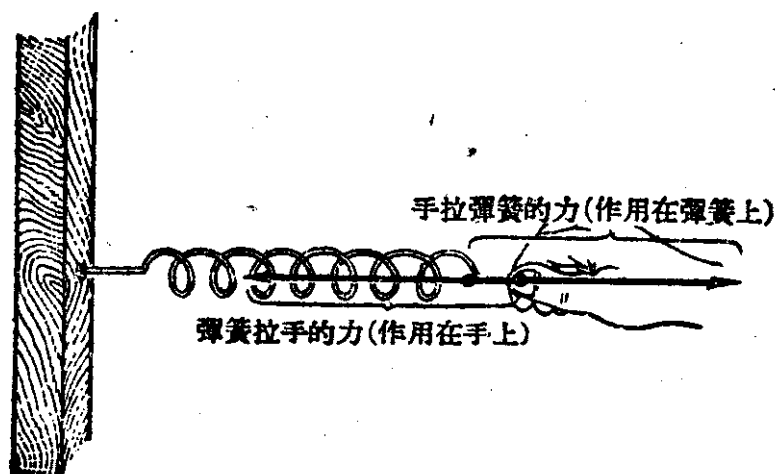


图 8.1 手拉彈簧，彈簧拉手

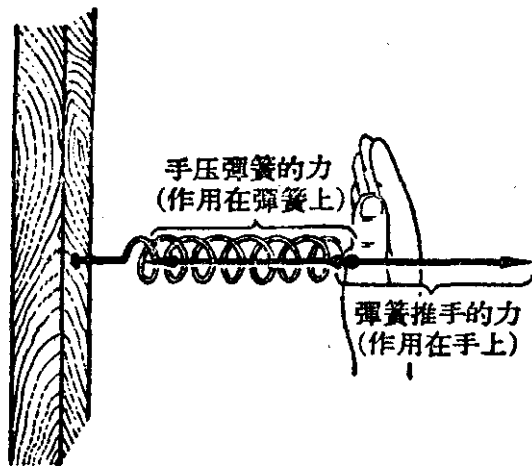


图 8.2 手压弹簧, 弹簧推手

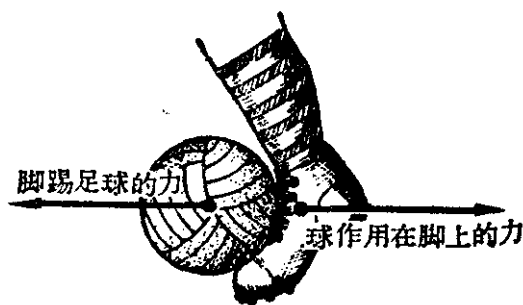


图 8.3

上面这些例子和其他许多现象, 都可以使我们得到这样一个结论: 物体之间的作用总是相互的。也就是说, 在甲物体受到乙物体的作用时, 乙物体也受到甲物体的作用。那么这两个相互作用之间究竟具有什么关系呢? 让我们来做下面的两个实验。

如图 8.4 所示, 在一辆小车上放一块磁铁, 在另一辆小车上放一块铁块。两辆小车的后面各连接上一个测力计。由于磁铁和铁块的相互吸引, 两辆小车相向运动, 这时两个测力计的弹簧都被拉长。等到两辆小车静止下来以后, 我们可以看到两个测力计上的读数相同 (即图中的 $f_1 = f_2$)。由此可见, 磁铁吸引铁块的力 f_4 和铁块吸引磁铁的力 f_3 大小相等, 方向相反。

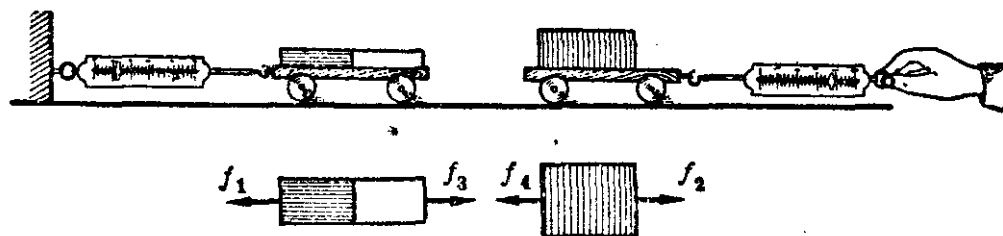


图 8.4 两个测力计所指出的力相等

又如图 8.5 所示, A、B 两个人分别站在两辆摩擦很小的小车上, 他们各自拉住绳子的一端。如果在他们之间, 有任何一个人用力收绳, 两辆小车就同时作相向运动, 而且它们的加速度 a_1 和

a_2 , 总是与它们的质量(指车和人的总质量) m_1 和 m_2 成反比, 即

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1},$$

或

$$m_1 a_1 = m_2 a_2.$$

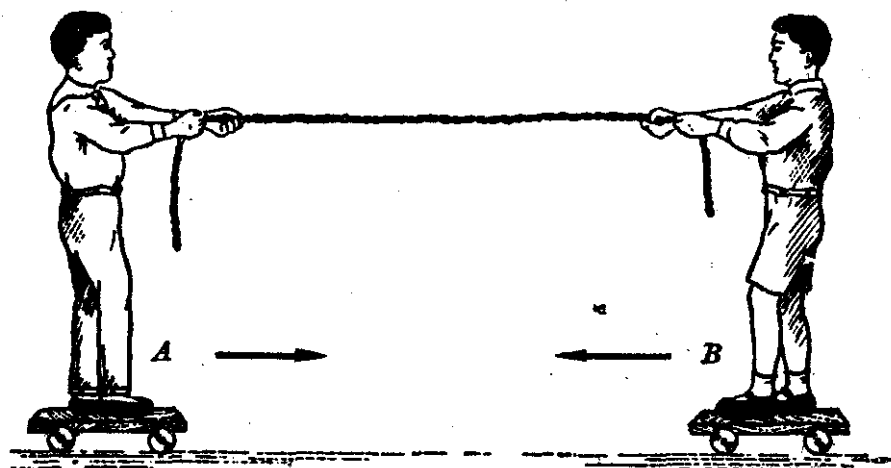


图 8·5 运动物体的相互作用

我們知道 $m_1 a_1 = F_1$ 是 B 作用在 A 上的力, 它使 A 获得加速度 a_1 ; $m_2 a_2 = F_2$ 是 A 作用在 B 上的力, 它使 B 获得加速度 a_2 . 实验的结果说明, F_1 和 F_2 是两个人之间的相互作用, 它们的大小相等、方向相反, 即

$$F_1 = -F_2.$$

习惯上, 我們常常把这两个力中的任意一个力叫做作用力, 另一个力叫做反作用力. 可是, 哪一个应该叫作用力, 哪一个应该叫反作用力, 是没有规定的, 可以由我們自己来决定.

这样, 我們就得到牛顿第三运动定律: 两个物体之间的作用力和反作用力总是同时存在, 它们的大小相等、方向相反.

为了正确地理解牛顿第三运动定律, 我們归纳下面几点, 希望讀者注意.

(1) 作用力和反作用力永远同时存在, 同时消失. 例如推车子时(图 8·6), 人和车子就在相互作用, 人作用在车子上一个力 F_1 , 而车子也同时作用在人手上一个力 F_2 . 人不对车子作用, 车子也同时不对人作用. 就人和车子来讲, 可以有“主动”和“被动”

之分,可是这决不是说,人作用于車子的力产生在先,而車子作用于人的力产生在后.实际上,在人对車子作用的同时,人就受到車子的作用.我們可以把人作用于車子的力叫做作用力,車子作用于人的力叫做反作用力,可是作用力和反作用力总是同时存在,同时消失的.

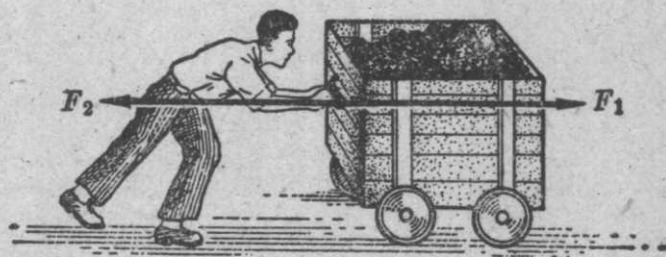


图 8·6 人推車子的作用力和反作用力

(2) 作用力和反作用力的大小永远相等. 例如, 当人推車子时, 不論車子是处于靜止状态还是在运动, 人推車子的作用力总是等于車子推人的反作用力. 可能有人会产生这样的一种錯誤的想法: 当車子靜止不动时, 作用力和反作用力是相等的; 当車子起动车时, 人对車子的作用应当大于車子对人的作用, 否則車子怎么会起动车呢? 实际上, 决定車子运动的只是作用在車子上的力, 而决不能把作用在人身上的力也混在一起. 現在車子除了受到人推它的力之外, 还受到阻碍它运动的摩擦力. 只有在人推車子的力大于摩擦力时, 車子才开始运动. 至于車子对人的作用只与人的运动有关, 而对車子的运动一点儿也没有关系.

(3) 作用力和反作用力是分別作用在两个物体上的, 它們不会平衡. 能够平衡的两个力一定是作用在同一个物体上的, 决不是一对作用力和反作用力. 例如, 上面讲的人推車子时, 如果車子不动, 那是人推車子的力和地面的摩擦力平衡了的緣故. 这两个平衡了的力都是作用在小車上的, 决不是人推車子的力和車子推人的力平衡.

(4) 作用力和反作用力总是属于同一性质的力. 換句話說,

如果作用力是摩擦力，反作用力也一定是摩擦力；作用力是弹力，反作用力也一定是弹力；等等。

有些现象，例如一个小皮球碰到一块大石头时，石头对小球的作用使小球获得加速度，改变了运动状态，这很容易看出。但按牛顿第三运动定律，小球也同时对石头作用，怎么石头仍旧不动呢？这是因为石头的质量比小球大得多，按牛顿第二运动定律，相同的力作用在不同的物体上时，各物体获得的加速度是和它的质量成反比的。因此，石头受力后获得的加速度比小球获得的要小得多，加上石头和地面之间的摩擦力，石头的运动状态的变化就不显著了。再如，自由落体，我们知道是受到地球吸引的关系，按照牛顿第三运动定律，地球吸引物体，物体也同时吸引地球，但是为什么我们只看见物体向地面落下来，而不看见地球向物体移动呢？这也是因为地球的质量比物体大得多，在相同的力作用下，地球所获得的加速度要比物体所获得的小得多的缘故。

具体分析物体所受的力是一个很重要的问题。让我们举几个例子来说明一下。

例 1. 水平板上迭放着甲、乙两个物体，它们的重量分别为 W_1 和 W_2 。(1) 指出有哪几对作用力和反作用力；(2) 分析两个物体各受到几个力的作用；(3) 如 $W_1=5$ 公斤， $W_2=10$ 公斤，木板以 2 米/秒² 的加速度上升，求乙物体对甲物体的作用力和乙物体对木板的作用力(图 8·7)。

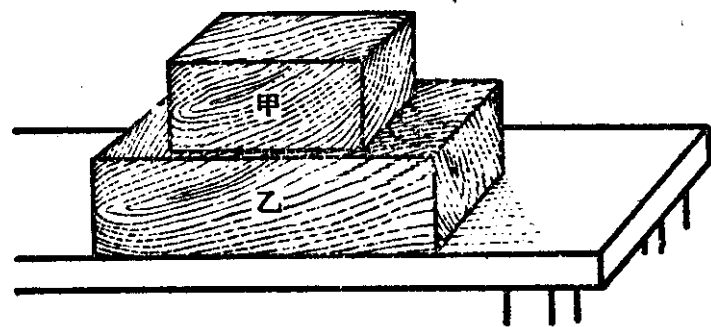


图 8·7

【解】 (1) 在本題的範圍內有下列几对作用力和反作用力 (图 8·8):

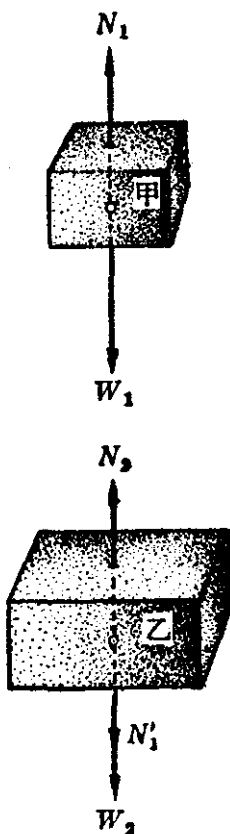


图 8·8 甲、乙两物
体的受力图

- (i) 甲物体和地球的相互作用 W_1 和 W_1' ;
- (ii) 乙物体和地球的相互作用 W_2 和 W_2' ;
- (iii) 甲、乙两物体的相互作用 N_1 和 N_1' ;
- (iv) 乙物体和木板的相互作用 N_2 和 N_2' 。

(2) 甲物体受到两个力的作用: 一个是豎直向下的重力 W_1 , 这是地球对它的作用; 另一个是豎直向上的托力 N_1 , 这是乙物体对它的作用。在甲物体靜止时, N_1 和 W_1 平衡, 即

$$N_1 = W_1.$$

乙物体受到三个力的作用: 一个是豎直向下的重力 W_2 , 这是地球对它的作用; 一个是豎直向下的压力 N_1' , 这是甲物体对它的作用; 还有一个是豎直向上的托力 N_2 , 这是木板对它的作用。在乙物体靜止时, 三个力平衡, 即

$$N_2 = N_1' + W_2.$$

(3) 对于甲物体, 用牛頓第二运动定律得 $N_1 - 5 \times 9.8 = 5 \times 2$,
解得 $N_1 = 59$ 牛頓。

对于乙物体, 用牛頓第二运动定律得出 $N_2 - N_1' - 10 \times 9.8 = 10 \times 2$,
因为 $N_1' = N_1 = 59$ 牛頓, 代入方程中, 得 $N_2 = 177$ 牛頓。

例 2. 如图 8·9 所示, 用手提着一个重物 $W = 2$ 公斤。(1) 分析各对作用力和反作用力。(2) 分別对下列情况求绳子所受的力: 手提着不动, 手提着重物匀速度

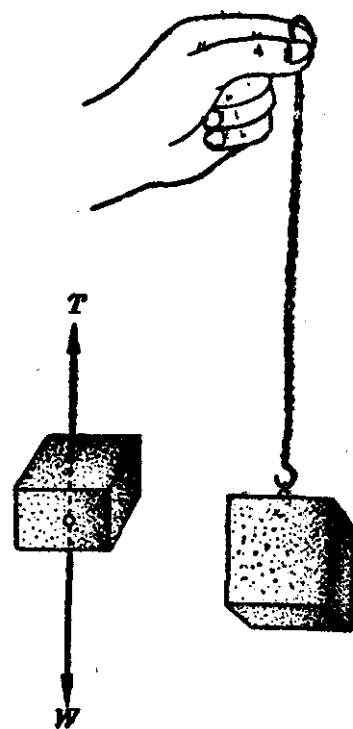


图 8·9

上升或下降,以及用加速度 3 米/秒^2 上升和下降.

【解】 (1) 这里有三对作用力和反作用力: 第一对是地球和重物的相互作用,它们都等于 2 公斤 . 第二对是重物和绳子的相互作用. 第三对是绳子和手的相互作用.

(2) 重物受到两个力的作用,一个是向下的重力 $W = 2 \text{ 公斤}$,另一个是绳子向上拉它的力 T . 用牛顿第二运动定律,得出

(i) 重物不动 ($a=0$): $T - 2 \times 9.8 = 0, \therefore T = 19.6 \text{ 牛頓}.$

(ii) 重物匀速度上升 ($a=0$): $T - 2 \times 9.8 = 0, \therefore T = 19.6 \text{ 牛頓}.$

重物匀速度下降 ($a=0$): $2 \times 9.8 - T = 0, \therefore T = 19.6 \text{ 牛頓}.$

(iii) 重物以加速度 3 米/秒^2 上升: $T - 2 \times 9.8 = 2 \times 3, \therefore T = 25.6 \text{ 牛頓}.$

(iv) 重物以加速度 3 米/秒^2 下降: $2 \times 9.8 - T = 2 \times 3, \therefore T = 13.6 \text{ 牛頓}.$

例 3. 如图 8.10 所示,分析一根绳子在拉力 f_1 和 f_2 作用下的受力情况.

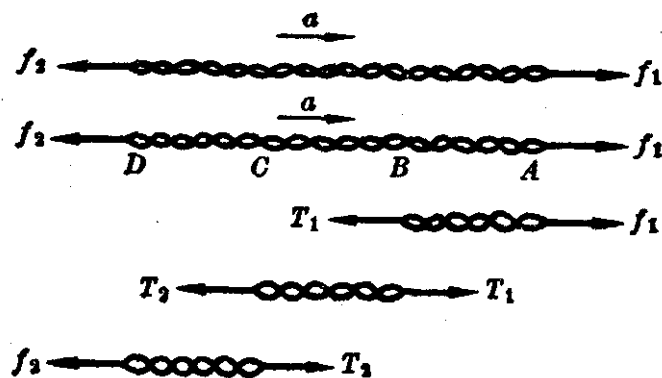


图 8.10 绳子受力情况的分析

【解】 可以把一根绳子看作是由许许多多质点所组成,当受到外力作用而被拉开时,质点和质点之间都要产生作用力和反作用力,它们都是属于弹性性质的.为了分析问题简单起见,我们只把它分做 AB 、 BC 和 CD 三段来进行讨论.

(1) 这里有四对作用力和反作用力. 第一对是在 A 处,手用 f_1 的力拉绳子,绳子也用 f_1 的力拉手. 第二对在 B 处, AB 段以 T_1 的力拉 BC 段, BC 段也以 T_1 的力拉 AB 段. 第三对在 C 处, BC 段以 T_2 的力拉 CD 段, CD 段也以 T_2 的力拉 BC 段. 第四对

在 C 处,手用 f_2 的力拉绳子,绳子也用 f_2 的力拉手.

这种绳子中相邻两部分之间的一对作用力和反作用力,如 T_1 、 T_2 等,叫做绳子的張力.

(2) 如以上所分析的那样, AB 段受到两个力的作用,手拉绳子的力 f_1 和 BC 段拉它的力 T_1 ; BC 段也受到两个力的作用, AB 段拉它的力 T_1 和 CD 段拉它的力 T_2 ; CD 段也受到两个力的作用,手拉它的力 f_2 和 BC 段拉它的力 T_2 . 设 AB 段的质量为 m_1 , BC 段的质量为 m_2 , CD 段的质量为 m_3 . 再设绳子沿 f_1 的方向以加速度 a 运动. 这样,根据牛顿第二运动定律,得

$$AB \text{ 段: } \quad f_1 - T_1 = m_1 a,$$

$$BC \text{ 段: } \quad T_1 - T_2 = m_2 a,$$

$$CD \text{ 段: } \quad T_2 - f_2 = m_3 a.$$

由上列各式可见,当绳子作变速运动($a \neq 0$),并且绳子的质量不能忽略不计($m \neq 0$)时,绳子上各段的張力是不相等的,也不等于外力.

(3) 但当绳子静止不动,或作匀速直线运动($a = 0$),或绳子的质量可以忽略不计($m = 0$)时,则由上列各式可知

$$f_1 - T_1 = 0, \quad \therefore T_1 = f_1;$$

$$T_1 - T_2 = 0, \quad \therefore T_2 = T_1;$$

$$T_2 - f_2 = 0, \quad \therefore T_2 = f_2.$$

$$\therefore f_1 = T_1 = T_2 = f_2.$$

结果表明:(1) 绳子两端所受拉力的大小相等;(2) 绳子上各段的張力相等,而且都等于拉力.

在一般实际问题中,我们都假定绳子的质量很小,可以忽略不计,因此不论绳子是静止,作匀速直线运动或作变速运动,都可以把绳子上各段的張力看作是相等的,并且等于所受的拉力. 根据牛顿第三运动定律,这个張力也等于绳子拉其他物体的力.

例 4. 一根绳子跨过两个定滑轮,绳子的两端各悬挂一个 5

公斤的砝碼。現在把两个滑輪之間的繩子剪斷，接上一个測力計（图 8·11），問測力計所指出的力是多少？

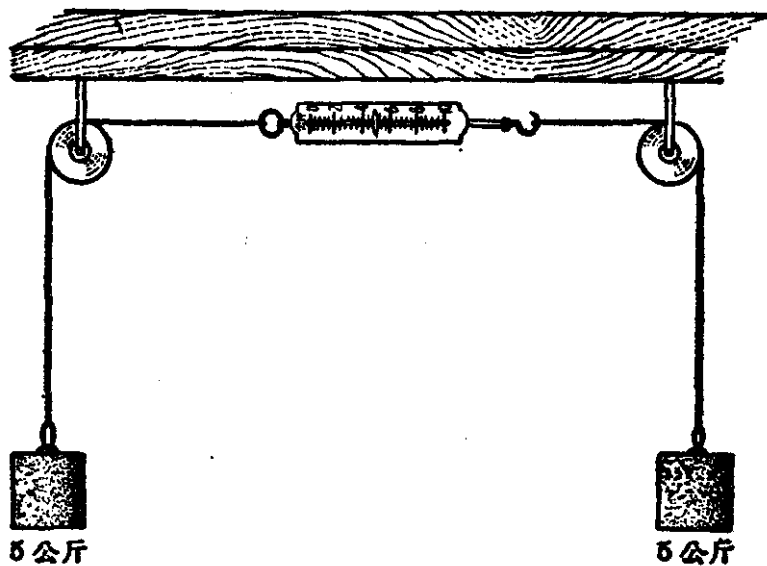


图 8·11

【解】 这是一个有些同学搞不清楚的問題，有的說是 5 公斤，有的說是 10 公斤，也有的說是 0 公斤。現在我們來討論一下。

(1) 先討論是 5 公斤还是 10 公斤。

首先，根据例 3 的分析，知道測力計左右两根繩子上的張力都是 5 公斤，因此，測力計彈簧两端受到的拉力也都等于 5 公斤，图 8·11 可以画成如图 8·12 的样子。



图 8·12

再来討論彈簧秤上的讀数。这里介紹两种方法来分析这个問題。

照例 3 那样，把測力計彈簧分成几段來考虑。按照牛頓第二运动定律，列出各段的运动方程式，現在測力計不动，各方程式的右边都等于零，因此，各段的彈力都相等，并且都等于它所受到的拉力 5 公斤。所以，測力計的讀数是 5 公斤不是 10 公斤。

假如这个题目改为：一个人提着测力计不动，并且在它的下端悬挂着 5 公斤的重物(图 8·13)，那么你一定说测力计的读数是 5 公斤，而决不是 10 公斤。其实，这个题目和上面的题目是一样的。因为测力计的上部受到手的作用，在测力计不动时，这个力也等于 5 公斤，所以测力计弹簧两端受到的拉力也都是 5 公斤。这和上面的题目完全一样。

(2) 再讨论为什么不是 0 公斤。

认为是 0 公斤的读者大概是这样想的：当两个力作用在同一物体上时，如果它们的大小相等、方向相反，并且作用在同一直线上，则这两个力相互平衡；现在测力计受到的两个 5 公斤的力，正是这样的两个力，因而它们应该彼此平衡，所以读数应该是 0 公斤。

事实上很明显，这种想法是不符合实际的，并且是错误的。为什么会有这种想法呢？主要是由于对力的“平衡”这一个通俗的提法还理解得不够。作用在一个物体上的力，既可能使物体获得加速度，又可能使物体发生形变。当物

体同时受到几个力的作用时，它可能不获得加速度，但不能不发生形变。所谓“平衡”是指不能使物体获得加速度而言，并不是说力就不存在，也不是说物体就不发生形变。现在弹簧的两端各受到 5 公斤的拉力，这两个力不能使整个弹簧获得加速度，所以我们可以按照习惯说：这两个力“互相平衡”了。但是，弹簧确实已经被拉长，即发生形变了。测力计的读数决定于弹簧的伸长，而不是决定于弹簧的加速度，所以还是 5 公斤。

例 5. 地面上放着两个重物，前面的一个重 15 吨，后面的一个重 10 吨，用绳子把它们连接起来，并用力拉前面那个重物，使它

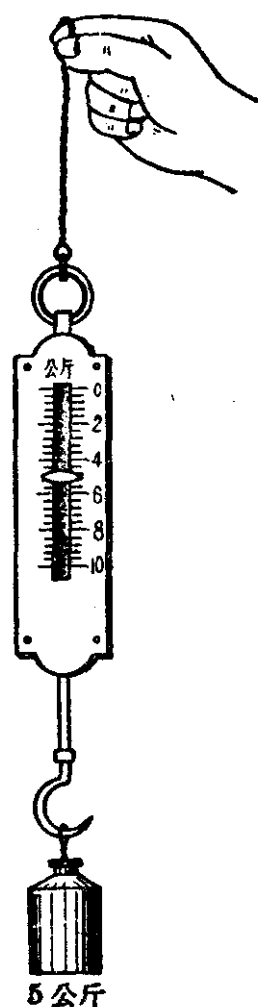


图 8·13

們以 0.2 米/秒² 的加速度运动, 运动的阻力是物体重量的 0.005 倍. 問两个重物各受到哪些力的作用? 这些力分别等于多少?

【解】 (1) 两个重物受到的力如图 8.14 所示:

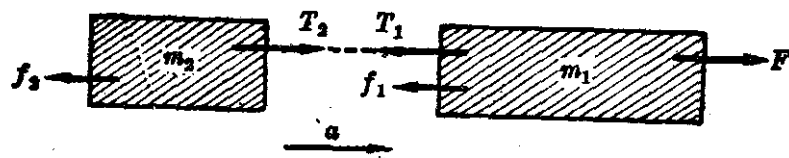


图 8.14

图中 F 是外加的作用力; f_1 和 f_2 是阻力; T_1 和 T_2 是两个物体通过绳子的一对作用力和反作用力, 它們的大小相等 ($T_1 = T_2$).

(2) 对两个物体分别应用牛頓第二运动定律, 得出

$$F - T_1 - f_1 = m_1 a, \quad (1)$$

$$T_2 - f_2 = m_2 a. \quad (2)$$

現在

$$m_1 = 15 \text{ 吨} = 15,000 \text{ 公斤},$$

$$m_2 = 10 \text{ 吨} = 10,000 \text{ 公斤}, \quad a = 0.2 \text{ 米/秒}^2,$$

$$f_1 = 15,000 \times 0.005 \times 9.8 = 735 \text{ 牛頓},$$

$$f_2 = 10,000 \times 0.005 \times 9.8 = 490 \text{ 牛頓}.$$

代入(2)式, 得

$$T_2 = m_2 a + f_2 = 10,000 \times 0.2 + 490 = 2490 \text{ 牛頓}.$$

代入(1)式, 因 $T_1 = T_2$, 得

$$F = T_1 + f_1 + m_1 a = 2490 + 735 + 15,000 \times 0.2 = 6225 \text{ 牛頓}.$$

所以, 对于 15 吨的重物来讲, 它受到的外加作用力是 6225 牛頓, 阻力是 735 牛頓, 10 吨重物拉它的力是 2490 牛頓. 对于 10 吨的重物来讲, 15 吨重物拉它的力是 2490 牛頓, 阻力是 490 牛頓.

习 題 8.1

1. 桌子上放一重物, 指出作用在重物上的是哪些力? 作用在桌子上的

是哪些力？

2. 电綫下吊一盞电灯，电灯分別和哪些物体之間有相互作用力？电灯本身受哪些力作用？它为什么能够靜止不动？

3. 两个人对面站着做相推游戏的时候，彼此相推的力是否相等？为什么其中一个人可能把另一个人推动呢？

4. 为什么想从离岸很近和很輕的小木船上跳到岸上来比較困难，而从离岸同样近的大船上跳到岸上就比較容易？

5. 甲、乙两个重物的质量分別是 m_1 和 m_2 ，用绳子連接在一起。今用手提着上端。(1) 指出有哪几对作用力和反作用力。(2) 求在下列四种情况下两根绳子中的張力：手提着不动；匀速上升或下降；以加速度 a 上升；以加速度 a 下降。

6. 重 600 公斤的升降机，用 3 米/秒² 的加速度上升，然后匀速上升，最后用 -3 米/秒² 的加速度上升。設升降机运动的阻力为 40 公斤，求在上述三种情况下，提起升降机的鋼绳的張力各为多少？

7. 彈簧秤上悬挂着一个 14 公斤重的物体。如果使它用 28 厘米/秒² 的加速度豎直向上运动，彈簧秤上的讀数是多少？如果使它用同样的加速度豎直向下运动，彈簧秤上的讀数是多少？如果使彈簧秤和它悬挂着的物体一起作自由落体运动，彈簧秤上的讀数又将是多少？

§ 8.2 牛頓定律的适用范围

二百多年以来，力学在牛頓定律的基础上不断地发展着，并且逐步趋向于完善，形成了一門具有丰富內容的学科，在科学研究和生产技术上起了很大的作用。利用牛頓定律来解决实际問題，結果总和实际情况相符合，这就是牛頓定律的正确性的最有力的証明。

建立在牛頓定律基础上的力学，人們都叫它为牛頓力学或經典力学。

但是，最近五十年以来，由于科学技术的发展，人們发现在下面的两种情况下，牛頓定律不再适用。

第一，当物体运动的速度很大，大到接近光在真空中的速度每

秒三十万公里的时候，牛頓定律便不能适用。原因之一是牛頓的质量概念还不够全面。解决这种高速度物体的力学問題，要用二十世紀初爱因斯坦所提出的相对論力学。

按照牛頓的看法，物体的质量是不变的。自从上世紀末发现电子以后，又陸續发现許多微观粒子如质子、中子、正电子等，实验测得这些微观粒子的质量并不是一个恒量，而是随着它們速度的变化而改变的。爱因斯坦把它們的关系用下列数学公式来表示：

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

式中 m 是物体以速度 v 运动时的质量， m_0 是物体靜止时的质量（称为靜质量）， c 是光的速度，等于 3×10^8 米/秒。所以，物体的质量是随着速度趋近于光速而相应地增大。

可是，在日常生活和生产技术上所遇到的一些实际問題中，物体的运动速度总是远小于光速，例如我們一般能够测量到的最快的速度是彗星的速度，但是也不超过 10^5 米/秒。这样，

$$\frac{v^2}{c^2} = \left(\frac{10^5}{3 \times 10^8} \right)^2 = \frac{1}{9 \times 10^6} \approx 10^{-7},$$

因此，质量的变化是很小的，而且几乎可以认为是沒有变化。再如速度最大的炮弹也不过 3000 米/秒，因此，质量的变化就更小了。由此可見，对于我們在日常生活中的所接触到的物体来讲，质量的变化是微不足道的，这一点根据牛頓的观点，即质量不变的观点，仍能得到正确的結果。所以，在这种情况下，牛頓定律是适用的。但是当物体的运动速度很大（大到接近光速的时候），它的质量也就变得远大于靜质量了，因此在这里牛頓定律就不再适用了。

第二，牛頓定律是从那些由大量原子、分子組成的物体的运动情况中总结出来的。所以对于电子、质子、中子等这种构成原子的基本微粒之間的相互作用來說，牛頓定律也不再适用。对于这种基本微粒之間相互作用的力学問題，将由另一种力学叫做量子力学来解决。

相对論力学和量子力学是近代物理学中的重要內容，它們更

深刻地反映了物质运动的规律。

§ 8.3 动量和冲量, 动量定理

在牛顿定律建立以前, 力学已经有了一定的发展。当时很多人从事于研究碰撞和打击之类的问题, 并且发现物体的运动状态和物体的质量及其速度都有关系, 因此仅仅用速度来描述是不够的。例如, 两辆汽车的质量相等、速度不同, 要它们在同一时间内停下来, 速度较大的就比较困难; 反之, 如果质量不同(例如一辆空车, 一辆载货)而速度相同, 那么要它们在同一时间内停下来, 载货的汽车就要比空车困难一些。由此可见, 物体的运动状态是由物体的质量和速度这两个因素决定的。

同时, 人们还发现, 在运动状态发生变化的过程中, 物体的质量 m 和速度 v 的乘积 mv 遵从一系列确定的规律, 例如下面就要讲的动量守恒定律。

在这些事实的基础上, 人们把运动物体的质量 m 和速度 v 的乘积 mv 叫做这个运动物体的动量。动量是一个矢量, 它的方向和速度的方向相同。

另一方面, 我们已经知道, 物体运动状态的改变与别的物体对它的作用有关。例如, 一辆行驶着的汽车, 如果对它急刹车, 即对它加上很大的阻力, 则在很短的时间内它就会停下来; 如果对它加上很小的阻力, 结果也会停下来, 不过时间要长得多。这两种情况, 对于汽车运动状态的改变起着相同的效果, 即都使汽车停下来。由此可见, 引起物体运动状态的改变, 要同时考虑作用力和力的作用时间这两个因素。

我们把作用力 F 与作用时间 t 的乘积 Ft 叫做作用力的冲量。冲量也是一个矢量, 它的方向和作用力的方向相同。

作用时间很短的力叫做冲力。

根据牛顿第二运动定律, 我们知道, 物体受到一个恒力作用

时,它所获得的加速度也是一个恒量.假定一个质量为 m 的物体受到一个恒力 F 的作用,在时间 t 内,速度从 v_1 增加到 v_2 ,那么它在时间 t 内所获得的加速度 a 为:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t}.$$

以此代入牛顿第二运动定律 $F = ma$ 中,即得

$$F = m \frac{v_2 - v_1}{t}.$$

或
$$Ft = mv_2 - mv_1.$$

上式左边是作用力在时间 t 内的冲量,右边是物体在时间 t 内所增加的动量.这样,我们可以得出一个结论:一个物体在时间 t 内的动量的改变,等于作用在物体上的外力在相同时间内的冲量.这个结论,我们叫它动量定理.

动量和冲量的单位可以列表如下:

物理量	单位制	
	厘米·克·秒制	米·公斤·秒制
动量	克·厘米/秒	公斤·米/秒
冲量	达因·秒	牛顿·秒

最后,我们还要着重说明下列两点:

第一,从动量定理我们知道,物体动量的改变是由力和力的作用时间两个因素决定的.力越大,作用时间越长,冲量就越大,因而物体的动量就改变得越多.动量改变的方向总是和冲量的方向(即外力的方向)相同.

如果动量的改变是一定的,那么,力的作用时间越短,则作用力越大;反之,力的作用时间越长,则作用力越小.例如茶杯掉在石头上,立刻破碎,如果掉在软的东西上,则不容易破碎,就是这个

道理。搬运玻璃器具时，总要在木箱里面放上许多纸屑和刨花等，以减少搬运时的损坏，也是这个缘故。此外，例如有的起重机在悬挂重物的钢索与吊钩之间装上一根特殊的缓冲弹簧(图 8·15)，就是为了延长货物的动量变化所需的时间，以防止突然吊起重物时钢索断裂。

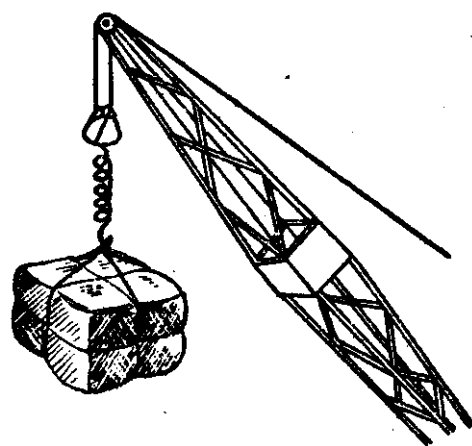


图 8·15 起重机上的缓冲弹簧

第二，动量定理在处理碰撞和打击等问题中，有它特殊重要的意义。在这类问题中，物体相互作用的时间非常短促，相互作用的冲力很大，而且是变化的(即不是一个恒力)。由于时间过短，相互作用的力很难测定，因此牛顿第二运动定律就无法直接应用，但是力的冲量则可以通过动量的改变来测定。

例 6. 一个棒球的质量为 300 克，速度为 20 米/秒，如果用棒就其运动方向反击一下，则其速度变为 30 米/秒。设接触的时间为 0.02 秒。求冲量和平均冲力。

【解】 按题意： $m=300$ 克 $=0.3$ 公斤， $v_1=-20$ 米/秒，
 $v_2=+30$ 米/秒(注意 v_1 和 v_2 的方向)，
 $t=0.02$ 秒。

用动量定理公式，得

$$\begin{aligned} \text{冲量} &= 0.3 \times 30 - 0.3(-20) \\ &= 15 \text{ 公斤} \cdot \text{米/秒}, \end{aligned}$$

$$\text{平均冲力} = \frac{15}{0.02} = 750 \text{ 牛顿}.$$

例 7. 巨型桥式起重机的钢索可以支持 175,000 公斤。在起重一个 140 吨的重物时，如果要它在 0.2 秒内从静止得到 2.6 米/秒的上升速度，钢索会不会断裂？如果装上一根缓冲弹簧后，

使重物在 1.2 秒內得到同样的速度，鋼索会不会断裂？

【解】 判断起重时鋼索会不会断裂，要看鋼索的張力是否大于它可以支持的力 F 来决定。鋼索的張力等于鋼索拉重物的力，它的一部分等于重物的重量 W ，另一部分等于 F_1 ，使物体获得加速度上升。

当 $F > W + F_1$ 时，即 $F_1 < F - W$ 时，鋼索不会断裂；

当 $F < W + F_1$ 时，即 $F_1 > F - W$ 时，鋼索要断裂。

現在， $F = 175,000$ 公斤 $= 1,715,000$ 牛頓，

$W = 140$ 吨 $= 140,000$ 公斤 $= 1,372,000$ 牛頓。

$\therefore F - W = 1,715,000 - 1,372,000 = 343,000$ 牛頓。

所以我們只要求出平均冲力 F_1 的大小，就可以判定鋼索会不会断裂，如 $F_1 > 343,000$ 牛頓，鋼索要断裂；如 $F_1 < 343,000$ 牛頓，鋼索不会断裂。

(1) 未用緩冲彈簧时。

已知： $v_1 = 0$ ， $v_2 = 2.6$ 米/秒， $t = 0.2$ 秒，

$m = 140$ 吨 $= 140,000$ 公斤。

$$\begin{aligned}\therefore F_1 &= \frac{mv_2 - mv_1}{t} = \frac{140,000 \times 2.6 - 0}{0.2} \\ &= 1,820,000 \text{ 牛頓。}\end{aligned}$$

此值远大于 343,000 牛頓，可以肯定鋼索会断裂。

(2) 装上緩冲彈簧时。

已知： $v_1 = 0$ ， $v_2 = 2.6$ 米/秒， $t = 1.2$ 秒， $m = 140,000$ 公斤。

$$\therefore F_1 = \frac{140,000 \times 2.6}{1.2} = 303,000 \text{ 牛頓。}$$

此值小于 343,000 牛頓，所以鋼索不会断裂。

习 題 8.3

1. 人从高处跳下时，必須用脚尖着地，不应用脚跟着地。試解釋其原因。

2. 从牛顿第二运动定律知道, 不论作用力怎样小, 都要使物体获得加速度. 但当我们用力推一个沉重的柜橱时, 却往往推不动. 这是什么缘故呢?

3. 用汽锤打击铁钻的时候, 为什么大铁钻比小铁钻的振动小?

4. 足球队员用 14 百万达因的力踢足球, 球的质量是 700 克. 如果踢球作用的时间是 0.02 秒, 求足球飞出时的速度.

5. 用重 5 公斤的铁锤把道钉打进铁路的枕木里面去, 在打击时, 铁锤的速度等于 5 米/秒. 如果它们相互作用的时间是 0.01 秒, 求打击时的平均冲力.

6. 建筑工地上用的夯, 质量是 60 公斤, 如果让夯从离地面 0.4 米高处自由落下, 问在将要着地时的动量是多少? 如果它从接触地面到静止时所经过的时间为 0.1 秒, 问地面受到的平均冲力多大?

§ 8.4 动量守恒定律, 反冲运动

动量守恒定律是自然界的普遍定律之一, 它是总结相互作用的物体如何传递动量的规律. 为了便于讨论起见, 我们用两个小球碰撞前后动量的变化来研究.

设有质量为 m_1 和 m_2 的两个小球, 分别用 v_{01} 和 v_{02} 的速度沿着同一直线作同向运动. 碰撞后, 两球各以 v_1 和 v_2 的速度沿原方向运动 (图 8.16).

假定 $v_{02} > v_{01}$. 经过一定的时间后第二球追上第一球, 并与它发生碰撞. 碰撞时的相互作用使它们的速度都发生了改变, 也就是使它们的动量都发生了改变.

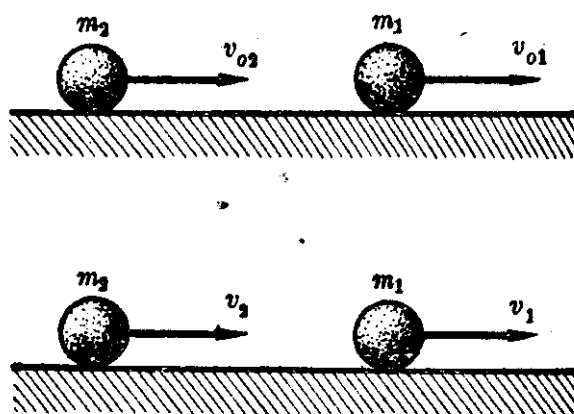


图 8.16 两个小球的碰撞

设碰撞时, 第二球给第一球一个冲量 I_1 (等于第二球给第一球的冲力 $F_1 \times$ 作用时间 t), 使第一球的动量发生变化, 根据动量定理, 得

$$I_1 = m_1 v_1 - m_1 v_{01}.$$

同时,第一球也給第二球一个冲量 I_2 (等于第一球給第二球的冲力 $F_2 \times$ 作用时间 t), 使第二球的动量发生变化, 根据动量定理, 得

$$I_2 = m_2 v_2 - m_2 v_{02}.$$

根据牛頓第三运动定律, $F_1 = -F_2$, 而两球相互作用的时间相等, 所以 $I_1 = -I_2$, 因此

$$m_1 v_1 - m_1 v_{01} = - (m_2 v_2 - m_2 v_{02})$$

或

$$m_1 v_{01} + m_2 v_{02} = m_1 v_1 + m_2 v_2.$$

等式右边是两个小球碰撞后的动量之和, 左边是碰撞前的动量之和。所以这一等式說明: 物体相互作用的时候, 它們的动量之和保持不变。这就是动量守恒定律。

上面我們是用两个球的碰撞来討論动量守恒定律的。但是, 以后我們还可以証明, 对于任意个数的物体的相互作用来讲, 这个定律也是同样正确的。

用动量守恒定律解决实际問題时, 必須注意各个速度的方向, 假定一个方向为正, 則相反方向应为負。

現在我們来談談反冲运动。在射击的时候, 炮彈向前飞出, 根据动量守恒定律, 我們知道, 炮身是要向后退的。炮身的这种后退运动就叫做反冲运动。

炮身的这种反冲运动, 使重新瞄准要化費很多时间, 因此, 在現代的大炮中都安装了一种特殊的装置来制止大炮在发射时的后退。

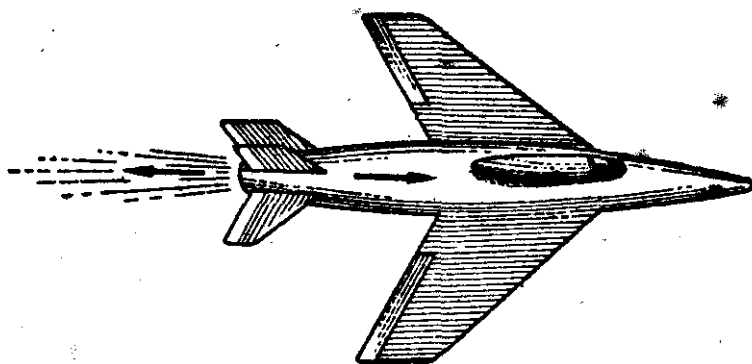


图 8·17 噴气式飞机

另一方面, 在許多情形中, 我們又利用了反冲作用。例如, 現代的噴气式飞机 (图 8·17) 和火箭, 就是利用高速度向

后噴出的气体的反冲作用, 使飞机和火箭获得巨大的速度前进。

图 8.18 所示是喷出液体时产生反冲作用的装置。当容器里面的液体从底下的两个管口喷出时，容器就如图上箭头所示的方向转动。

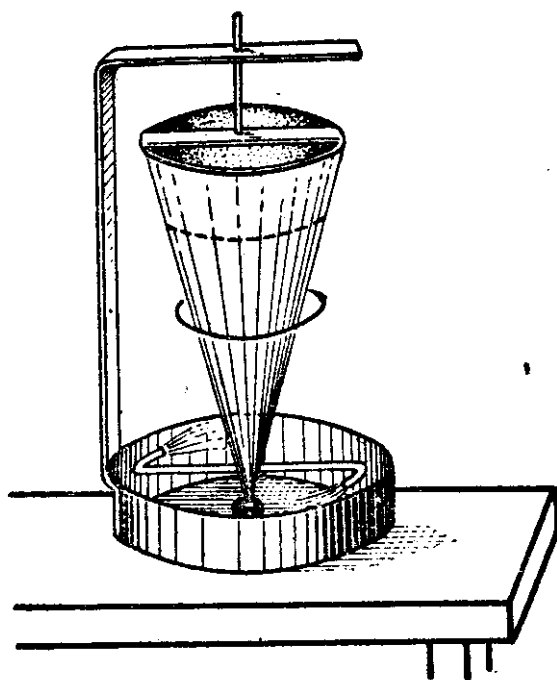


图 8.18 液体喷出时的反冲作用

例 8. 设大炮重 1 吨，炮弹的质量是 2.5 公斤，如果发炮时炮身的后退速度是 1 米/秒，求炮弹的射出速度。

【解】 放炮前，炮身和炮弹都是静止的，所以它们的动量和等于零。放炮后，炮弹向前飞出，设速度为 v ，则其动量为 $2.5v$ 公斤·米/秒。炮身向后

退，动量为 $1000(-1) = -1000$ 公斤·米/秒。根据动量守恒定律得

$$2.5v - 1000 = 0,$$

$$\therefore v = 400 \text{ 米/秒}.$$

例 9. 两个物体的质量为 200 克和 600 克，在光滑的冰面上，同样以 20 米/秒的速度在一直线上作相向运动。(1) 求碰撞前的总动量；(2) 碰撞后如合为一体，求碰撞后的速度；(3) 求碰撞时的冲量。

【解】 已知 $m_1 = 600$ 克， $m_2 = 200$ 克， $v = 20$ 米/秒 = 2000 厘米/秒。

(1) 两个物体作相向运动，所以它们的速度方向相反。假定 600 克物体的速度方向是正的，则 200 克物体的速度方向应为负，故

$$\begin{aligned} \text{碰撞前的总动量} &= m_1 v_1 + m_2 v_2 = 600 \times 2000 + 200(-2000) \\ &= 1,200,000 - 400,000 \\ &= 800,000 \text{ 克·厘米/秒}. \end{aligned}$$

(2) 碰撞后两个物体合为一个物体,其质量 $m = m_1 + m_2 = 600 + 200 = 800$ 克,設其速度为 u , 則根据动量守恒定律,得

$$800,000 = 800u$$

$$\therefore u = 1000 \text{ 厘米/秒.}$$

(3) 根据动量定理, 200 克物体受到的冲量,等于它的动量的改变,所以

$$\begin{aligned} 200 \text{ 克物体受到的冲量} &= 200 \times 1000 - 200(-2000) \\ &= 600,000 \text{ 达因}\cdot\text{秒.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 600 \text{ 克物体受到的冲量} &= 600 \times 1000 - 600 \times 2000 \\ &= -600,000 \text{ 达因}\cdot\text{秒.} \end{aligned}$$

两个物体受到的冲量大小相等,方向相反,也就是我們在前面已經讲过的,根据牛頓第三运动定律 $F_1 = -F_2$, 所以 $I_1 = -I_2$.

习 題 8.4

1. 一个重 700 克的足球以 2 米/秒的速度飞来,被足球队員一脚踢出,結果球以 10 米/秒的速度反向飞去,求足球动量的改变. 如果足球和脚接触的时间为 0.02 秒,求脚对足球的平均冲力.

2. 从上題所求得的答数說明为什么踢足球一定要穿足球鞋? 穿一般的鞋子踢足球将可能得到什么結果?

3. 步枪的质量是 4.1 公斤,子彈的质量是 9.6 克. 子彈从枪口飞出时的速度是 865 米/秒. 求步枪的反冲速度.

4. 火箭所带的燃燒物质是 15 克,这些物质在燃燒后离开火箭的速度是 800 米/秒. 如果火箭的质量是 600 克,求火箭的速度.

5. 从一个重 2 吨的大炮发射出重 10 公斤的炮彈,炮彈飞出时的速度是 600 米/秒. 求大炮的后退速度. 如果大炮在后退中遇到的阻力是它的重量的 30%,大炮能后退多远?

本 章 提 要

1. 牛頓第三运动定律

(1) 两个物体間的作用力和反作用力大小相等、方向相反. 作用力和反

作用力永远同时存在和同时消失。以为作用力和反作用力有先后之分的想法是不符合实际的，而且是错误的。

- (2) 作用力和反作用力的大小永远相等。
- (3) 作用力和反作用力是分别作用在两个物体上的。
- (4) 作用力和反作用力总是属于同一性质的力。

2. 动量, 冲量, 动量定理

(1) 运动物体的质量 m 和速度 v 的乘积 mv 叫做这个物体的动量。动量是一个矢量，它的方向和速度的方向相同。

(2) 作用力 F 与作用时间 t 的乘积 Ft 叫做作用力的冲量。作用时间很短的力叫做冲力。

(3) 一个物体在时间 t 内的动量改变等于作用在物体上的外力在相同时间内的冲量，用数学公式表示，即

$$Ft = mv_2 - mv_1,$$

这个关系叫做动量定理。

- (i) 物体动量的改变是由外力和力的作用时间这两个因素决定的。
- (ii) 动量改变的方向与冲量的方向(即外力的方向)相同。

3. 动量守恒定律 在物体相互作用的时候，它们的动量之和保持不变。用此定律解决实际问题时，必须注意各动量的方向，也就是各个物体的速度的方向。

为了帮助读者能够比较熟练地应用牛顿运动三定律来解决实际问题，我们再举几个例题来阐明。

例 10. 在 2000 米长的一段平直的铁路上，一列火车的速度从 54 公里/小时增加到 72 公里/小时。如果这列火车重 800 吨，阻力等于重量的 0.5%。求机车的牵引力。

【解】 (1) 用牛顿定律求作用力时，总要涉及到加速度问题。因此，我们先来求加速度 a 。根据题目的已知条件，可以用公式 $v^2 = v_0^2 + 2aS$ 来求，因为已知

$$\begin{aligned}v_0 &= 54 \text{ 公里/小时} = 15 \text{ 米/秒}, \\v &= 72 \text{ 公里/小时} = 20 \text{ 米/秒}, S = 2000 \text{ 米}.\end{aligned}$$

所以，
$$20^2 = 15^2 + 2 \times 2000 a$$

$$\therefore a = \frac{400 - 225}{4000} = \frac{7}{160} \text{ 米/秒}.$$

(2) 题目中还有阻力 f ，它等于重量的 0.5%，即

$$f = 0.005 \times 800,000 = 4000 \text{ 公斤.}$$

(3) 再用牛頓第二运动定律. 設机車的牽引力为 F , 則

$$F - f = ma,$$

把数字代入, $m = 800$ 吨, 注意各項单位, 得

$$F - 4000 \times 9.8 = 800,000 \times \frac{7}{160}.$$

$$\therefore F = 35,000 + 39,200 = 74,200 \text{ 牛頓.}$$

例 11. 甲、乙两人在平滑的冰面上作拔河游戏(拉绳). 甲重 60 公斤, 乙重 65 公斤, 各站着不动, 然后甲用 1 公斤的力拉乙. (1) 求乙拉甲的力; (2) 求甲、乙两人获得的加速度; (3) 2 秒钟后甲、乙两人的速度与动量.

【解】 (1) 根据牛頓第三运动定律, 知道乙拉甲的力也等于 1 公斤, 方向与甲拉乙的力相反.

(2) 設甲、乙两人获得的加速度分别为 a_1 和 a_2 , 根据牛頓第二运动定律, 得

$$a_1 = \frac{F}{m_1} = \frac{1 \times 9.8}{60} = \frac{49}{300} \text{ 米/秒}^2,$$

$$a_2 = \frac{F}{m_2} = \frac{1 \times 9.8}{65} = \frac{49}{325} \text{ 米/秒}^2.$$

(3) 用 $v = at$ 求 2 秒后甲、乙两人的速度 v_1 、 v_2 和动量.

$$v_1 = a_1 t = \frac{49}{300} \times 2 = \frac{49}{150} \text{ 米/秒,}$$

$$v_2 = a_2 t = \frac{49}{325} \times 2 = \frac{98}{325} \text{ 米/秒.}$$

$$\text{甲物体的动量} = 60 \times \frac{49}{150} = \frac{98}{5} = 19.6 \text{ 公斤} \cdot \text{米/秒,}$$

$$\text{乙物体的动量} = 65 \times \frac{98}{325} = \frac{98}{5} = 19.6 \text{ 公斤} \cdot \text{米/秒.}$$

两人原先都是站着不动, 所以两人的总动量等于零. 相互作用 2 秒钟后, 两人的动量都等于 19.6 公斤·米/秒, 但方向相反, 所以总动量还是等于零, 符合动量守恒定律.

例 12. 在水平光滑的桌面上放置一个物体甲, 用細绳跨过桌边的滑輪把它和另一个物体乙相連(图 8·19). 求两个物体的加速度和绳的張力.

【解】 解这类問題时, 我們总是先把两个物体分隔开来, 图中表示每一个物体受到的力, 然后再分別应用牛頓第二运动定律列出算式. 通过解方程

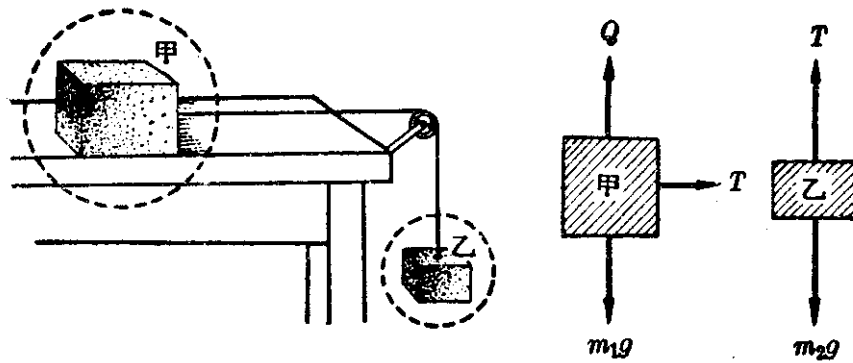


图 8-19

组就可以得出物体的加速度和绳上的张力。

(1) 放在桌子上的甲物体受到三个力的作用：一个是竖直向下的重力，等于 m_1g ， m_1 是它的质量；另一个是桌面对它的托力 Q ，竖直向上。这两个力都是竖直的，因为物体没有沿竖直方向运动，所以它们恰好平衡，即 $Q = m_1g$ 。第三个力水平向右，是绳子拉甲物体的力 T ，也可以说是乙物体通过绳子拉甲物体的力。这个力 T 使甲物体沿水平方向向右以加速度 a 运动。

乙物体受到两个力的作用，一个是竖直向下的重力，等于 m_2g ， m_2 是它的质量；另一个是绳子拉它的力 T ，也可以说是甲物体通过绳子拉它的力，方向竖直向上。这两个力的差，即 $m_2g - T$ 使乙物体以加速度 a 向下运动。

对于绳子来讲，它的两端分别受到甲、乙两个物体对它的作用 T ，这就等于绳子的张力。

(2) 这样分析了两个物体的受力情形后，我们就可以根据牛顿第二运动定律分别列出算式来了。

$$\text{物体甲: } T = m_1a,$$

$$\text{物体乙: } m_2g - T = m_2a;$$

解上面的方程组，得

$$a = \frac{m_2}{m_1 + m_2} g, \quad T = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} g.$$

例 13. 在上题中，如果物体甲和桌面间的滑动摩擦系数为 μ ，问 a 和 T 有什么改变？

【解】 (1) 也要先画出两个物体的受力图。乙物体的受力情形没有什么改变；而甲物体则多了一个摩擦力 $f = \mu N = \mu m_1g$ (图 8-20)。

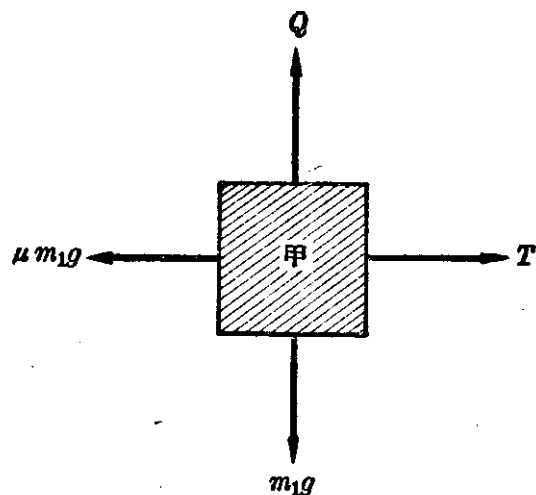


图 8-20

(2) 再分別应用牛頓第二运动定律,得

$$\text{物体甲: } T - \mu m_1 g = m_1 a,$$

$$\text{物体乙: } m_2 g - T = m_2 a;$$

解方程組,得

$$a = \frac{m_2 - \mu m_1}{m_1 + m_2} g, \quad T = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (1 + \mu) g.$$

复 习 題 八

1. 有一只浮在水面上不动的小船,如果有人在它上面从船尾走向船头,船就要向相反方向运动. 試解釋这个現象.

2. 我們做跳高、跳远等运动时,为什么不站在原地跳,而总是从远处跑来跳? 又为什么一定要有沙坑?

3. 重 W 公斤的人站在电梯里面时受到哪些作用力? 他作用在哪些物体上? 决定他的运动状态的是哪些力? 在下面四种情况下,这些作用力的关系怎样? (1) 当电梯靜止不动时, (2) 当电梯以匀速度上升或下降时, (3) 当电梯以加速度上升时, (4) 当电梯以加速度下降时.

4. 在水平的地面上放着重 W 的石块,某人用力 F 要把它提起来,設 $F < W$, 問此时石块受到哪些作用? 石块作用在哪些物体上?

5. 质量为 10 克的子彈用 500 米/秒的水平速度射入悬吊着的质量为 10 公斤的砂袋中,求子彈射入砂袋后它們的共同速度.

6. 設质量为 20.6 克的枪彈以 760 米/秒的初速度从枪口射出,枪的质量为 3.6 公斤,求枪的后退速度.

7. 用 1000 达因的力作用在质量为 1 公斤的原来靜止的物体上,求此物体在 1 分钟內所达到的速度以及在此時間內所通过的路程.

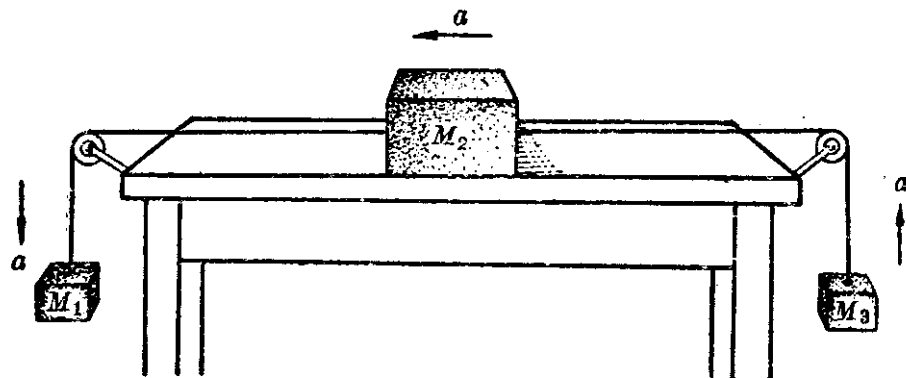
8. 重 25 吨的机車在傾斜的軌道上行駛,每上行 100 米,升高 2 米,加速度是 0.8 米/秒². 求机車的牵引力(取 $g = 10$ 米/秒²).

9. 一个人重 80 公斤,沿一悬挂着的绳子滑下. 設绳子只能負担 60 公斤,超过这一拉力就要断裂. 問此人滑下时要使绳子不致于断裂的加速度至少等于多少米/秒²? 滑下 4.9 米时,他的速度是多少?

10. 一只帆船的总质量为 30 吨,忽遇大风,使它在 1 分钟內前进了 10 米. 如果水的阻力不算,問风力多大?

11. 如附图所示,三个物体相互連在一起,如果一切摩擦都不算,求绳的張力和物体的加速度. 設 $M_1 > M_3$.

[提示：画出每一个物体的受力图，再用牛顿第二运动定律列出它们的运动方程.]



(第 11 題)

12. 一辆在平直馬路上行駛的汽車，当速度等于 10 米/秒的时候关闭了发动机，这样它又走了 150 米才停止下来。求：(1) 从关闭发动机到汽車停止时所經過的时间，(2) 汽車受到的阻力是重量的百分之几。

13. 物体从傾斜 45° 的斜面上滑下，斜面和物体之間的摩擦系数为 $\frac{3}{4}$ 。試証明該物体滑下某一距离时所需的时间，是沿同样光滑斜面滑下同一距离时所需时间的两倍。[提示： $f = \mu N = \mu mg \cos \theta$.]

14. 一个物体放在 10 米长和 5 米高的斜面的頂点，从靜止开始滑下，求它滑到斜面底端时的速度和所用的时间。設斜面和物体之間的摩擦系数等于 0.2。

第九章 物体的平衡

一个物体可以同时受到几个外力的作用。同时，作用在一个物体上的外力，如果能使物体获得加速度，就叫做**不平衡的外力**；如果不能使物体获得加速度，就叫做**平衡的外力**。在平衡外力作用下的物体，称为处于**平衡状态**。

处于平衡状态的物体保持原有的运动状态不变，如果它原来是静止的，就继续静止下去，如果它原来是运动的，就作匀速直线运动或匀速转动。在实际生活中，我们经常遇到的处于平衡状态的物体大多是静止的。因此，在本章的讨论中，我们总以静止的物体作为研究的对象。但是，所得到的一切结论，对于作匀速直线运动和作匀速转动的物体同样适用。

在日常生活中，随时随地都要用到有关物体平衡的知识。例如，使用梯子进行空中作业，就必需掌握有关物体平衡的知识，才能保证安全。如果梯子放得太陡了一些，当人在梯子上进行工作时，就有翻倒的危险（指梯子向外翻）；如果梯子放得太平了一些，当人沿梯子向上爬时，就有滑倒的危险（指梯脚向外滑）。究竟梯子应有多大的倾斜角度才能保证安全呢？那就需要根据具体情况，应用有关物体平衡的知识来进行分析。此外，建筑一所大楼、建造一座桥梁、安装一部机器、拉一盏电灯、插一根竹竿晒衣服，都要应用有关物体平衡的知识来进行分析，才能知其所以然。

§ 9·1 物体在共点力作用下的平衡条件

当一个物体同时受到几个外力的作用时，如果这些外力的作

用綫,或它們的延長綫交于一點,如图9·1所示,我們就称这些力为共点力.

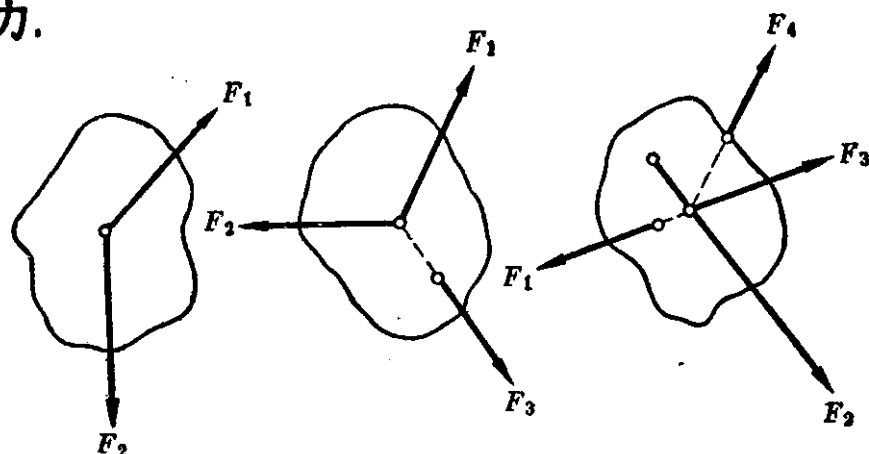


图9·1 一个物体同时受到几个外力的作用

牛頓第二运动定律已經指出,当物体同时受到几个外力的作用时,如果外力的合力不等于零,它总要获得加速度,也就是說它不可能处于平衡状态.反之,如果物体在几个外力的作用下处于平衡状态(即沒有加速度),那么这些外力的合力就必须为零.所以我們說:

物体在共点力作用下的平衡条件是合力等于零.

合力等于零是共点力平衡的唯一条件.也就是說:只要合力等于零,共点力就一定平衡;如果合力不等于零,共点力就一定不平衡.反过來說:如果物体在共点力的作用下处于平衡状态,合力就一定等于零;如果物体在共点力的作用下处于不平衡状态,合力就一定不等于零.

合力等于零是共点力平衡的一般原則性的条件,至于如何具体应用这一原則解决实际問題,还要看具体情况来决定.現在我們只討論以下的两种特殊情况:

1. 两力平衡 两力平衡的事例很多.例如:电綫吊着的电灯、衣鈎上挂着的衣服、用一只脚立在地面上的人等等,都是两力平衡的实例.从图9·2中可以看出,电灯同时受到重力 P 和电綫拉力 T 的作用,衣服同时受到重力 P 和衣鈎托力 F 的作用,立着的人同时受到重力 P 和地面托力 N 的作用.

事实証明，在平衡状态下，作用在这些物体上的两个力，不但必須交于一点，而且还必須位于方向相反、大小相等的同一直綫上。

图上所表示的各个物体的位置叫做**平衡位置**。如果把电灯从它的平衡位置撥动一下， T 和 P 虽然还交于一点，可是不再位于同一直綫上，因此就不再处于平衡状态。如果把衣服从它的平衡位置撥动一下， F 和 P 就不再位于同一直綫上，因此衣服就要轉动。同样，如果立着的人把身体向左或向右傾斜一下， N 和 P 也就不再位于同一直綫上，因此人要跌倒。

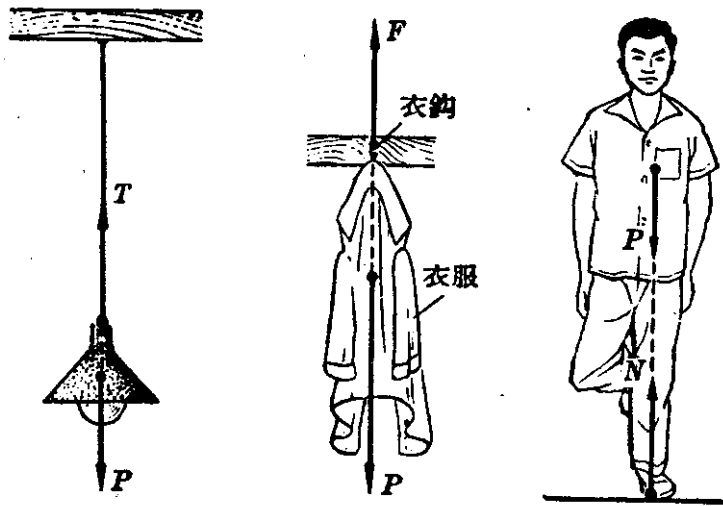


图 9·2 两力平衡的实例

作用在一个物体上的两个外力虽然位于同一直綫上，如果它們的方向不相反、大小不相等，那么它們的合力就不可能等于零，也就不可能滿足共点力平衡的条件。所以我們說：

两力平衡的条件是力的大小相等、方向相反并且位于同一直綫上。

2. 三个共点力平衡 图 9·3 表示三个共点力平衡的实际事例。左面一个图表示用細绳悬挂一只皮球，它同时受到重力 P 、绳子的拉力 T 和墙的推力 N 的作用，它們相交于 O 点。中間一个图表示用細绳拉电灯，它同时受到重力 P 、电綫的拉力 T_1 和绳子的拉力 T_2 的作用，它們相交于 A 点。右面一个图表示倚在墙上的梯

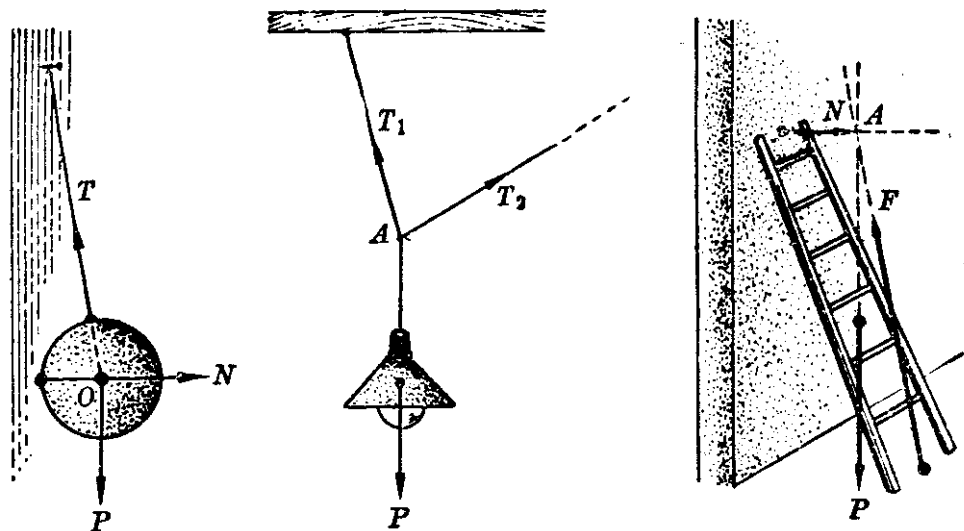


图 9·3 三个共点力平衡实例

子,它同时受到重力 P 、墙的推力 N 和地面的力 F 的作用,它們相交于 A 点.

为了满足共点力平衡条件合力等于零,三个力中任何两个力的合力(参見 §6·4 力的合成)必須与第三个力平衡. 也就是說,三个力中任何两个力的合力必須与第三个力的大小相等、方向相反并且位于同一直綫上,如图 9·4 所示.

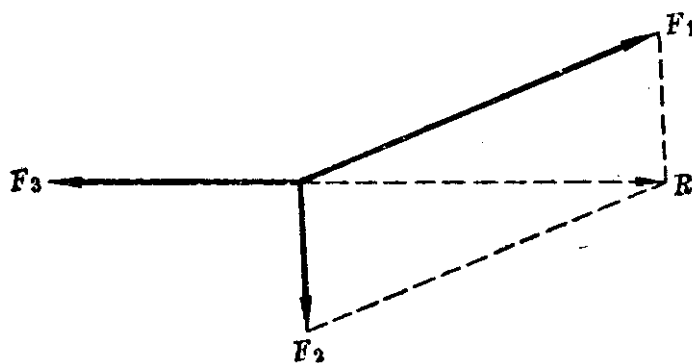


图 9·4 两个共点力的合力与第三个力平衡

由于两个共点力的作用綫决定一个平面(两根相交的直綫决定一个平面),并且它們的合力也在这个平面上(平行四边形的对綫和两边同在一个平面上),又由于这个合力与第三个力位于同一直綫上,所以这三个共点力必須在同一平面上. 所以我們說:

三个共点力平衡的条件是三个力必須在同一平面上,其中任

何两个力的合力与第三个力的大小相等、方向相反并且位于同一直线上。

必須指出：合力等于零已經是共点力平衡的唯一条件，上面所讲的一些具体条件，并不是附加出来的額外条件，而是在滿足合力等于零时必然存在的一些現象。这就是說：在两个力的合力等于零时，它們就必然是大小相等、方向相反并且位于同一直線上，否則它們的合力就决不等于零；在三个共点力的合力等于零时，它們必然是在同一平面上，其中任何两个力的合力与第三个力大小相等、方向相反并且位于同一直線上，否則它們的合力就决不等于零。

例1. 在繞过两个滑輪的繩子的两端悬挂两个物体，一个是15公斤，一个是20公斤，現在要在两滑輪之間的繩子上悬挂一个物体，而使所有的物体处于平衡状态和角 α 等于 90° ，如图9.5所示。試求物体的重量應該是多少？

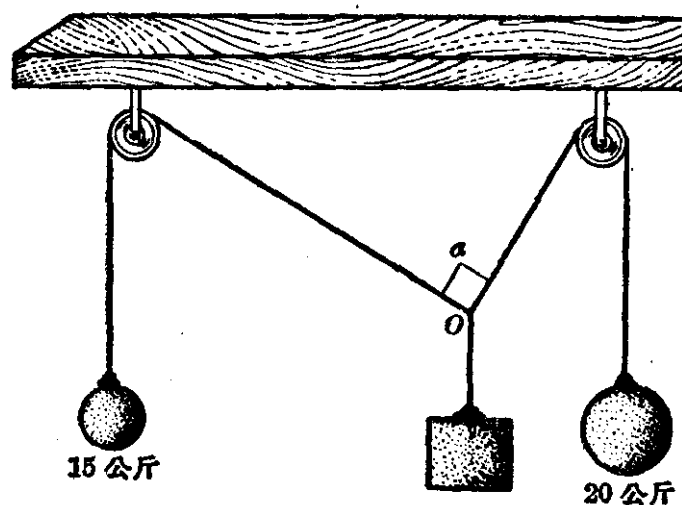


图 9.5

【解】 如图9.6所示，我們把 O 点作为受力点， F_1 、 F_2 和 F_3 分别表示三段繩子作用在 O 点的拉力。在平衡状态下， $F_1=20$ 公斤， $F_2=15$ 公斤， F_3 =物体的重量，并且它們的合力等于零。所以， F_1 和 F_2 的合力 F 必須与 F_3 的大小相等、方向相反（按理，图中 OF_3 的綫段应等于 OF ）。因此，求出 F_1 与 F_2 的合力 F ，就可以知道 F_3 的大小了。

現在, $F_1=20$ 公斤, $F_2=15$ 公斤, $\alpha=90^\circ$. 由于 OF_2F 是一个直角三角形, 所以

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{20^2 + 15^2} \\ = 25 \text{ 公斤,}$$

即物体的重量 F_3 是 25 公斤.

例 2. 一个人体重 45 公斤, 用双手拉着水平的单杠把自己吊起来 (图 9.7). 在图上的三种情形下, 两臂分别成平行、 90° 和 120° . 求在这三种情况下两臂所受的力各是多少? 两臂用力是接近时大还是分开时大? 什么时候最小?

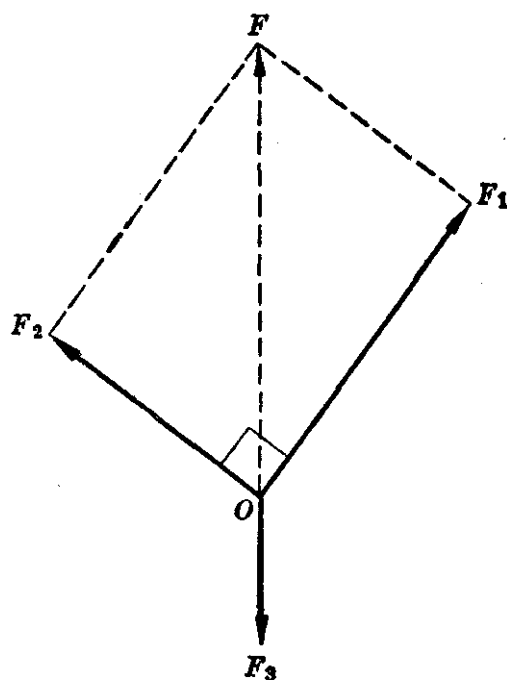


图 9.6

【解】 (1) 两臂平行时, 设每一臂中所用的力为 T , 则两臂所用的力为 $2T$ (竖直向上), 和竖直向下的重力 45 公斤方向相反. 人不动时, 这两个力的合力等于零, 所以

$$2T - 45 = 0,$$

$$T = 22.5 \text{ 公斤.}$$

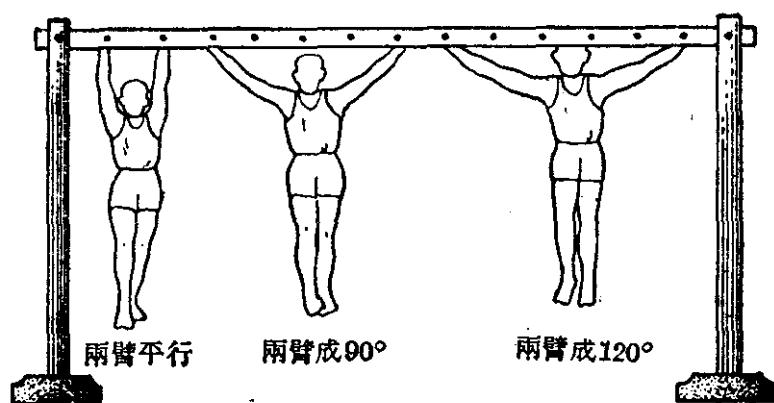


图 9.7

(2) 两臂成 90° 角时 (图 9.8). 设每一臂所用的力为 T . 人不动时, 三个力 T 、 T 和 P 保持平衡, 因而 T 和 T 的合力 F 的大

小等于 P (45 公斤), 方向豎直向上.

由于 $\angle TOF = 90^\circ$, 三角形 OTF 是等腰直角三角形, 因而 $\angle FOT = 45^\circ$.

这样, 根据已学到的三角公式, 我們就得到

$$\begin{aligned} T &= F \cos 45^\circ \\ &= 45 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \\ &= 31.8 \text{ 公斤.} \end{aligned}$$

(3) 两臂成 120° 角时(图 9.9).

設每一臂用力 T . 由于三角形 OTF 是等边三角形, 所以

$$T = F = P = 45 \text{ 公斤.}$$

从上面求得的答案中可以看到, 两臂平行时所用的力最小, 并且随着两臂之間的夹角的增大, 两臂所用的力也随着而增大.

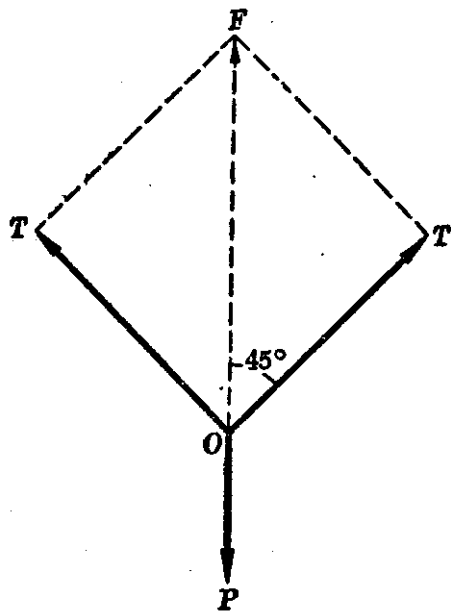


图 9.8 两臂作 90° 角时的力图

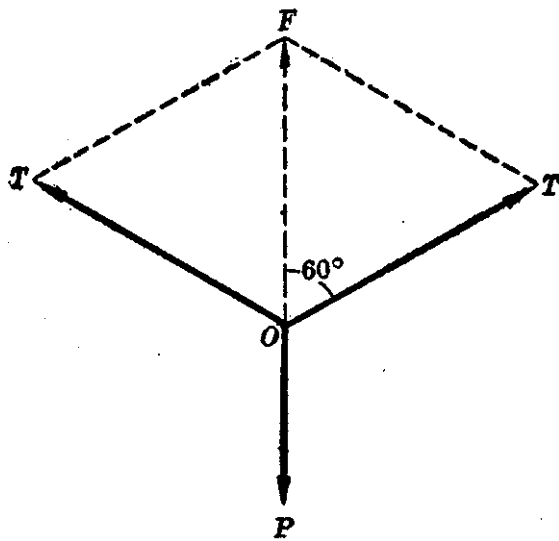


图 9.9 两臂作 120° 角时的力图

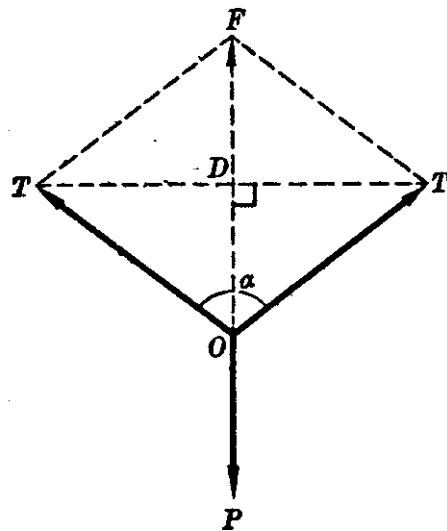


图 9.10 两臂作 α 角时的受力图

(4) 本題也可以这样来做: 假定两臂作任意角 α (图 9.10). 由于两臂所用的力都是 T , 因此,

$$\begin{aligned} \angle FOT &= \alpha/2, \\ OD &= \frac{1}{2} OF = \frac{1}{2} P, \end{aligned}$$

因为 $\angle ODT$ 为 90° , $\therefore \triangle ODT$ 是一直角三角形. 这样, 我們就立刻得到: $\frac{OD}{OT} = \cos \frac{\alpha}{2}$, 即

$$\frac{\frac{P}{2}}{T} = \cos \frac{\alpha}{2}, \quad \therefore T = \frac{P}{2 \cos \frac{\alpha}{2}}.$$

(i) 当 $\alpha=0$, 即两臂平行时, $\cos \frac{\alpha}{2} = 1$,

$$\therefore T = \frac{P}{2} = \frac{45}{2} = 22.5 \text{ 公斤}.$$

(ii) 当 $\alpha=90^\circ$, $\cos \frac{\alpha}{2} = \cos 45^\circ = \frac{1}{2}\sqrt{2}$,

$$\therefore T = \frac{P}{2 \times \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{45}{\sqrt{2}} = 31.8 \text{ 公斤}.$$

(iii) 当 $\alpha=120^\circ$, $\cos \frac{\alpha}{2} = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$,

$$\therefore T = \frac{P}{2 \times \frac{1}{2}} = P = 45 \text{ 公斤}.$$

(按理, 图 9.8、9.9、9.10 中 OP 的綫段都应等于 OF .)

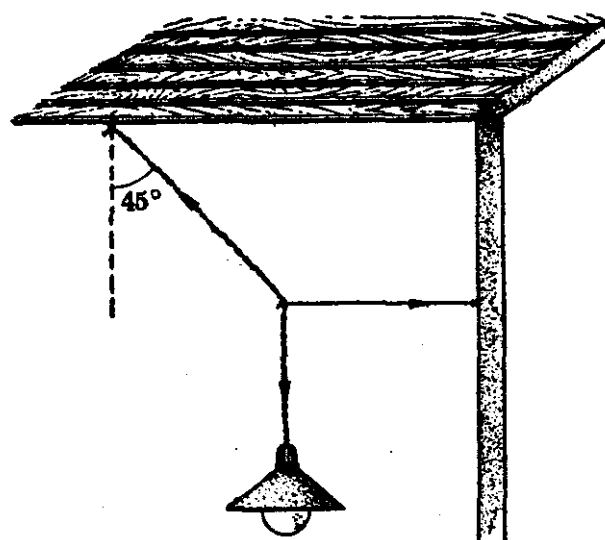
习 題 9.1

1. 分析 (1) 放在粗糙斜面上靜止的物体, (2) 在河中用勻速度行駛的帆船, 它們的受力情况.

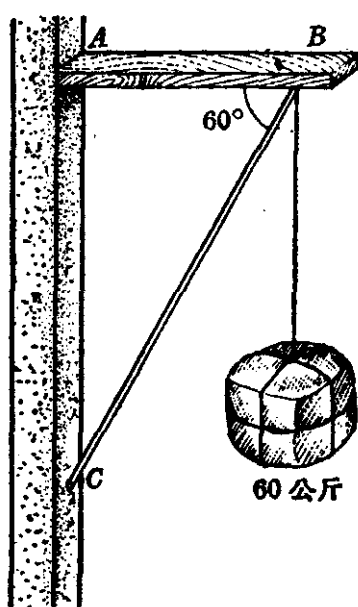
2. 电綫的上端固定在天花板上, 下面吊一盞重 0.5 公斤的电灯. 为了調节室内的照明, 用一条水平的绳子将电綫拉到和豎直方向成 45° 角 (見附图) 的地位. 問电綫和水平绳子的拉力分別等于多少?

3. 小孩用绳子拉一玩具在地板上作勻速运动. 绳子与地面之間的夹角是 60° , 小孩加在绳子上的拉力是 100 克. 求玩具在运动时受到的摩擦力.

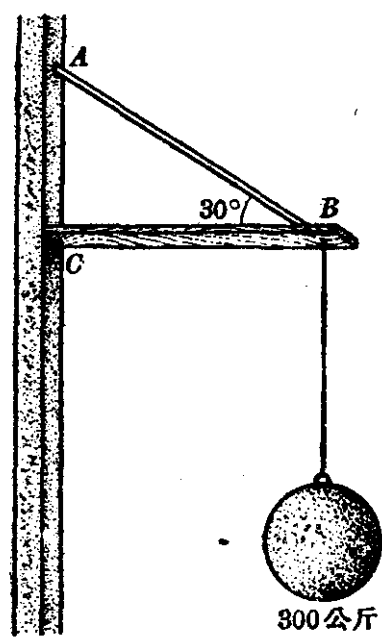
4. 如附图所示, 支架上悬挂一个重 60 公斤的物体, 橫梁 AB 与斜梁 BC



(第 2 題)



(第 5 題)



(第 6 題)

之間的夹角是 60° 。求 AB 和 BC 上所受的力。

5. 如附图所示，支架上悬挂一个重 300 公斤的物体， $\angle ABC = 30^\circ$ 。求 AB 和 CB 所受的力。

§ 9·2 有固定轉軸的物体的平衡条件，力矩

門、窗、磨子、絞盤等等都是有固定轉軸的物体。怎样才能使它們轉动起来呢？我們可以拿图 9·11 所示的絞盤(船上起錨用的絞盤)为例来进行討論。图上 $O-O'$ 表示絞盤的固定轉軸。只要一看图，誰都会說出：象图中所表示的两种情况，不論用多大的力，

絞盘是不会被轉动的. 只有象图 9·12(a) 所表示的那样, 才是最合适的推法. 可是, 我們能从这样的經驗中总结出什么規律来呢? 那就需要对这三种情况进行分析, 找出力和轉軸之間的关系.

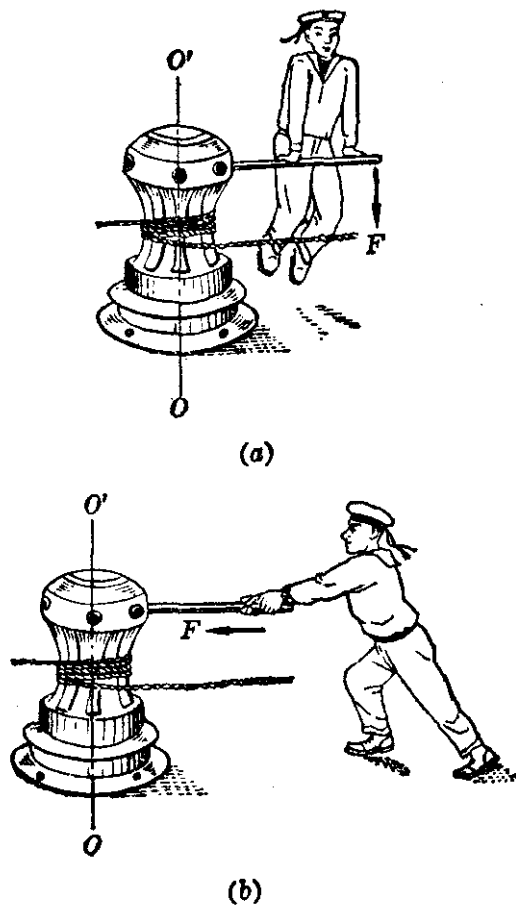


图 9·11 这样不能推动有固定轉軸的物体

象图 9·11(a) 所表示的那样, 水手用的力 F 是和轉軸 $O-O'$ 平行的; 象图 9·11(b) 所表示的那样, 水手用的力 F 是和轉軸 $O-O'$ 相交的; 在这两种情况下, 力 F 和轉軸 $O-O'$ 总是在同一平面上 (平行或相交的两直綫决定一个平面), 它們都不能推动絞盘. 經驗还証明, 任何与轉軸同一平面的力都不能推动它.

象图 9·12(a) 所表示的那样, 水手用的力 F 和轉軸 $O-O'$ 既不平行、又不相交, 它們不在同一平面內, 同时, F 沿水平方向, 而軸 $O-O'$ 沿豎直方向, 两者垂直, 如图 9·12(b) 所示. 我們称这种关系为异面垂直. 如果水手的双手用的力不是水平向前, 而是向前偏向上方或向前偏向下方, 如图(9·13)所示, 則在这两种情况

下，力和轉軸仅是异面(不在一平面)，但不垂直。經驗証明，凡是和轉軸异面的外力都能使絞盘轉动；但是，垂直时效果好，不垂直时效果差。所謂效果好就是可以省力一些。

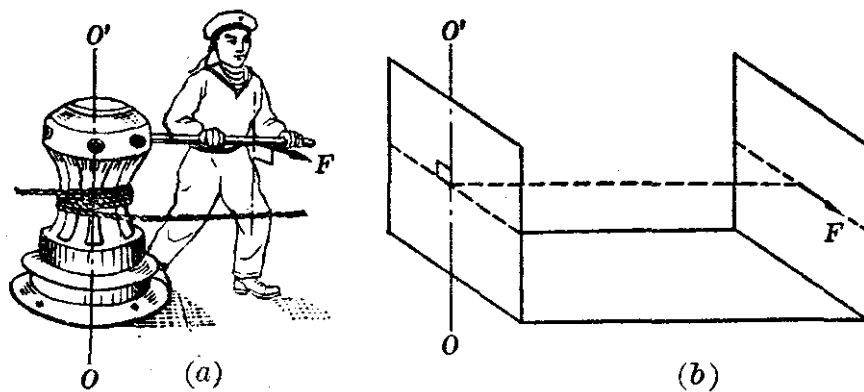


图 9·12 这样推动有固定轉軸的物体最有效(力 F 和轉軸 OO' 异面垂直)

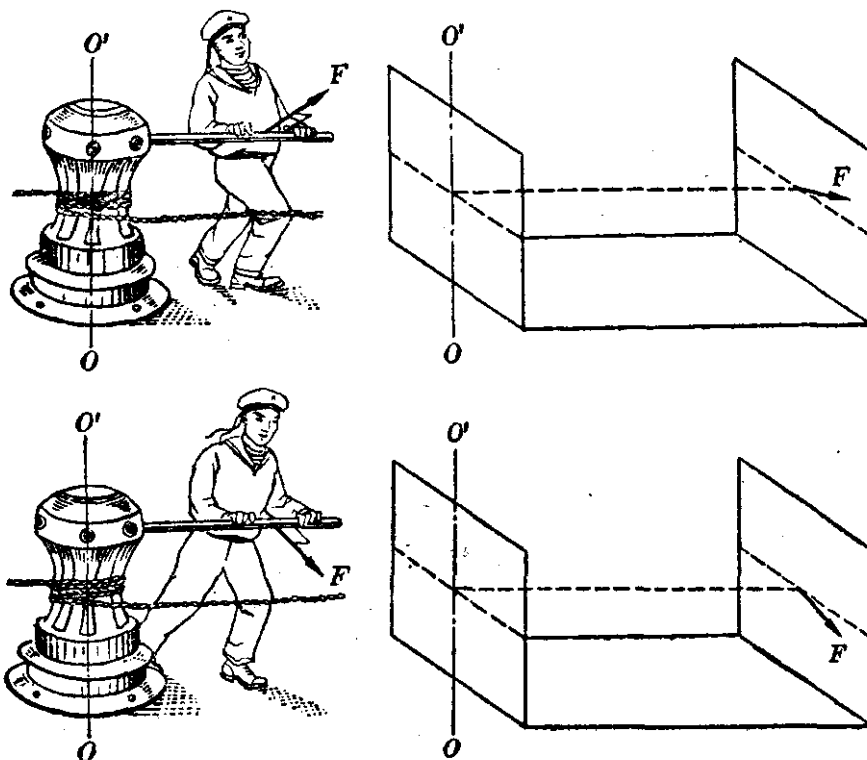


图 9·13 力 F 和轉軸 OO' 异面但不垂直

为什么在推动一个有固定轉軸的物体时，异面垂直的力比不垂直的效果好呢？我們可以用图 9·14 來說明。 $O-O'$ 是轉动物体的固定軸， F 是作用在物体上的外力，它和轉軸异面而不垂直。把外力 F 分成两个分力，一个分力是 F' ，它和轉軸异面垂直，另一个分力是 F'' ，它和轉軸平行。前面已經讲过，和轉軸平行的力是不能推动物体的，能推动物体的只是分力 F' 。这就是說，当外力与轉軸异面而不垂直时，只有异面垂直的分力才是有效的。这个分力

F' 总比 F 小, 所以它的效果差.

通过以上的分析, 我們可以得出一个結論:

在推动有固定轉軸的物体时, 凡是与轉軸在同一平面上的外力都不能使它轉动起来, 只有与轉軸异面垂直的外力 (或外力与轉軸异面垂直的分力) 才能使它轉动起来.

讓我們再回过头来想一想, 我們平常推門、推窗、推磨以及推动一切有固定轉軸的物体, 是怎样用力的呢? 不是尽可能使力与轉軸异面垂直嗎? 这些活生生的事实也就說明了上述結論的正确性.

經驗还指出, 同样是与轉軸异面垂直的力, 对于推动一个轉动物体来讲, 效果也不是一样的. 例如, 我們在距离轉軸不远的地方推門或推窗, 就要用較大的力, 力过小就推不动; 相反, 在距离轉軸較远的地方推, 只要用很小的力就可以推动. 这說明: 要使一个有固定轉軸的物体轉动, 不仅要有与轉軸异面垂直的力, 还与力跟轉軸之間的距离有关. 因此我們規定:

在力 F 和轉軸异面垂直的情况下, 力和轉軸之間的垂直距离 (公垂綫的长度) 叫做力臂, 用 L 表示, 力 F 和力臂 L 的乘积叫做力矩, 用 M 表示, 即

$$M = F \times L.$$

我們用下面几个简单的事例来具体說明力臂和力矩的意义.

如图 9.15 所示, 各图中的 OA 都代表一根細杆, A 是力的作用点, O 代表一只垂直于紙面的小鉄釘, 作为細杆繞它轉动的固定轉軸.

在图 9.15(a) 中, 力 F 的作用綫的延长綫通过 O 点 (即与轉

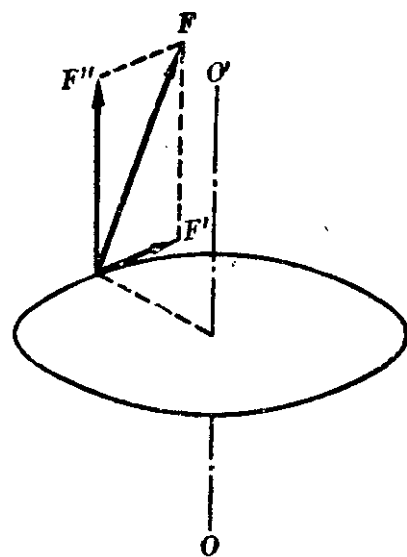


图 9.14 和轉軸异面垂直的分力

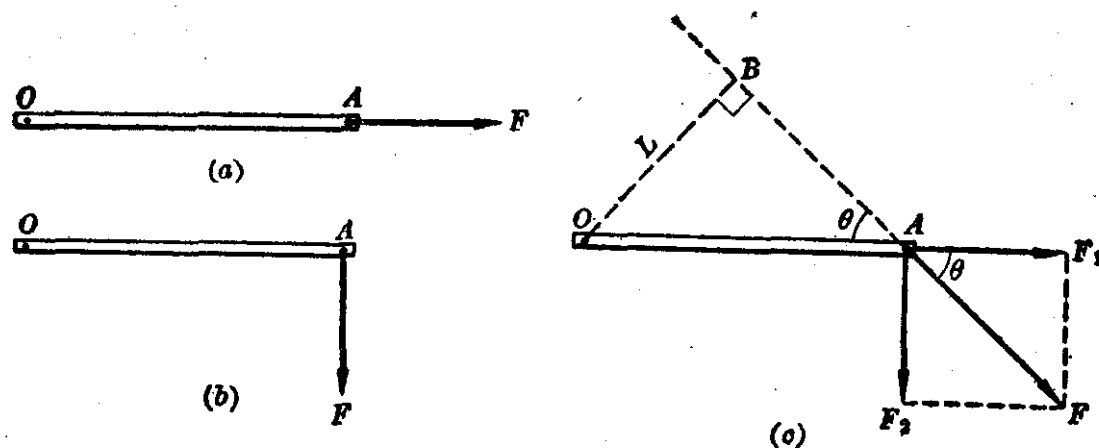


图 9.15 作用在細杆上的力和力臂

軸相交), 因此, 力臂等于零, 力矩也等于零。这样的力一定与轉軸在同一平面上, 不能使杆繞 O 軸轉动。

在图 9.15(b) 中, 力的作用綫与轉軸异面垂直, 同时也垂直于杆, 其力臂 $L = \overline{OA}$, 力矩 $M = F \times \overline{OA}$ 。由于这个力矩的作用, 使細杆繞 O 軸轉动。

在图 9.15(c) 中, 力的作用綫与轉軸异面垂直, 但与細杆成 θ 角 ($\theta \neq 90^\circ$)。在这种情况下, 我們可以用两种不同的方法来計算力矩。第一种方法是直接根据力矩的定义来計算, 先把力 F 的作用綫适当延长, 然后画出它与轉軸之間的公垂綫 OB , 它就是力臂 L 。从图中可以看出 $L = \overline{OA} \sin \theta$ 。所以力矩

$$M = F \times L = F \times \overline{OA} \sin \theta.$$

第二种方法是把力 F 分成为两个分力, 一个平行于細杆的 F_1 和一个垂直于細杆的 F_2 。根据前面的討論, 已知 F_1 的力矩等于零, F_2 的力矩

$$M' = F_2 \times \overline{OA} = F \sin \theta \times \overline{OA} = M.$$

由此可見, 分力 F_2 的力矩等于合力 F 的力矩。

由于力矩是由力和轉軸两方面的条件来决定的, 力矩的完整叙述应当是: 某一个力对某一个軸的力矩。拿上面这个例子来讲, 应当是: 力 F 对軸 O 的力矩等于 $F \times \overline{OA} \sin \theta$ 。也就是說, 讲力矩

时必须讲明什么力对什么轉軸。

力矩的单位是由力的单位和力臂的单位决定的。如果力的单位是1克,力臂的单位是1厘米,那么,力矩的单位就是1厘米·克。如果力的单位是1公斤,力臂的单位是1米,那么,力矩的单位就是1米·公斤。此外,力矩的单位还有1厘米·达因,1米·牛頓等。

各个力矩的不同,不仅在于它們的大小,还在于它們使物体轉动的方向。一般規定:使物体向順时針方向轉动的力矩为正力矩,使物体向反时針方向轉动的力矩为負力矩。例如,在图9·15(b)和(c)中, F 的力矩都使杆繞 O 軸作順时針方向轉动,所以都是正力矩。

現在我們来討論有固定轉軸的物体的平衡条件。我們来做一个簡單的实验。图9·16表示一根均匀的直杆或米尺,它的中間由一个无摩擦的刀口支住,代表固定轉軸。杆上每一格代表一定的距离,例如10厘米。在刀口左边40厘米处悬挂400克的砝碼,右边20厘米处悬挂200克的砝碼,40厘米处悬挂300克的砝碼。这样,当我们看到杆仍保持水平时,就說明它在这三个力的作用下处于平衡状态。

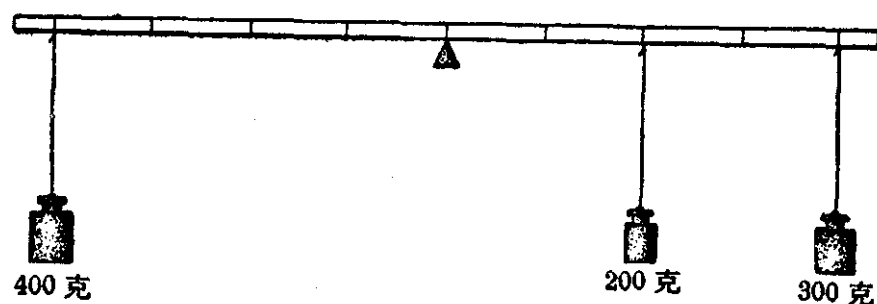


图9·16 有固定轉軸的物体的平衡条件

这里,刀口就是固定轉軸,杆就是有固定轉軸的物体,它受到三个力的作用。400克力的力臂是40厘米,它的力矩 M_1 为

$$M_1 = -400 \times 40 = -16,000 \text{ 厘米} \cdot \text{克},$$

負号表示它使杆向反时針方向轉动。

200克力的力臂是20厘米,它使杆向順时針方向轉动,它的

力矩 M_2 为

$$M_2 = 200 \times 20 = 4000 \text{ 厘米} \cdot \text{克}.$$

300 克力的力臂是 40 厘米, 它也使杆向顺时针方向转动, 它的力矩 M_3 为

$$M_3 = 300 \times 40 = 12,000 \text{ 厘米} \cdot \text{克}.$$

杆受到的总力矩 M 为

$$M = M_1 + M_2 + M_3 = -16,000 + 4,000 + 12,000 = 0.$$

讀者可以变更各个力的力臂再做几次实验. 結果都会告訴我們: 只有在总力矩等于零的条件下, 物体才不繞它的轉軸转动. 因此, 我們可以說:

此, 我們可以說:

有固定轉軸的物体的平衡条件是作用在物体上的总力矩等于零.

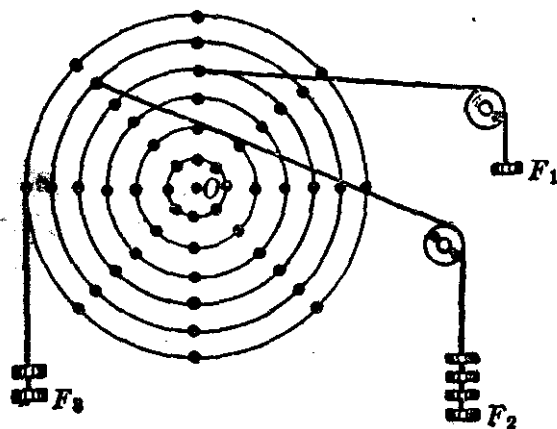


图 9-17

例 3. 图 9-17 是一块圓板. 圓板上第一个圓圈的半徑是 5 厘米, 每相邻两圓圈的半徑相差 5 厘米. 固定轉軸是通

过圓板中心 O 而垂直于圓板的直綫. 各圓圈上都釘上一些小釘, 用繩子把砝碼悬挂在小釘上. 右边的 F_1 和 F_2 是各經過一个滑輪的, 左边的 F_3 不經過滑輪. 每个砝碼的重量都是 1 公斤. 求各力的力矩. 又圓板在这三个力矩的作用下是否平衡?

【解】 F_1 是 1 公斤, 力臂是 20 厘米 = 0.2 米;

F_2 是 4 公斤, 力臂是 10 厘米 = 0.1 米;

F_3 是 2 公斤, 力臂是 30 厘米 = 0.3 米.

F_1 的力矩 M_1 为

$$M_1 = 1 \times 0.2 = 0.2 \text{ 米} \cdot \text{公斤};$$

F_2 的力矩 M_2 为

$$M_2 = 4 \times 0.1 = 0.4 \text{ 米} \cdot \text{公斤};$$

F_3 的力矩 M_3 为

$$M_3 = -2 \times 0.3 = -0.6 \text{ 米} \cdot \text{公斤}.$$

$$\therefore \text{总力矩 } M = M_1 + M_2 + M_3 = 0.2 + 0.4 - 0.6 = 0.$$

即圓板处于平衡状态。

习 題 9.2

1. 火車車輪的邊緣和制动片之間的摩擦力是 50 公斤, 如果車輪的半徑是 0.45 米, 求摩擦力的力矩。

2. 作用力在車床軸輪上的力矩等于 6.25 米·公斤, 軸輪的直徑是 25 厘米, 求作用力的大小。

3. 有一个物体繞一水平的軸轉动。今在軸的左方相距 12 厘米处, 加上一個豎直向下的力 3 公斤。問应在何处加上 4.5 公斤的豎直向下的力, 才能使物体不轉动?

4. 有一个物体, 使它向順时針方向轉动的力是 5 公斤和 3 公斤, 力臂分別为 50 厘米和 25 厘米。使它向反时針方向轉动的力是 2 公斤和 6 公斤, 力臂分別为 75 厘米和 20 厘米。問这个物体将向哪一个方向轉动? 还要增加多大的力矩才能使它平衡? 这个力矩是正的还是負的?

§ 9.3 物体在平行力作用下的平衡条件

作用綫相互平行的力叫做**平行力**。在日常生活中, 經常可以遇到一些有关平行力的問題。例如两个人用杠棒抬土, 杠棒就在三个平行力的作用下处于平衡状态, 其中两个人肩上的托力是豎直向上的, 土和土筐的重力是豎直向下的。又如一个人用扁担挑水, 扁担也在三个平行力作用下处于平衡状态, 其中位于中間的人的托力豎直向上, 前后两端水和水桶的重力豎直向下。其他如桥梁、堤坝、屋梁等等, 都是在平行力的作用下处于平衡状态。

平行力的平衡要具备哪些条件呢? 我們可以用一个如图 9.18 所示的簡單的实验来加以說明。图中 S_1 和 S_2 是两个彈簧秤 (測力計), AB 是一根木制米尺, P 是一个悬挂在米尺上的重 1 公斤

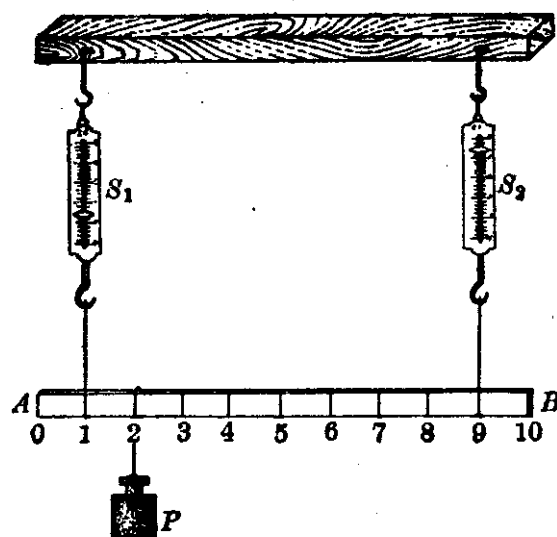


图 9·18 平行力的平衡条件

的砝碼， S_1 系在 10 厘米的刻度处， S_2 系在 90 厘米的刻度处。把砝碼 P 的位置从 20 厘米处逐步向右移动，并且在每一次移动砝碼时，记录下两个彈簧秤的讀数(如下表所示)①。

砝碼 P 的位置	S_1 的讀数	S_2 的讀数	$S_1 + S_2$	对 A 軸的总力矩
20	875 克	125 克	1000 克	$20,000 - 8750 - 11,250 = 0$
30	750 克	250 克	1000 克	$30,000 - 7500 - 22,500 = 0$
40	625 克	375 克	1000 克	$40,000 - 6250 - 33,750 = 0$
50	500 克	500 克	1000 克	$50,000 - 5000 - 45,000 = 0$
60	375 克	625 克	1000 克	$60,000 - 3750 - 56,250 = 0$
70	250 克	750 克	1000 克	$70,000 - 2500 - 67,500 = 0$
80	125 克	875 克	1000 克	$80,000 - 1250 - 78,750 = 0$

在整个实验过程中，米尺总是靜止不动，并且总是受到三个平行力的作用。这就是說，米尺在三个平行力的作用下处于平衡状态。在这三个平行力中，有两个是豎直向上的，它們分別等于两个彈簧秤的讀数 S_1 和 S_2 ，有一个是豎直向下的，它等于砝碼的重量。

在平衡状态下，这三个平行力具有怎样的关系呢？仔細研究

① 由于实验总免不了有一些誤差，实际讀出的結果并不完全是整数，但是为了便于說明問題起見，表中所記錄的是近似的整数。

一下上表中的最后两项,就可以发现:

(1) 不论砝码悬挂在哪里,两个弹簧秤读数之和 $S_1 + S_2$ 总是等于砝码的重量 P . 这说明,向上的力和向下的力大小相等. 如令向上的力为正,向下的为负,则三力的代数和等于零,即

$$S_1 + S_2 - P = 0.$$

我们称上式所表示的关系为平行力的合力等于零.

(2) 假设有一转轴穿过 A 点,并与平行力异面垂直(即垂直于纸面). 那么,在整个实验过程中,三个平行力对 A 轴的总力矩总是等于零,如表中最末一项所示. 如令 S_1 的力矩为 M_1 、 S_2 的力矩为 M_2 、 P 的力矩为 M_3 ,并令顺时针方向为正,逆时针方向为负,则上述的关系可以用代数式表示如下:

$$-M_1 - M_2 + M_3 = 0.$$

事实证明,不仅对 A 轴的总力矩为零,对任何与平行力异面垂直的轴来说,总力矩也都等于零. 读者可以假设转轴穿过 B 点、中点或任何一点,分别求出总力矩来证明这一结论. 我们称上述的关系为平行力对任一异面垂直轴的总力矩等于零.

无数的经验证明:如果平行力的合力不等于零,即平行力的代数和不等于零,物体就必然会移动,而不再处于平衡状态;如果平行力的总力矩不等于零,即所有力矩的代数和不等于零,物体就必然会转动,也不再处于平衡状态. 总之,平行力必须同时满足上述两个条件,受力物体才能处于平衡状态. 所以我们说:

物体在平行力作用下的平衡条件是:(1)合力等于零, (2)对任一异面垂直轴的总力矩等于零.

例 4. 图 9.19(a) 表示一根重量为 150 千克的直棒. 它的一端插在墙内,压紧在 A 、 B 两点处,另一端悬挂着一个 150 千克的重物. 已知 $CA=1.5$ 米, $AB=0.5$ 米. 棒的重量假定集中在中点,求 A 、 B 两点所受到的压力.

【解】 根据题意作图 9.19(b), 表示棒的受力情况. 棒在四

个平行力的作用下处于平衡状态。在 A 点，棒对墙的压力向下，墙对棒的反作用力 F_1 向上。在 B 点，棒对墙的压力向上，墙对棒的反作用力 F_2 向下。

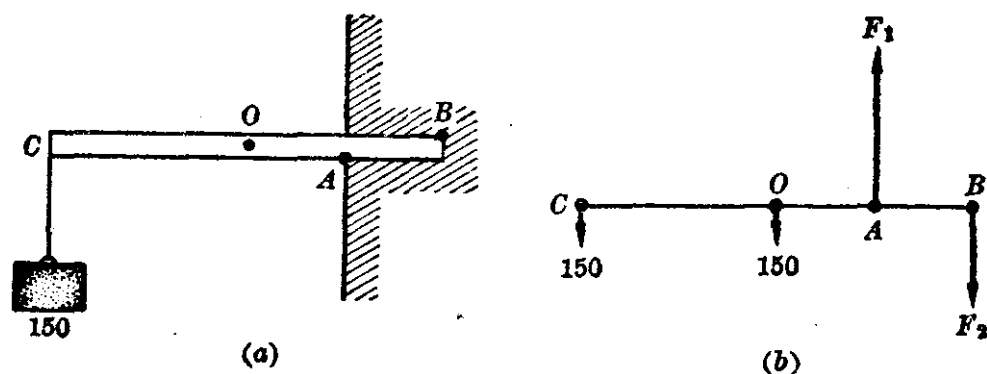


图 9.19

根据平行力平衡的第一个条件，合力等于零，得出

$$F_1 - 150 - 150 - F_2 = 0, \quad (1)$$

取 B 点为转轴（即假设有一转轴穿过 B 点与各平行力异面垂直，对本题来说，转轴垂直于纸面），根据平行力平衡的第二个条件，总力矩等于零，得出

$$F_1 \times \overline{AB} - 150 \times \overline{OB} - 150 \times \overline{CB} = 0,$$

即
$$F_1 \times 0.5 - 150 \times 1 - 150 \times 2 = 0,$$

或
$$0.5F_1 - 450 = 0, \quad (2)$$

解方程式(2)，求得

$$F_1 = 900 \text{ 千克.}$$

把 F_1 代入方程式(1)中，求得

$$F_2 = 600 \text{ 千克.}$$

§ 9.4 物体在一般平面力作用下的平衡条件

如果几个力的作用线同在一个平面上，它们既不平行，又不相交于一点，这就叫做一般平面力。

物体在一般平面力作用下的平衡条件和在平行力作用下一

样,也是合力等于零和总力矩等于零. 如果合力不等于零,物体就必定会移动;如果总力矩不等于零,物体就必定会转动;这都不是平衡状态.

在具体应用这两个平衡条件处理有关一般平面力平衡的问题时,最简单的方法是把所有的平面力逐一分解成为两个互相垂直的分力来考虑. 一个分力沿 x 方向,叫做 x 分力;另一个分力沿 y 方向,叫做 y 分力. 只有在所有 x 方向分力的代数和以及所有 y 方向分力的代数和都等于零的情况下,合力才等于零. 如果有任何一个方向的分力的代数和不等于零,合力就不可能等于零. 所以我们说:

物体在一般平面力作用下的平衡条件是: (1) 所有 x 方向分力的代数和等于零, (2) 所有 y 方向分力的代数和等于零, (3) 对任一异面垂直轴 (即垂直于力线平面的轴) 的总力矩等于零.

为了阐明这一条件的具体应用,我们拿下面的例题来讨论.

例 5. 图 9.20 表示一架梯子,长 3 米,重量不计. 它的上端靠在光滑无摩擦的竖直墙上,下端接触地板. 现在有一个重量为 75 公斤的人站在梯子上,它离开下端 2 米. 求墙和地板作用在梯子两端的力.

【解】 首先我们应当根据题意来考虑一下, 梯子在几个外力的作用下平衡?

(1) 梯子受到人的压力 P ; 它等于人的重量 75 公斤, 竖直向下, 作用在离 B 点 2 米处的 D 点.

(2) 梯子的 A 端受到墙的作用力 N_1 ; 因为墙是光滑的, N_1 的方向和墙垂直, 即水平指向右方; 它的大小未知.

(3) 梯子的 B 端受到地板的作用力, 它的大小和方向都未知;

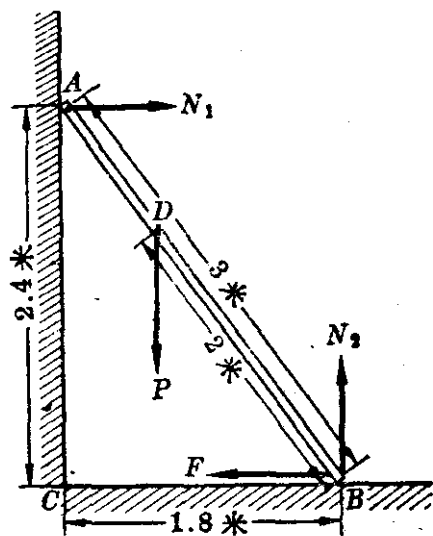


图 9.20

但可以分成为两个分力来考虑：一个是豎直向上的作用力 N_2 ，还有一个是水平方向的靜摩擦力 F （因为地板不是光滑的，所以有靜摩擦力）。

根据上面的分析，我們可以看出，梯子在四个力的作用下处于平衡状态。这四个力在同一平面上，既不平行，也不交于一点。

取水平方向为 x 方向，豎直方向为 y 方向。按照平面力平衡的第一个条件， x 方向的分力代数和等于零，得出

$$N_1 - F = 0. \quad (1)$$

按照平面力平衡的第二个条件， y 方向的分力代数和等于零，得出

$$N_2 - P = 0. \quad (2)$$

再按照平面力平衡的第三个条件，对任一垂直軸的总力矩等于零（設取軸綫通过 B 点），得出

$$N_1 \times 2.4 - P \times 1.2 = 0, \quad (3)$$

式中 2.4 米是 N_1 对 B 軸的力臂，1.2 米是 P 对 B 軸的力臂。

把 P 的大小 75 公斤代入方程 (2) 中，求得地板作用在梯子下端的托力

$$N_2 = 75 \text{ 公斤.}$$

再把 P 的大小 75 公斤代入方程 (3) 中，求得牆作用在梯子上端的力

$$N_1 = \frac{75 \times 1.2}{2.4} = 37.5 \text{ 公斤.}$$

把求得的 N_1 值代入方程 (1) 中，就得出地板作用在梯子下端的靜摩擦力

$$F = 37.5 \text{ 公斤.}$$

习 題 9.4

1. 設一根杆的重量不計，长为 5 米，其两端由大人和小孩肩負。問 100 公斤重物应置于何处，則小孩恰好肩負 20 公斤？

2. 使一根均匀的长棒保持水平时，为什么握住它的中心比握住其他地

方省力一些?

3. 一座鋼桥长 30 米, 重 72 吨, 設桥上有一辆重 2 吨的汽車, 經過桥的中央时后面还有一辆重 3 吨的汽車恰好在离桥脚 5 米处, 求此时两端桥脚上所受之力。(桥重量集中于桥中心)

4. (1) 在例 5 中, 如果地板也是光滑的, 平衡是否可能? 为什么? 又在打蜡地板上使用梯子时要把它的下端用布包起来, 为什么?

(2) 在例 5 的情况下, 地板和梯子之間的靜摩擦系数应不得小于多少? 靜摩擦系数要大于多少, 人才能安全地爬到梯子的頂部?

(3) 如果梯子和地板之間的靜摩擦系数 $\mu=0.4$ 。人踏上离 B 端多远处梯子就要开始滑动?

(4) 如果把梯子的下端移近到离开墙一米处, 靜摩擦系数只要不小于多少, 人就可以安全地爬到梯子的頂部?

§ 9.5 平行力的合成

当平行力的作用綫不交于一点, 并且不能用平行四边形法則来求得它們的合力时, 那么, 要用什么方法来求出它們的合力呢? 我們可以从平行力平衡的道理出发来討論这个問題。

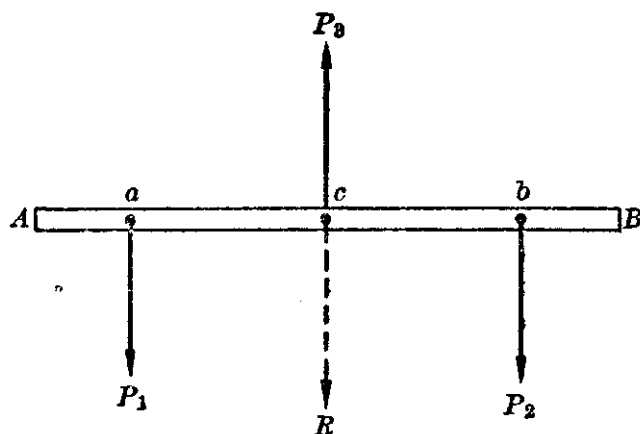


图 9.21 求同向平行力的合力

图 9.21 表示一根直棒 AB 在三个平行力 P_1 、 P_2 和 P_3 的作用下处于平衡状态。此时, 三个力中的任何一个称为其余两个力的平衡力。意思就是說, 三个力中的任何一个与其余两个力平衡; 或者說, 三个力中的任何一个与其余两个力的合力平衡。譬如說, P_3 是 P_1 和 P_2 的平衡力, 意思即 P_3 与 P_1 和 P_2 的合力平衡; 又

譬如說， P_1 是 P_3 和 P_2 的平衡力，意思即 P_1 与 P_3 和 P_2 的合力平衡。

假設 P_1 和 P_2 的合力为 R ，由于它与平衡力 P_3 平衡，所以它們的大小相等、方向相反，并且位于同一直綫上。按照平行力平衡的第一个条件，合力等于零，得出

$$P_3 - P_1 - P_2 = 0,$$

即平衡力的大小 $P_3 = P_1 + P_2$ 。

因为合力 R 和平衡力 P_3 的大小相等，所以合力的大小

$$R = P_1 + P_2.$$

从图上可以看出，合力 R 的方向与 P_1 和 P_2 的方向相同。所以我們說：两个同向平行力的合力仍与两个力平行，它的大小等于两个力之和，方向与两个力相同。

假設 P_2 和 P_3 的合力为 Q （图上沒有画出），由于它与平衡力 P_1 平衡，应用同样的方法可以求得合力的大小

$$Q = P_3 - P_2.$$

从图上还可以看出，合力 Q 的方向与 P_1 相反，即与 P_3 相同。所以我們說：两个反向平行力的合力仍与两个力平行，它的大小等于两个力之差，方向与較大的一个力相同。

知道了合力的大小和方向后，还要求出合力的作用点。因为合力和平衡力位于同一直綫上，所以合力的作用点就是平衡力的作用点。拿图 9·21 所示的例子來說， P_1 和 P_2 的合力 R 的作用点就是平衡力 P_3 的作用点 c ， P_2 和 P_3 的合力 Q 的作用点就是平衡力 P_1 的作用点 a 。取轉軸穿过 A 点与平行力异面垂直，按照平行力平衡的第二个条件，总力矩等于零，得出

$$P_1 \times \overline{Aa} + P_2 \times \overline{Ab} - P_3 \times \overline{Ac} = 0. \quad (1)$$

如果要求出 P_1 和 P_2 的合力 R 的作用点 c ，就用 R 代替 (1) 式中的 P_3 ，移項后得出

$$R \times \overline{Ac} = P_1 \times \overline{Aa} + P_2 \times \overline{Ab}. \quad (2)$$

因而求得合力 R 的作用点 c 离开轉軸 A 的距离

$$\overline{Ac} = \frac{P_1 \times \overline{Aa} + P_2 \times \overline{Ab}}{R};$$

如果要求出 P_2 和 P_3 的合力 Q 的作用点 a , 就用 Q 代替 (1) 式中的 P_1 , 移項后得出

$$-Q \times \overline{Aa} = P_2 \times \overline{Ab} - P_3 \times \overline{Ac}, \quad (3)$$

因而求得合力 Q 的作用点 a 离开轉軸 A 的距离

$$\overline{Aa} = \frac{P_3 \times \overline{Ac} - P_2 \times \overline{Ab}}{Q}.$$

仔細观察一下等式 (2) 和等式 (3), 就可以看出: 等号左側所代表的是合力对 A 軸的力矩, 等号右側所代表的是两个分力对 A 軸的总力矩. 这种合力矩和总力矩相等的关系, 不仅对 A 軸成立, 而且对任何一个与平行力异面垂直的軸也成立. 所以我們說: 平行力对任何一个异面垂直軸的总力矩等于它們的合力对同一个軸的力矩. 这一关系叫做平行力的力矩原理, 在合力不等于零的情况下普遍适用, 并且不仅适用于两个平行力, 还适用于三个或三个以上的平行力.

应用力矩原理列出方程时, 必須注意各个力矩的正、負符号 (順时針为正, 逆时針为負), 而不必考虑力的正、負符号.

綜合以上的討論, 我們提出如下的有关平行力合成的法則:

(1) 两个同向平行力的合力仍与两力平行, 它的大小等于两力之和, 方向与两力相同.

(2) 两个反向平行力的合力仍与两力平行, 它的大小等于两力之差, 方向与較大的力相同.

(3) 三个或三个以上平行力的合力仍与它們平行, 它的大小等于它們的代数和, 方向由代数和的正、負号决定 (預先規定某一方向为正, 相反的方向为負).

(4) 平行力合力的作用点可以根据平行力的力矩原理来求

得，即平行力对任何一个异面垂直轴的总力矩等于合力对同一个轴的力矩。

例6. 将重量为 $P_1=900$ 克、 $P_2=600$ 克和 $P_3=500$ 克的三个物体依次悬挂在米尺的左端、中点和右端，如图 9·22 所示，求合力 R 的大小和作用点。

【解】 取向下的方向为正，求得合力的大小

$$R = P_1 + P_2 + P_3 = 900 + 600 + 500 = 2000 \text{ 克.}$$

设合力 R 的作用点为 D ，取转轴通过 A 点和平行力异面垂直，按照力矩原理得出

$$R \times \overline{AD} = P_2 \times \overline{AB} + P_3 \times \overline{AC},$$

求得

$$\begin{aligned} \overline{AD} &= \frac{P_2 \times \overline{AB} + P_3 \times \overline{AC}}{R} \\ &= \frac{600 \times 50 + 500 \times 100}{2000} = 40 \text{ 厘米.} \end{aligned}$$

即合力 R 的作用点 D 距离 A 端 40 厘米。

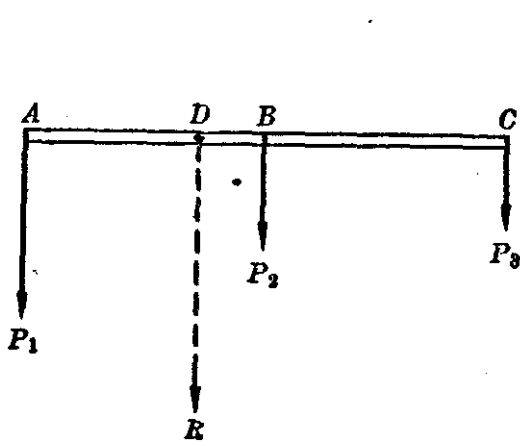


图 9·22

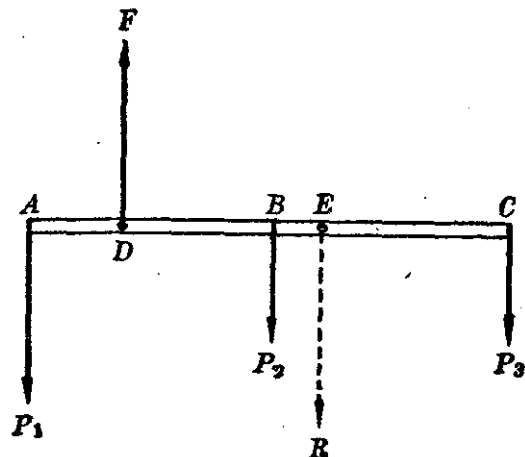


图 9·23

例7. 在例6中的米尺上加一根绳子，系在距离 A 端 20 厘米处的 D 点，用 1000 克的力 F 向上拉。求合力 R 的大小和作用点。

【解】 根据题意作图(图 9·23)，表示米尺受力的情况。取向下的方向为正、向上为负，求得合力的大小

$$R = P_1 + P_2 + P_3 - F = 900 + 600 + 500 - 1000 = 1000 \text{ 克.}$$

設合力的作用点为 E ，取轉軸穿过 A 端与紙面垂直，按照力矩原理得出

$$R \times \overline{AE} = -F \times \overline{AD} + P_2 \times \overline{AB} + P_3 \times \overline{AC},$$

求得

$$\overline{AE} = \frac{-1000 \times 20 + 600 \times 50 + 500 \times 100}{1000} = 60 \text{ 厘米},$$

即合力 R 的作用点 E 距离 A 端 60 厘米。

习 題 9.5

1. 有两个方向相同的平行力 P_1 和 P_2 ， $P_1=4$ 公斤， $P_2=5$ 公斤，同时作用在一个物体上，两个作用点的距离 $A_1A_2=36$ 厘米。求它們的合力。

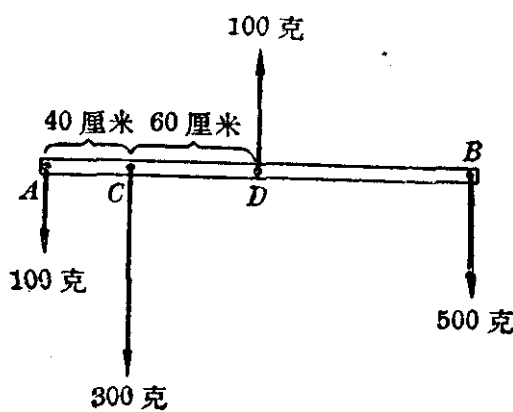
2. 一个物体受到两个方向相同的平行力 P_1 和 P_2 的作用， $P_1=5$ 公斤， $P_2=7$ 公斤。合力的作用点 O 和 P_1 的作用点 A_1 之間的距离是 35 厘米。求合力的大小以及 P_1 和 P_2 的作用点之間的距离 A_1A_2 。

3. 有甲、乙两人，用一根 3 米长的木棒抬一筐土。如果使甲所担負的重量等于乙的 2 倍，問應該把这一筐土悬挂在棒的哪一点上？

4. 在长 100 厘米的一根棒上作用着三个同向平行力。作用在棒左端的力是 2 公斤，作用在中点的力是 3 公斤，作用在棒右端的力是 9 公斤。求它們的合力。

5. 有甲、乙、丙三人以及 3 米长和 2 米长扁担各一根。如果三人共同挑一重物，應該怎样才能使每人肩負之重相等？試用簡图說明。

6. 一根輕的棒 AB 长 2 米，上有四个共面平行力，如附图所示。求其合力和这四个力的平衡力。



(第 6 題)

§ 9.6 重 心

我們知道，每一个物体都是由很多很多的微小部分所組成的。每一个微小部分都受到豎直向下的重力的作用。如果物体不太

大,可以把这些微小部分所受到的重力看作是彼此平行的,这些平行力的合力就是物体的重量,它的作用点就叫做物体的**重心**,如图9·24中的C点。

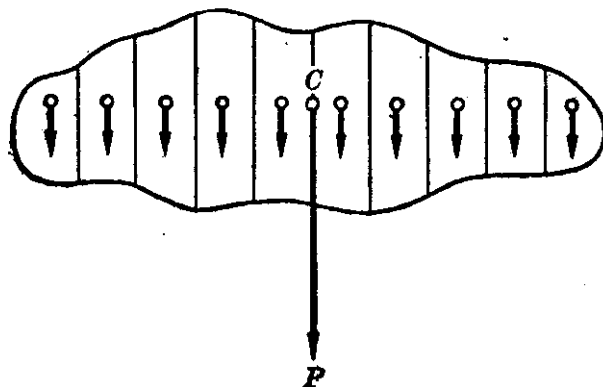


图9·24 物体的重心

质量均匀、形状有规则的物体的重心与它的几何中心重合,例如:

- (1) 棒的重心在其全长的 $\frac{1}{2}$ 处;
- (2) 薄圆板和圆环的重心在圆心处;
- (3) 正多边形薄板的重心在它的内切圆或外接圆的圆心处;
- (4) 正方形、长方形、平行四边形薄板的重心在它们的对角线的交点处;
- (5) 三角形薄板的重心在它的三根中线的交点处,也就是在三角形任何一个顶点到对边中点的联线上,离开对边的距离是这条中线全长的 $\frac{1}{3}$;
- (6) 球的重心在它的球心处。

如果物体的形状是不规则的,或者质量是不均匀的,那么虽然用计算方法来决定它们的重心位置比较困难,但是可以用实验方法来很方便地求得。这种常用的实验方法叫做悬挂法。例如图9·25是一块不规则形状的薄板,把线结在薄板的任何一点如A点上,把它悬挂起来。因为薄板在两个力的作用下处于平衡状态,它受到的重力 P 必须与线的拉力 F 在一条直线上,也就是说,它

的重心一定在悬线 AF 的延长线上。然后再用另一点 B 作为悬点把薄板悬挂起来。根据同样的理由，薄板的重心一定在悬线 BF 的延长线上。因此，薄板的重心一定在这两根直线的交点上，即图中的 C 点。

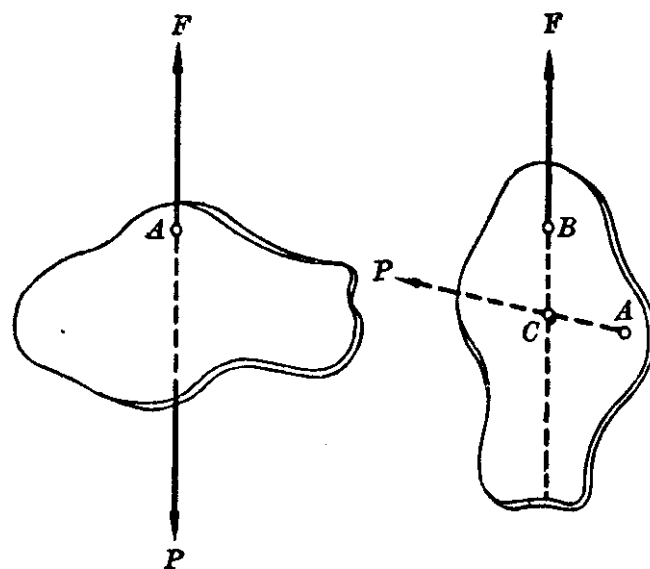


图 9·25 用悬挂法求不规则形状物体的重心

物体的重心可以在物体上面，也可以在物体外面。例如图 9·26 是两块由铰链接在一起的相同的木块。当两块木块伸直时（图 9·26(a)），重心在它们的扭转轴 C 处。如果把两块木块扭成一个锐角的形状（图 9·26(b)），那么重心就在木块的外面了。

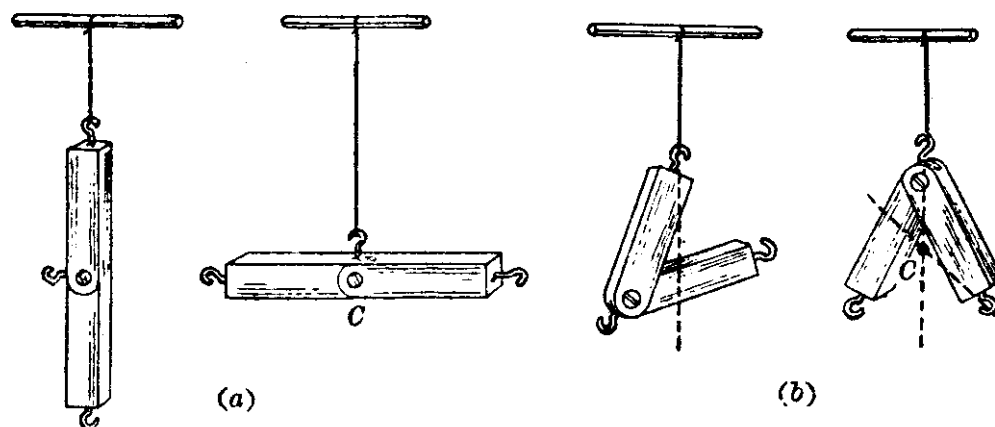


图 9·26

物体的重心还与物体内部质量的分布情况有关。例如载重汽车的重心随着装货重量的多少而不同；起重机即使在提起一定重

量的重物时,它的重心也随着提高重物的高度而变化。

例 8. 图 9·27 是两个连接在一起的用同样材料制成的均匀圆柱体,它们的轴线在同一条直线上。其中一个圆柱体的长度是 20 厘米,截面积是 9 厘米²;另一个圆柱体的长度是 12 厘米,截面积是 5 厘米²。求它们的共同重心。

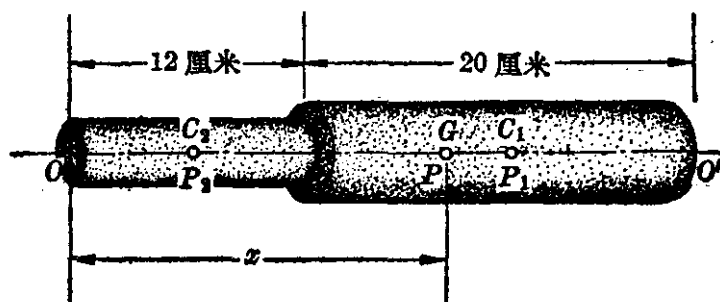


图 9·27

【解】 因为这两个圆柱体是用同样材料制成的,所以它们的重量应该分别等于它们的体积与材料的比重 d 的乘积,即,大圆柱体的重量 P_1 为

$$P_1 = 20 \times 9 \times d = 180d \text{ 单位.}$$

小圆柱体的重量 P_2 为

$$P_2 = 12 \times 5 \times d = 60d \text{ 单位.}$$

两个圆柱体的总重量 P 为

$$P = P_1 + P_2 = 180d + 60d = 240d \text{ 单位.}$$

由于每一个圆柱体都是有规则形状的均匀物体,它们的重心应各在它们的几何中心处,所以大圆柱体的重心在 C_1 点, $OC_1 = 12$ 厘米 + 10 厘米 = 22 厘米;小圆柱体的重心在 C_2 点, $OC_2 = 6$ 厘米。设它们的共同重心在 G 点,并设 $OG = x$,则 G 点的位置可以用力矩原理来求得。取转轴穿过 G 点垂直于纸面,并对它求力矩,此时合力 P 的力矩为零,所以得出

$$P_1 \times GC_1 - P_2 \times C_2G = 0.$$

即

$$180d(22-x) - 60d(x-6) = 0,$$

$$\therefore x = \frac{4320}{240} = 18 \text{ 厘米.}$$

即共同重心 G 的位置在距离 O 点 18 厘米处。

例 9. 图 9.28 表示一根放在桌上的刻度尺, 它的全长的 $\frac{1}{4}$ 伸在桌外. 如果在 D 端悬挂一个重 250 克的物体, 则刻度尺仅对桌边有压力, 求刻度尺的重量. 如果在 D 端只悬挂 125 克的物体, 那么, 刻度尺可以伸出桌面多远仍不致于掉下来?

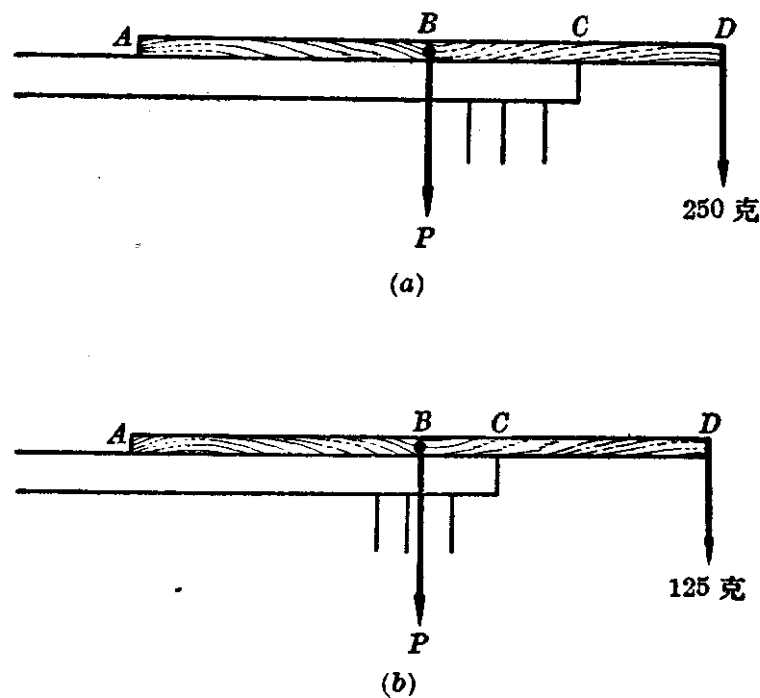


图 9.28

【解】 设刻度尺的全长为 l , 重量为 P . 由于尺是均匀的有规则形状, 所以重心在其全长的 $\frac{1}{2}$ 处。

(1) 如图 9.28(a) 所示, 由题意知, P 和 250 克两竖直向下的平行力的合力的作用点就是 C 点 (即桌边), $CD = \frac{1}{4}l$, $BC = \frac{1}{4}l$, $AB = \frac{1}{2}l$. 根据力矩原理, 对穿过 C 点垂直于纸面的转轴求力矩, 得出

$$250 \times CD - P \times BC = 0,$$

即

$$250 \times \frac{1}{4} l - P \times \frac{1}{4} l = 0,$$

$$\therefore P = 250 \text{ 克.}$$

(2) 如图 9.28(b) 所示, 设 $CD = x$, 用前法, 得

$$125 \times CD - P \times BC = 0,$$

$$125x - 250 \left(\frac{1}{2} l - x \right) = 0.$$

$$\therefore x = \frac{125}{375} l = \frac{1}{3} l,$$

即伸出部分是全长的 $\frac{1}{3}$.

习 题 9.6

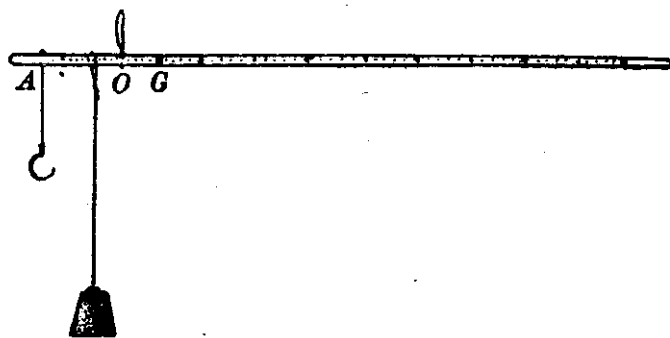
1. 一根长 40 厘米粗细均匀的金属棒, 一半是用铅制成的, 另一半是用铁制成的. 求这根圆棒的重心.

2. 一根均匀的铅丝 AB , 悬挂它的中点 O 时保持平衡. 如果把 OB 这一段弯折一下, 使 B 点和 O 点重合, 问这时是否仍能保持平衡, 为什么?

3. 将一个 1 公斤和一个 2 公斤的物体分别悬挂在一根重 1 公斤和长 60 厘米的均匀棒的两端. 要使这根棒保持平衡, 应该在棒的哪一点加上一个支持力, 支持力等于多少?

4. 把一根重 10 公斤的均匀铁棒放在地面上, 抬起一端需要用多少力?

5. 附图所示是我国发明的使用已久的杆秤. O 处是提纽, A 处是挂钩, G 是秤杆、提纽和挂钩的重心. 设它们共重 0.5 公斤, $OG = 2$ 厘米, $OA = 8$ 厘米, 秤锤重 1 公斤. 那么, 为了使杆秤在不称量物体的时候保持平衡, 应该把



(第 5 题)

秤錘懸掛在什麼地方？這一點就是秤的刻度的起點。在秤鈎上掛上一個2.5公斤的物體時，應該把秤錘懸掛在什麼地方杆秤才能平衡？如果在稱量某物體時，秤錘懸掛在離提紐11厘米處杆秤保持平衡，求物體的重量。

§ 9.7 物體平衡的種類，穩度

一般物體如桌子、床、電燈、房屋等等，都在重力和支持力的作用下保持平衡狀態。但是，在不同的情況下，物體的平衡狀態也有不同。我們現在來研究物體在重力和支持力作用下所處的各种平衡狀態。

我們先來討論有支軸的物體的平衡。如圖9.29所示，一個帶有細鋼棍的球體，它的支軸是通過 O 點而垂直於紙面的直綫。物體只可以繞 O 軸轉動，而不能作其他的運動。 C 是物體的重心， P 是它受到的重力。

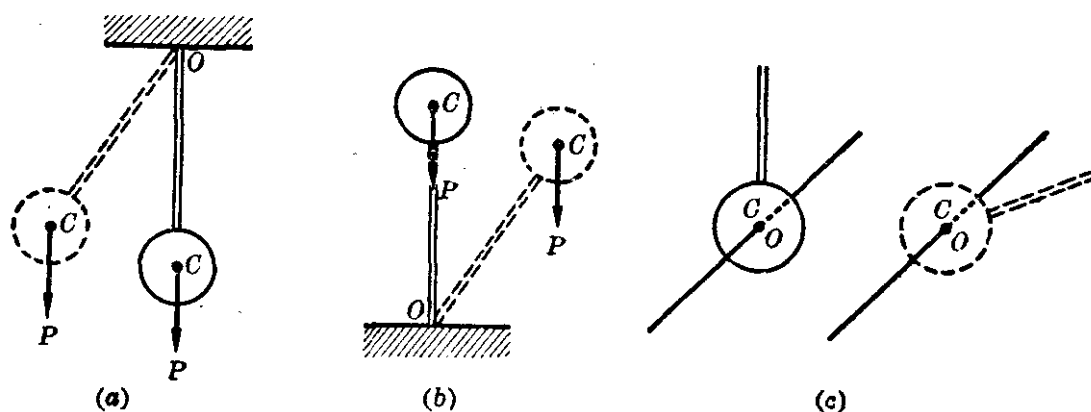


圖 9.29 有支軸的物體的平衡

當支軸在重心的正上方時(如圖9.29(a)所示)，如果我們用手撥動物體使它離開原來的平衡位置，就可以看到重心已經提高了。一放手後，重力的力矩就使物體回到原來的平衡位置。這種平衡狀態叫做**穩定平衡**。

如果支軸在重心的正下方(如圖9.29(b)所示)，那麼只要稍微推動一下，物體的重心就會降低，這樣重力的力矩就可以使物體翻倒。這種平衡狀態叫做**不穩定平衡**。

如果支軸通過物體的重心(如圖9.29(c)所示)，則當物體繞軸

轉动时，重心既不升高也不降低，物体在任何位置都可以保持平衡。这种平衡状态叫做**随遇平衡**。

稳定平衡的例子很多，例如桌子、床、椅子、电灯等物体的平衡，都是稳定平衡。在桌面上放着的球，是随遇平衡的例子（图9·30）。不稳定平衡的例子在自然界和日常生活中是不常见到的。因为这种状态只是暂时的，只要稍微拨动一下就会破坏这种状态。而且通常我们已习惯于使物体处于稳定平衡或随遇平衡状态，这样才不致于遭到损失。例如我们总不会把蛋豎直地放在桌上，也不会把玻璃漏斗朝天放，这种都是不稳定状态。

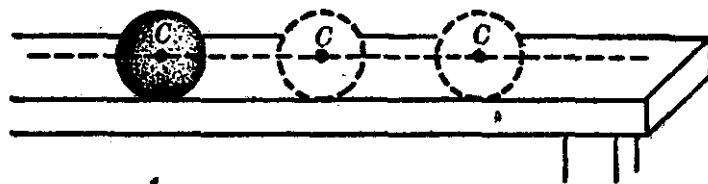


图9·30 小球的随遇平衡

总结上述，可以作如下的概括：把有支轴的物体从原来的平衡位置稍微拨动一下，如果它的重心提高，它原来所处的平衡状态就是稳定平衡；如果它的重心降低，它原来所处的平衡状态就是不稳定平衡；如果它的重心既不升高又不降低，那么它原来所处的平衡状态就是随遇平衡。

现在我们来讨论有支面物体的平衡状态。我们知道同样是稳定平衡，由于支面的大小不同，稳定情况也有所差别。例如图9·31

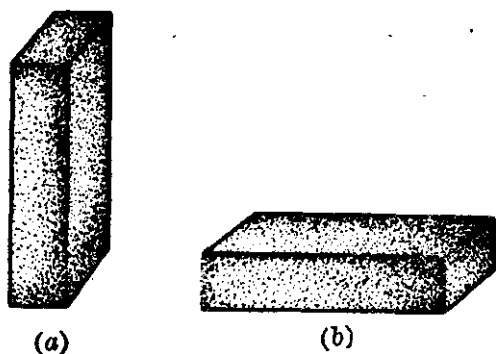


图9·31 长方体的两种稳定平衡

中的长方体，象位置(a)（竖放）和位置(b)（平放）那样放着时，长方体都处于稳定平衡状态。可是，这两种稳定平衡有没有区别呢？

我们现在就要讨论这个问题。

我们先来讨论长方体竖放时在不同位置上的平衡情况，如图9·32所示。长方体在位置(a)时处于平衡状态，重力的作用线通过

支面。在位置(b)时长方体已稍有傾斜，但重力的作用綫仍通过支面，放手后，重力矩仍会使它返回到原来的位置(a)。当长方体傾斜到位置(c)时，重力的作用綫已越出了原来的支面。放手后，重力矩将使它向傾斜的方向翻倒。

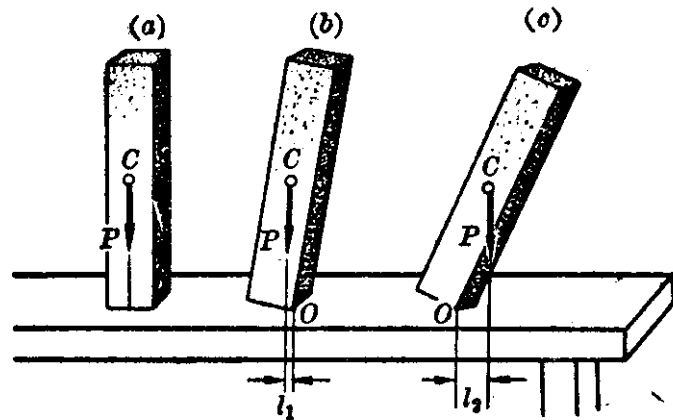


图 9·32 在不同位置上的长方体(豎放时)

由此可見，要使原来处于稳定平衡状态下的物体，在重力作用下翻倒，必須先使它的重力作用綫越出支面。

图 9·33 和图 9·32 类似，它表示长方体平放时的三种位置。

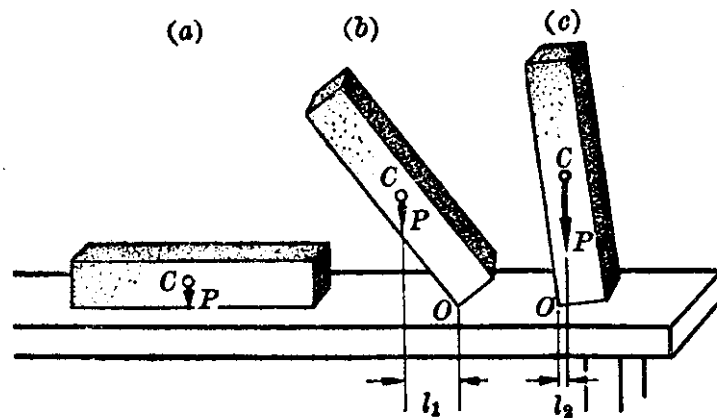


图 9·33 在不同位置上的长方体(平放时)

比較图 9·32 和 9·33，我們得到图 9·34。由图中可以看出，使豎放的长方体翻倒，要比使平放的长方体翻倒容易一些(所謂翻倒就是指原来的平衡状态被破坏)。在前一种情形中，为了使长方体翻倒而使它的重心升高的高度比較小，而在后一种情形中，为了使长方体翻倒而使它的重心升高的高度比較大。

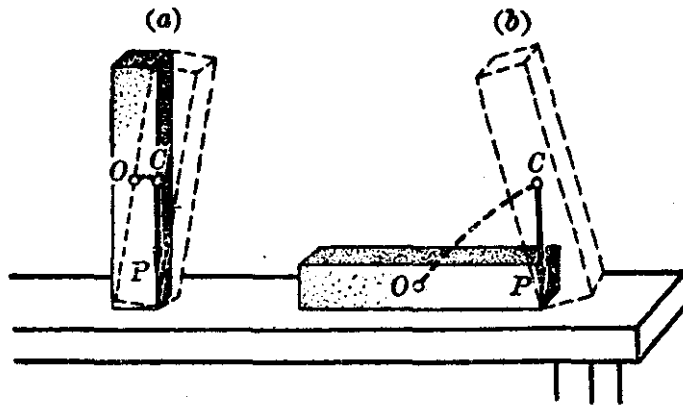


图 9·34 长方体在平放时重心低支面大，
竖放时重心高支面小

为了区别这两种稳定平衡，我们说：长方体竖放时的**稳度**比较小，平放时的稳度比较大。

我们用稳度这个概念来区别物体翻倒的难易程度。物体的稳度越大，就是平衡越稳定；稳度越小，就是平衡越不稳定，这样物体就越容易翻倒。要增加物体的稳度，可以扩大物体的支面（图 9·35），也可以增加物体底部的重量以降低重心的位置（图 9·36），或者同时扩大支面和降低重心。

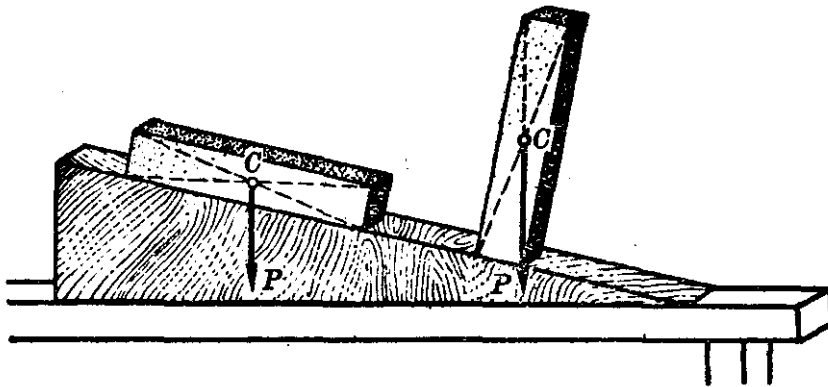


图 9·35 扩大支面，增加稳度

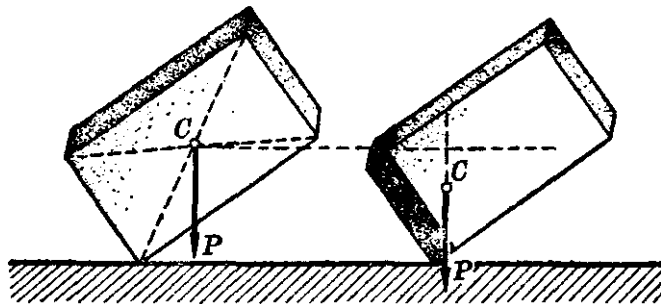
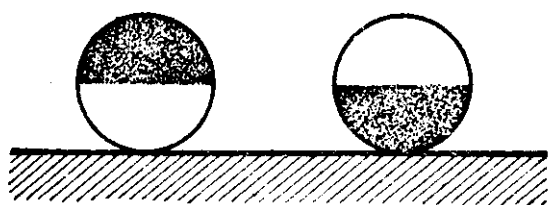


图 9·36 降低重心，增加稳度

增加物体的稳度在实际应用上有着很大的意义。例如测量用的仪器或者有些照相机总是放在支面相当大的三脚架上，实验用的天平、台秤都有一个面积比较大的底座，高压电线的铁塔的塔底总是相当大，輪船上装貨物时总是把重的放在底仓里面，各种机器的底座总是做得比较重一些，等等，都是为了增加稳度而采取的办法。

习 題 9·7

1. 背上背着重东西的人，为什么要向前倾斜？
2. 端坐在椅子上的人想站起来时，上身总是要向前倾斜，为什么？如果上身仍保持笔直，能不能站起来？试试看，并说明其理由。
3. 杂技演员作走鋼索表演时，手里总是要拿一根棒并且不断改变棒的位置。試問这根棒在表演中究竟起什么作用？
4. 一辆滿載干草的大車与載有相同重量的泥土的大車，在不平坦的道路上行駛时，哪一辆車容易翻倒？为什么？
5. 质量不均匀的球在如附图所示的两个位置上是什么平衡？（球上黑影部分表示較重。）



(第 5 題)

本 章 提 要

1. 物体在共点力作用下的平衡条件 共点力的合力等于零。
 - (1) 两力平衡条件：两个力大小相等、方向相反，并且位于同一直线上。
 - (2) 三力平衡条件：三个力在同一平面上，其中任何两个力的合力与第三个力的大小相等、方向相反，并且位于同一直线上。
2. 在力的作用綫和轉軸异面垂直时 力和轉軸之間的距离（公垂綫的长度）叫做力臂；力和力臂的乘积叫做力矩。力矩决定力的轉动作用。
3. 有固定轉軸的物体的平衡条件 作用在物体上的总力矩等于零。

4. 物体在平行力作用下的平衡条件

- (1) 合力等于零；
- (2) 对任一异面垂直轉軸的总力矩等于零。

5. 物体在一般平面力作用下的平衡条件

- (1) 所有 x 方向分力的代数和等于零；
- (2) 所有 y 方向分力的代数和等于零；
- (3) 对任一异面垂直轉軸(即垂直于力綫平面的軸)的总力矩等于零(实际上它是和第 4 条相同的)。

6. 同向平行力的合成法則

(1) 两个同向平行力的合力仍与两个力平行,它的大小等于两个力之和,方向与两个力相同。

(2) 两个反向平行力的合力仍与两个力平行,它的大小等于两个力之差,方向与較大的力相同。

(3) 三个或三个以上平行力的合力仍与它們平行,它的大小等于它們的代数和,方向由代数和的正、負号决定(預先規定某一方向为正,相反的方向就为負)。

(4) 平行力合力的作用点可以根据平行力的力矩原理来求得,即平行力对任何一个异面垂直轉軸的总力矩等于合力对同一轉軸的力矩。

7. 一个物体的重心,就是这个物体受到的重力的作用点 质量均匀、形状有規則的物体的重心与它的几何中心重合。

8. 平衡状态 把有支軸的物体从原来的平衡位置稍微撥动一下,如果它的重心提高,它原来所处的平衡状态就是稳定平衡;如果它的重心降低,它原来所处的平衡状态是不稳定平衡;如果它的重心既不升高又不降低,那么它原来所处的平衡状态就是随遇平衡。

9. 稳度是区别物体翻倒的难易程度的物理概念 物体的支面大重心低,稳度就大;反之,如果支面小重心高,稳度就小。

复 习 題 九

1. 設有向北 3 公斤的力与向西 4 公斤的力同时作用于一点上,求它們的合力的大小与方向。

2. 一点受 5 克、12 克与 13 克的三个力同时作用,恰好保持平衡。求此三个力之間所成的角。

3. 一个人挑行李,行李重 20 公斤,悬挂在棒的一端,棒长 1.5 米。棒的

另一端悬挂一个石块，重 5 公斤。求棒与肩的接触点到悬挂石块一端的距离。

4. 一根横梁放在相距 7 米的两个支点 A 和 B 上。在梁上悬挂一个 1400 公斤的重物，则支点 A 受到 500 公斤的作用力。求重物悬挂在梁上的作用点到 A 点的距离。

5. 骑自行车的时候，踏板在什么位置上时，竖直向下蹬的力的力矩为最大？又在什么位置力矩等于零？

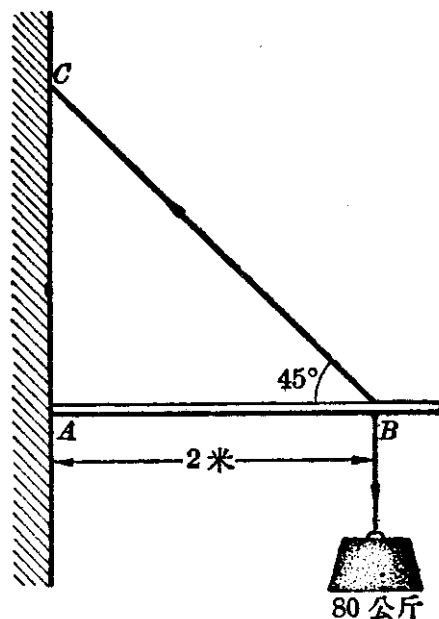
6. 有一个物体绕水平的轴转动。今在轴的左方相距 12 厘米处加上一个竖直向下的力 3 公斤。问应在何处另加 4.5 公斤的竖直向下的力，才能使物体不转动？此时轴上受力多少？

7. 一个金属圆柱体长 100 厘米，半径为 1 厘米。另一个同样的金属圆柱体不知其长，仅知它的半径是 2 厘米；同时也知道两个圆柱体相連在一起时，它们的共同重心恰好在它们相連的地方。求第二个圆柱体的长度。

8. 一个木柱长 5.5 米，横放在地上。用力 20 公斤可以将其细端举起，用力 35 公斤可以将其粗端举起。求木柱的重量和重心。

9. 在重 2 公斤和长 50 厘米的均匀棒的两端各固定一个均匀的球，它们的半径分别是 3 厘米和 6 厘米，重量分别是 1.5 公斤和 12 公斤。求整个装置的重心。

10. 如附图所示，设横杆 AB 为 40 公斤，重量集中在杆的中心，杆长 2 米。求吊绳 BC 上的拉力和横杆在 A 端所受力。



(第 10 题)

11. 试讨论一个圆锥体在不同位置时的平衡状态。

第十章 机械能

我們已經討論过牛頓运动三定律,并且在这个基础上,引入了动量和冲量这两个重要概念以及动量定理和动量守恒定律,使我們对于质点动力学的知識得到了发展。

本章要討論质点动力学在另一方面的发展。我們仍将以牛頓运动三定律为基础,引入功、动能和势能这三个重要概念,并且还将闡明力学范围内的能量守恒定律,即机械能守恒定律。

最后还将簡要地介紹一下能量守恒和轉換定律,这是自然界中最普遍的規律之一。

§ 10·1 功

功的概念是从人类长期劳动实践中产生的。例如,我們从井中提水(图 10·1),就說我們在做功;水桶越重,井越深,我們就說所做的功越大。又如用水平力推小車前进(图 10·2),也說我們在做功;用力越大,前进的路程越远,我們就說所做的功越大。

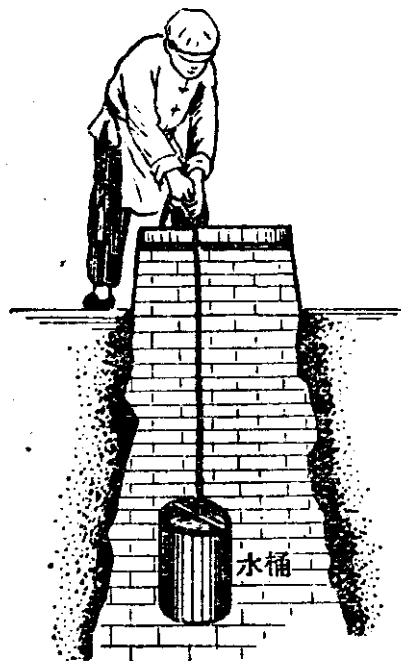


图 10·1 从井中提水

功和日常生活中常常讲到的“工作”很相似。但“工作”的含义比較广泛,它是指用体力劳动或脑力劳动来完成的任何一种活动来讲的。但在物理学中,功的含义要狹窄得多,可是比較确定。

那么,功的含义究竟是什么呢?我們

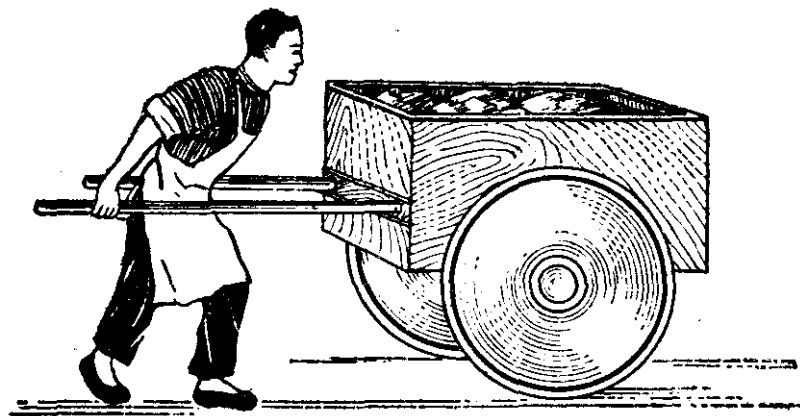


图 10·2 人用水平力推小車

来分析上面讲的两个例子。

从井中提水，我們要用力，并且使水桶在力的方向上通过了一段路程。水桶越重，我們所用的力越大；井越深，水桶沿力的方向（豎直向上）通过的路程越长。

用水平力推小車前进，我們也要用力，小車也在力的方向上通过了一段路程。車越重，我們所用的力越大；推得越远，小車在力的方向上通过的路程越长。

从上面的分析中可以看到，功是由两个因素决定的，一个是作用力，一个是物体在力的方向上通过的路程。而且作用力越大，做的功也越大；物体在力的方向上通过的路程越远，做的功也越大。

在物理学中，我們規定：功的大小等于力和受力物体在力的方向上所通过的路程的乘积。 $W = F \cdot S$

如图 10·3 所示，如果用 F 代表力， S 代表受力物体在力的方向上通过的路程， W 代表力所做的功，則

$$W = FS.$$

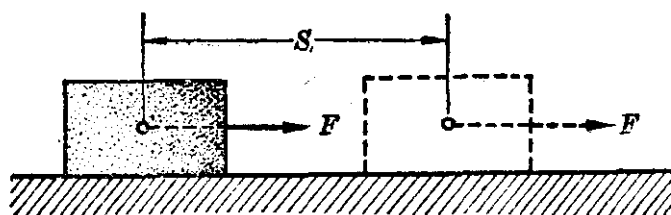


图 10·3 功用力和路程的乘积来量度

讀者必須注意：力和受力物体在力的方向上通过的路程，是功的不可缺少的两个因素。如果力作用在一个物体上，而物体没有在力的方向上通过一段路程，那么这个力就没有做功。例如，一个人提了一桶水站着不动，虽然他用了力，并且很累，但是他并没有做功（或者说他用的力没有对水桶做功）。如果他提着水桶在水平的地面上走，他也没有做功，因为提水桶的力是竖直向上的，在竖直方向上水桶并没有通过一段路程。这好比一个在水平桌面上滚动的小球，重力对小球没有做功一样（图 10·4），因为重力是竖直向下的，而小球只是在水平桌面上滚动，在重力方向上没有通过路程。

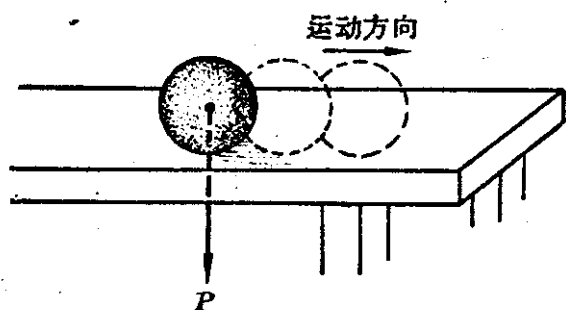


图 10·4 在水平桌面上滚动的小球

如果物体由于惯性而作匀速直线运动，这时根本没有力的作用，当然也谈不到做功。

上面这个公式 $W = FS$ ，只是在作用力和物体运动方向一致时才适用。例如，用水平力推小车时，所用的是水平方向使车前进的力，小车运动的方向也是水平前进的。从井中提水时，所用的力是竖直向上的，而水桶运动的方向也是竖直向上。但是最常见的情形是作用力的方向和物体运动的方向成一角度，人拉滚子压地就是这种情形的一个例子（图 10·5）。

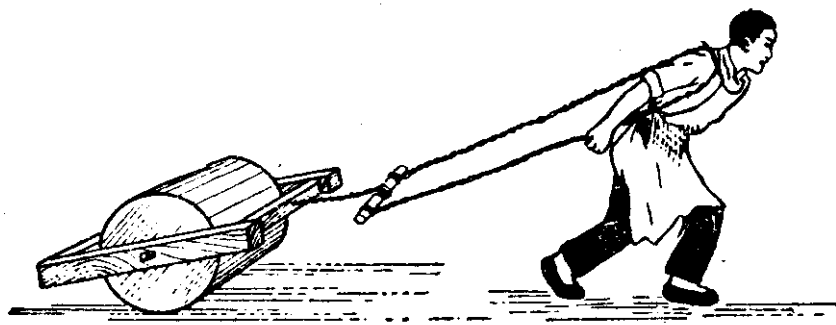


图 10·5 人拉滚子压地

在这种情形下，我們把力 F 分解成为两个分力：与路程垂直的力 F_1 和与路程平行的力 F_2 (图 10·6)。合力 F 所做的功等于分力 F_1 和 F_2 所做的功之和。当物体通过的路程等于 S 时，与路程垂直的分力 F_1 沒有做功，因为在 F_1 的方向上物体沒有通过路程。在路程方向上的分力 F_2 所做的功等于 F_2S 。因此，力 F 所做的功 W 就等于 F_2S 。由于 $F_2 = F \cos \alpha$ ，所以

$$W = FS \cos \alpha.$$

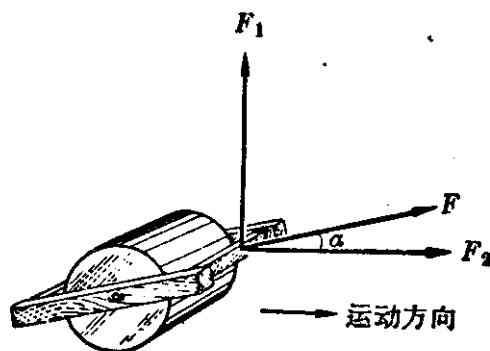


图 10·6 把 F 分做两个分力

这就是說，在一般情形中，功等于力、路程以及力和路程之間的夹角的余弦的乘积。

由此可见，功的大小不仅与作用力和路程的大小有关，而且还与力和路程之間的夹角有关。下面，我們討論几种情况：

(1) 如果 $\alpha < \frac{\pi}{2}$ ，則 $\cos \alpha > 0$ ，因而 $W > 0$ ，是正值。这說明，如果力沿路程方向的分力与路程同方向，这时作用力是推动物体运动的力，我們說：作用力（或产生这个力的物体）对运动物体做正功。例如人拉滚子压地就是这种情形。特别是如果 $\alpha = 0$ ，則 $\cos \alpha = 1$ ，因而 $W = FS$ ，这就是前面所讲的力的方向和物体运动方向一致的情形。

(2) 如果 $\alpha > \frac{\pi}{2}$ ，則 $\cos \alpha < 0$ ，因而 $W < 0$ ，是負值。这說明，如果力沿路程方向的分力与路程反方向，这时作用力是阻碍物体运动的力，我們說：作用力（或产生这个力的物体）对运动物体做負功。例如当物体作豎直上抛运动时，运动的方向和重力的方向相反（即 $\alpha = \pi$ ），因而重力对运动物体做負功。当一个力做負功时，这个力总是阻碍物体的运动的，我們也常說：运动物体克服这个阻力做功。例如物体作豎直上抛运动时，我們就可以說：物体克服重力做功。

(3) 如果 $\alpha = \frac{\pi}{2}$, 則 $\cos \alpha = 0$, 因而 $W = 0$. 這說明作用力和路程垂直時, 力不做功. 例如前面已經講過的在水平桌面上滾動的球, 重力沒有對它做功.

讀者必須注意, 上面我們講的力做正功或負功, 只是說明在研究功的問題時, 要注意誰在做功, 而決不能說功也是一個矢量. 功是一個標量. 正功和負功不是表示功有方向, 它表示作用力對物體做功還是物體克服這個作用力做功.

最後我們來討論一下功的單位. 很明顯, 功的單位是由作用力與路程的單位組成的.

在厘米·克·秒制中, 功的單位是 1 尔格. 1 尔格就是用 1 达因的力使物體在力的方向上通過 1 厘米路程所做的功.

$$1 \text{ 尔格} = 1 \text{ 达因} \times 1 \text{ 厘米} = 1 \text{ 达因} \cdot \text{厘米} = 1 \text{ 克} \cdot \text{厘米}^2 / \text{秒}^2.$$

在米·公斤·秒制中, 功的單位是 1 焦耳. 1 焦耳就是 1 牛頓的作用力使物體在力的方向上通過 1 米的路程所做的功.

$$1 \text{ 焦耳} = 1 \text{ 牛頓} \times 1 \text{ 米} = 1 \text{ 牛頓} \cdot \text{米} = 1 \text{ 公斤} \cdot \text{米}^2 / \text{秒}^2.$$

因為 1 牛頓 = 10^5 达因, 1 米 = 100 厘米, 所以

$$1 \text{ 焦耳} = 1 \text{ 牛頓} \cdot \text{米} = 10^5 \text{ 达因} \times 100 \text{ 厘米} = 10^7 \text{ 达因} \cdot \text{厘米},$$

即

$$1 \text{ 焦耳} = 10^7 \text{ 尔格}.$$

在工程技術中, 常用 1 公斤·米作為功的單位. 1 公斤·米就是 1 公斤的力使物體在力的方向上通過 1 米的路程所做的功.

$$1 \text{ 公斤} \cdot \text{米} = 1 \text{ 公斤} \times 1 \text{ 米} = 9.8 \text{ 牛頓} \times 1 \text{ 米} = 9.8 \text{ 牛頓} \cdot \text{米},$$

即

$$1 \text{ 公斤} \cdot \text{米} = 9.8 \text{ 焦耳}.$$

例 1. 一個重 3 公斤的物體從某一高度自由落下. 物體落到地面時的速度是 20 米/秒. 求重力所做的功. 計算時取 $g = 10$ 米/秒², 不考慮空氣阻力.

【解】 應用自由落體的運動公式求這個物體落下的高度 h ,

即用 $v^2=2gh$, 求 h ,

$$20^2=2 \times 10h,$$

$$\therefore h=20 \text{ 米.}$$

物体是在重力的作用下落下来的, 它的运动方向和重力方向一致, 所以重力所做的功 W 为

$$W=3 \text{ 公斤} \times 20 \text{ 米} = 60 \text{ 公斤} \cdot \text{米} \approx 600 \text{ 焦耳.}$$

习 题 10·1

1. 試証明 1 焦耳 = 10^7 尔格, 1 公斤·米 = 9.8 焦耳.
2. 汽車开上斜坡时, 一共受到几个力的作用? 哪些力对汽車做功? 哪些力对汽車沒有做功? 汽車在克服哪些力做功?
3. 一个豎直上抛的物体在抛出后經過 3 秒钟到达最高点. 物体的质量是 500 克. 試計算物体在上升过程中克服重力所做的功. 計算时取 $g=10$ 米/秒², 不考虑空气阻力.
4. 刨床在工作时, 如果推动刨刀的动力作功 120 公斤·米, 刨刀移动的距离是 12 厘米, 求刨刀所克服的阻力.
5. 馬拉車用力 100 公斤, 与水平方向成 30° 角, 車行 2 公里, 求馬所做的功.
6. 一根鋼梁长 5 米, 横截面为 50 厘米². 用起重机把它豎直地举高 15 米, 求起重机对鋼梁所做的功. 已知鋼的比重是 7.8 克/厘米³.

§ 10·2 功 率

在功的討論中, 我們沒有考虑到完成这些功要化多少時間. 但是在实际工作中, 時間的因素是极其重要的. 我們不仅要計算功, 而且还需要知道完成一定的功需要化費的時間. 如果两部机器做同样多的功, 显然, 能够在較短時間內完成这些功的机器具有較大的实用价值. 在力学中, 我們引入功率这个概念来描述作功的快慢.

功与完成这个功所用的時間的比叫做**功率**. 如果用 W 表示物体在時間 t 內所做的功, 用 N 表示功率, 則

$$N = \frac{W}{t}$$

根据这个公式所求出的功率，实际上只是做功的物体在时间 t 内的平均功率。同一个物体有时可以产生比平均功率大的功率，也有时可以产生比平均功率小的功率。例如，汽车在爬山的时候，它的功率可以比在平坦的公路上行驶时大一半甚至一倍。但是发动机总不能在这样大的功率下长时间工作，因为那样要使发动机受到损坏。

人在很短的时间内，例如赛跑、跳高、抢救等时候，也可以产生比他的平均功率大得多的功率。但也总不能长时间如此，否则要弄坏身体。

我们知道功的公式是 $W = FS$ ，所以功率的公式也可以写成 $N = \frac{FS}{t}$ 。但是 $\frac{S}{t} = v$ ，因而

$$N = Fv$$

这个公式告诉我们，当发动机的功率保持不变的时候，减小速度就会使它的牵引力增大；反之，增大速度就会使牵引力减小。例如，汽车在上坡时，司机往往降低汽车的速度，以增大牵引力来克服在这种情况下所遇到的较大的阻力。

功率的单位可以利用公式 $N = \frac{W}{t}$ ，根据功和时间的单位来确定。

在厘米·克·秒制中，功率的单位是 1 每秒尔格，写做 1 尔格/秒。

在米·公斤·秒制中，功率的单位是 1 每秒焦耳，写做 1 焦耳/秒。这个单位通常都叫做瓦特，即

$$1 \text{ 瓦特} = 1 \text{ 焦耳/秒}$$

在工程技术中，常用 1 每秒公斤·米作为功率的单位，写做 1 公斤·米/秒。

1 公斤·米/秒 = 9.8 焦耳/秒 = 9.8 瓦特。

此外，还有千瓦、馬力也是常用的功率单位，它們的关系如下：

1 千瓦 = 1000 瓦特，

1 馬力 = 75 公斤·米/秒 = 735 瓦特。

例 2. 一列火車用 30 公里/小时的匀速度前进时所克服的阻力等于列車重量的 0.003 倍。如果列車的重量是 1800 吨。求機車的功率。

【解】 已知： $v = 30$ 公里/小时 = $\frac{25}{3}$ 米/秒，

$F = 1800$ 吨 $\times 0.003 = 5.4$ 吨 = 5400 公斤。

求機車的功率 N ：

$$N = \frac{5400 \times 25}{3} = 45,000 \text{ 公斤} \cdot \text{米/秒} = 600 \text{ 馬力。}$$

习 題 10·2

1. 起重机的鏟斗和所裝的煤共重 0.3 吨，在 5 秒钟內升高 15 米。求起重机的平均功率是多少瓦特？折合多少馬力？

2. 汽車的功率为 50 馬力。当汽車速度达到 144 公里/小时的时候，問它的牽引力是多少？如果牽引力增加到 125 公斤时，汽車的速度是多少？

3. 当汽車用 30 公里/小时的速度运动时，它的牽引力是 270 公斤。这时汽車的功率是多少？

4. 一辆裝上 20 馬力发动机的汽車，在平坦的馬路上行駛时，速度可以达到 90 公里/小时。如果把這個发动机裝在一只小汽船上，則汽船的速度只可以达到 15 公里/小时。求汽車和汽船所遇到的阻力各等于多少？

5. 一台車床进行高速切削时，它的切削速度为 420 米/分，消耗的功率是 5.8 馬力，这时車刀受到的阻力是多少？如果增大切削速度，消耗的功率将发生怎样变化？

§ 10·3 能， 动 能

上面我們討論了功和功率，現在我們来討論和功有密切关系

的能。

如果一个物体能够做功，我们就说这个物体具有**能量**，或者简称**能**。所以能是一个表明物体做功的本领的物理量。物体能够做的功越多，它具有的能也越大。所以物体具有的能是用它能够做功的多少来量度的，而且功和能的单位也是一样的。

例如，流动着的水（河水或瀑布）能够冲击水磨的轮子使它转动而做功，所以流动着的水具有能。飞行着的炮弹，能够克服阻力前进做功，所以飞行着的炮弹也具有能。流动着的空气（风）能够吹动风车，带动水车，引水灌田而做功，所以风也具有能。

这些由于物体本身的运动而具有的能叫做**动能**。

物体动能的大小与哪些因素有关呢？有着怎样的关系呢？让我们拿一辆运动着的汽车来进行分析。

我们已经了解，汽车在关闭了发动机之后，还可以在摩擦力和空气阻力的作用下前进一段距离，然后停止下来。这就是说，汽车在关闭了发动机之后还具有动能，所以它能够克服摩擦力和空气阻力做功；并且，在它停止运动之前所做的功，应当等于它所具有的动能。

设汽车的质量为 m ，在关闭发动机时的速度为 v ，关闭后通过的路程为 S （图 10·7），则根据牛顿第二运动定律 $f = ma$ 和匀减速运动公式 $v^2 = 2aS$ ，求得汽车克服摩擦力和空气阻力 f 所做的功为

$$W = fS = ma \times \frac{v^2}{2a} = \frac{1}{2} mv^2.$$

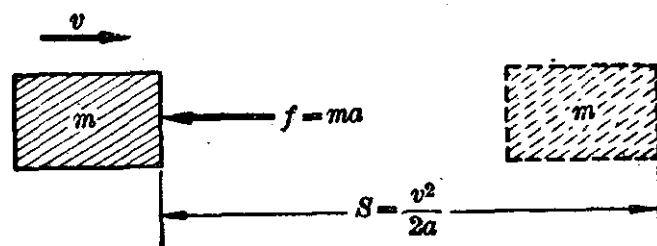


图 10·7

这就等于汽车关闭发动机时所具有的动能，也就是质量为 m 的物体在用速度 v 运动时所具有的动能。如果用 E_k 表示动能，则

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2.$$

运动物体的动能等于它的质量和速度平方的乘积的一半。

以上我们根据运动物体所能够做的功来确定它的动能。现在我们来讨论，当外力对物体做功时，物体的动能将作怎样的变化。

设一个在水平桌面上运动的物体，质量为 m ，在恒力 F 的作用下，在时间 t 内速度由 v_1 变为 v_2 。则根据运动学公式，

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t}, S = \frac{v_1 + v_2}{2}t;$$

又根据牛顿第二运动定律， $F = ma$ 。式中 a 是物体的加速度， S 是物体在时间 t 内所通过的路程。如果不计摩擦力和空气阻力，那么，这个作用在物体上的恒力 F 所做的功为

$$\begin{aligned} W = FS &= maS = m \frac{v_2 - v_1}{t} \times \frac{v_2 + v_1}{2}t \\ &= \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \\ &= \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2. \end{aligned}$$

我们知道， $\frac{1}{2}mv_1^2$ 是物体原来的动能。外力作用了时间 t 后，速度变为 v_2 ，它的动能变为 $\frac{1}{2}mv_2^2$ 。所以上式中的 $\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$ 表示物体在外力作用了时间 t 后动能的增加。

由此可见，如果外力所做的功完全用来增加物体的动能，则外力所做的功就等于物体动能的增加。

例 3. 氮分子的质量是 4.45×10^{-23} 克，当某个氮分子的运动速度是 500 米/秒时，求它的动能。

【解】 用厘米·克·秒制来计算，所得动能的单位是尔格。

已知 $m = 4.45 \times 10^{-23}$ 克, $v = 500$ 米/秒 $= 5 \times 10^4$ 厘米/秒, 所以动能为

$$\begin{aligned} E_k &= \frac{1}{2} \times 4.45 \times 10^{-23} \times (5 \times 10^4)^2 \\ &= 5.56 \times 10^{-14} \text{ 尔格.} \end{aligned}$$

例 4. 质量是 50 克的物体, 原来的速度是 40 厘米/秒, 在一段长 20 厘米的路程上受到 5 克的恒力的作用, 力的方向与物体运动的方向相同. 求物体在通过这段路程后的动能.

【解】 作用力的方向既与物体的运动方向相同, 则物体的速度必然增大, 也就是物体的动能必然增加. 这个动能增加的量, 就等于外力对它所做的功. 所以要求的动能 E_k 为

$$\begin{aligned} E_k &= \frac{1}{2} m v_1^2 + FS \\ &= \frac{1}{2} \times 50 \times 40^2 + 5 \times 980 \times 20 \\ &= 40,000 + 98,000 \\ &= 138,000 \text{ 尔格.} \end{aligned}$$

例 5. 重 2000 吨的列车从车站出发, 经过 5 公里后速度达到 60 公里/小时. 求机车发动机的平均有用功率.

【解】 (1) 机车发动机在经过 5 公里的路程所做的有用的功等于列车动能的增加. 因为列车原来是静止的, 所以这个功也就等于列车现在所具有的动能. 我们用米·公斤·秒制来计算.

已知 $m = 2000$ 吨 $= 2 \times 10^6$ 公斤, $v = 60$ 公里/小时 $= \frac{50}{3}$ 米/秒. 所以动能 E_k 为

$$E_k = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^6 \times \left(\frac{50}{3}\right)^2 = \frac{25}{9} \times 10^8 \text{ 焦耳.}$$

(2) 再求机车通过 5 公里这段路程所用的时间 t . 用

$$v = at,$$

$$S = \frac{1}{2} at^2,$$

$$\therefore t = \frac{2S}{v} = \frac{2 \times 5000}{\frac{50}{3}} = 600 \text{ 秒.}$$

(3) 因此, 機車发动机的平均有用功率 N 为

$$N = \frac{\frac{25}{9} \times 10^8}{600} = \frac{25}{54} \times 10^6 = 4.63 \times 10^5 \text{ 瓦特.}$$

习 题 10·3

1. 一顆质量为 10 克的子彈用 800 米/秒的速度飞行, 一个质量为 60 公斤的人用 6 米/秒的速度奔跑, 哪一个的动能大一些?
2. 为了射穿一块 10 毫米厚的鋼板, 要做 800 公斤·米的功. 如果炮彈的速度是 300 米/秒, 质量是 0.15 公斤, 問能不能射穿这块鋼板?
3. 一辆 20 吨重的电車在平直的路上开始运动, 2 秒钟后达到 10.8 公里/小时的速度. 求电車上电动机的平均有用功率.
4. 一个质量为 1 公斤的物体自由落下, 經過 5 秒钟后所具有的动能是多少?
5. 一顆 9.8 克重的枪彈从步枪枪口以 800 米/秒的速度射出, 当它飞行了 1100 米后, 枪彈的速度就变成了 300 米/秒. 試計算: (1) 枪彈在飞离枪口时所具有的动能; (2) 飞行了 1100 米后所具有的动能; (3) 在这 1100 米的路程內, 阻碍子彈飞行的平均阻力是多少?

§ 10·4 重 力 势 能

高处的物体, 当它落回地面时, 重力要做功. 物体离开地面的高度越大, 落回地面时重力所做的功也越大. 这种做功的本領是由物体离开地面的高度来决定的, 我們叫它为重力势能. 或者更恰当地說:

由物体和地球之間的相对位置来决定的能叫做重力势能. 例如, 鉄錘在举高了的时候, 水从高山上流下来的时候, 飞机在高空

中飞行的时候,人造卫星在空中运行的时候,都具有重力势能.

严格地讲,重力势能不是地面上的物体所独有,而是物体和地球所共有. 因为重力是地球作用在物体上的力,没有地球就根本没有重力,也就更谈不到重力做功和做功的本领了. 不过,在习惯上为了简便起见,我们总是说“铁锤具有多少重力势能”或“飞机具有多少重力势能”. 它的意思应当理解为:铁锤和地球共有多少重力势能,或飞机和地球共有多少重力势能. 切不可误解为:铁锤单独具有多少重力势能,或飞机单独具有多少重力势能.

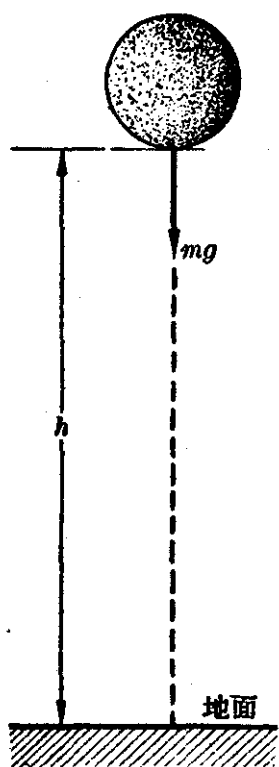


图 10·8

在计算重力势能的大小时,一般取物体在地面上的重力势能为零. 物体在某一高度处的重力势能可以用它落回地面时重力所做的功来量度.

设令物体的质量为 m , 离开地面的高度为 h (图 10·8). 显然这个物体所受的重力 $P = mg$, 在它落回地面的过程中,重力所做的功为

$$W = PS = mgh.$$

这就是物体在高度 h 处的重力势能,如果用 E_p 表示重力势能,则

$$E_p = mgh.$$

这就是说:重力势能等于物体的重量(mg)和它离开地面的高度(h)的乘积;或者说:重力势能等于物体的质量、重力加速度和离开地面的高度的乘积.

以上我们根据物体落回到地面时重力所做的功来确定重力势能. 现在我们来讨论,当外力克服重力做功时,重力势能将作怎样的变化.

我们已经知道,把质量为 m 的物体从高度 h_1 处匀速地提高到高度 h_2 处,如果不计空气阻力,则我们所用的力等于物体的重

量 mg 。当这个力通过路程 $h_2 - h_1$ 时，它所做的功为

$$W = mg(h_2 - h_1) = mgh_2 - mgh_1.$$

上式中 mgh_1 是物体在高度 h_1 处的重力势能， mgh_2 是物体在高度 h_2 处的重力势能， $mgh_2 - mgh_1$ 是物体从高度 h_1 处移到高度 h_2 处的势能增加。

由此可見，如果外力所做的功完全用来增加重力势能，則外力所做的功等于重力势能的增加。

除了重力势能之外，还有弹性势能和其他的势能。例如被拉长或压缩了的弹簧，被卷紧了的法条，被压缩了的空气等等，在它们恢复到原来的状态的过程中，弹力都要做功。这种做功的本領是因物体的弹性所引起的，我們就叫它为弹性势能。这里暂时不討論弹性势能的計算。

例 6. 把一个 200 克重的物体，用 30 米/秒的初速度竖直向上抛出。求抛出后 2 秒末的重力势能。取 $g = 10$ 米/秒²。

【解】 用竖直上抛运动公式 $h = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$ 求 h ，得

$$h = 30 \times 2 - \frac{1}{2} \times 10 \times 2^2 = 60 - 20 = 40 \text{ 米,}$$

即抛出 2 秒钟后，物体在距地面 40 米处。所以这时的重力势能 E_p 为

$$E_p = 0.2 \text{ 公斤} \times 40 \text{ 米} = 8 \text{ 公斤} \cdot \text{米.}$$

例 7. 工人把质量为 150 公斤的貨物沿长 3 米和高 1 米的斜面搬上汽車。工人所做的功是多少？貨物增加的势能是多少？計算时可以不考虑摩擦在內。

【解】 如图 10.9 所示，把貨物的重量分解成为两个部分，沿斜面的 F_1 和垂直于斜面的 F_2 。当工人搬貨物时所用的力等于 F_1 时，貨物才能沿斜面匀速上升。所以工人所做的功为

$$W = F_1 \times 3 = 150 \times \frac{1}{3} \times 3 = 150 \text{ 公斤} \cdot \text{米.}$$

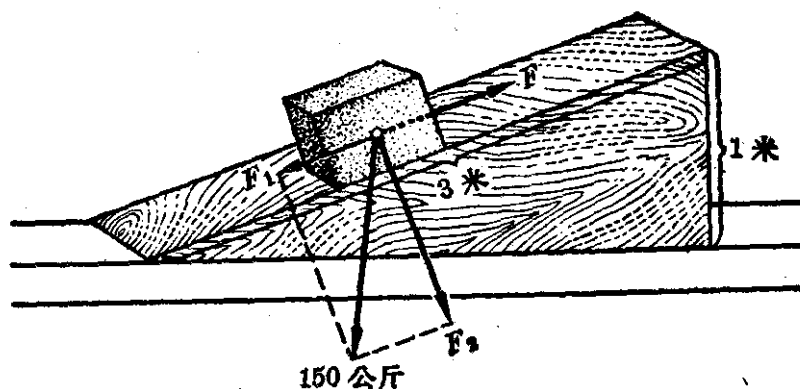


图 10·9

又,在高出地面 1 米处物体的重力势能 E_p 为

$$E_p = 150 \times 1 = 150 \text{ 公斤} \cdot \text{米}.$$

从上面的两个答案中可见,在不计摩擦力的情况下,工人所做的功等于物体增加的势能。

习 题 10·4

1. 运动员把一个重 200 公斤的物体竖直举高 2 米,他做了多少功? 物体增加了多少势能?

2. 如果把体积一样大的一块铝和一块铅放在同样高的地方,那么那一个的势能比较大?

3. 竖直向上抛出的物体经过 4 秒钟后仍落回至地面。如果物体的重量是 200 克,求物体在最高点时的势能。取 $g = 10 \text{ 米/秒}^2$ 。

4. 一个重 5 公斤的物体位于距地面 12 米高的地方。试计算物体落到地面上,和落到 4 米高的屋顶上时势能的变化各是多少公斤·米、多少焦耳和多少尔格?

§ 10·5 机械能守恒定律

动能和势能总称为机械能,它们是可以相互转换的。我们用自由落体作为例子来研究它们的转换规律。

一个质量为 m 的物体在高 h 处的位置(图 10·10)上。这时,物体没有运动,所以动能 $E_{k0} = 0$, 势能 $E_{p0} = mgh$ 。因此,物体的总的机械能为

$$E_C = E_{kC} + E_{pC} = mgh.$$

现在让物体从 C 点自由落到地面上的 A 点, 如图 10·10 所示. 这时, 物体落到 A 点时的速度 $v_A^2 = 2gh$, 所以它在 A 点的动能

$$E_{kA} = \frac{1}{2} mv_A^2 = \frac{1}{2} m \times 2gh = mgh.$$

物体在 A 点的势能 E_{pA} 等于零. 所以, 物体在 A 点的总的机械能为

$$E_A = E_{kA} + E_{pA} = mgh.$$

由此可见, 物体在从 C 点自由落到 A 点时, 势能完全变为动能, 总的机械能保持不变.

现在再在物体下落的路径上任意选择一点 B 来进行研究. B 点的高度是 $(h - h_1)$, 所以物体在 B 点的势能为

$$E_{pB} = mg(h - h_1) = mgh - mgh_1,$$

即势能减少了 mgh_1 .

物体从 C 点自由下落经过 B 点时的速度 $v_B^2 = 2gh_1$; 所以物体在 B 点时的动能为

$$E_{kB} = \frac{1}{2} mv_B^2 = \frac{1}{2} m \times 2gh_1 = mgh_1,$$

即动能增加了 mgh_1 .

物体在 B 点的总的机械能为

$$E_B = E_{kB} + E_{pB} = mgh_1 + mgh - mgh_1 = mgh.$$

由此可见, 物体自由落下时, 在任何一段路程上的势能减少等于在那一段路程上的动能增加, 但是总的机械能保持不变.

利用同样的方法可以证明, 竖直上抛的物体, 如果不考虑空气的阻力, 那么, 在它上升的过程中动能的减少总是等于势能的增加, 但是总的机械能保持不变.

不仅重力势能可以与动能相互转变, 弹性势能也可以与动能

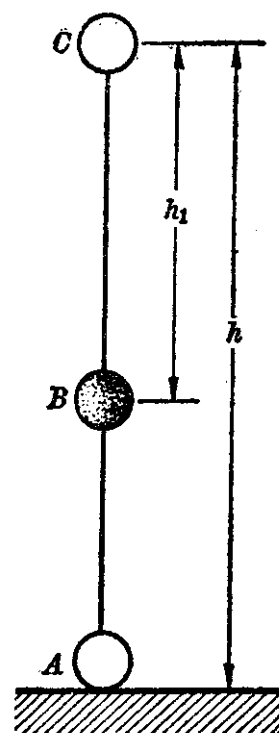


图 10·10 证明机械能转换规律

相互轉變。

如图 10·11 所示,在水平光滑的桌面上放一彈簧,一端固定,一端系一小球。球在位置 1 时,彈簧不伸不縮,沒有彈性势能。現

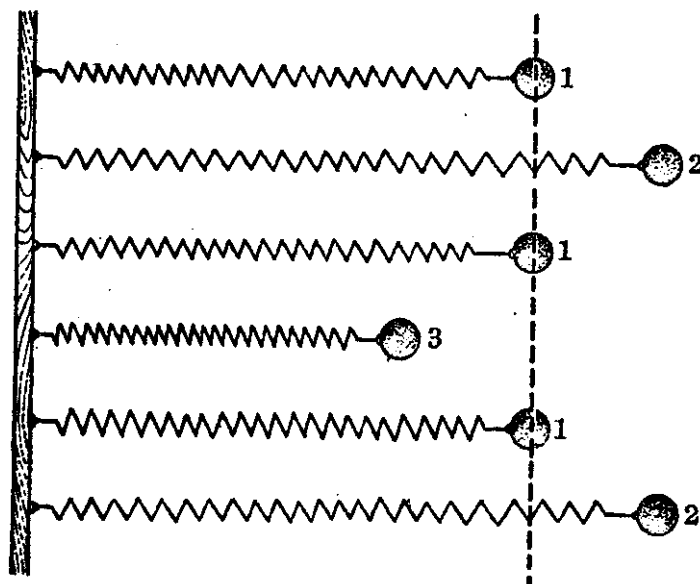


图 10·11 彈簧的彈性勢能和動能的相互轉變

把小球拉到位置 2 然后放手,使在桌面上来回运动。当球在位置 2 时,动能为零,彈簧因被拉长而具有势能。从位置 2 轉向位置 1 时,彈簧逐渐恢复原长,势能逐渐轉变成动能;到达位置 1 时,全部势能变成了动能。从位置 1 轉向

位置 3 时,彈簧逐渐被压缩,动能逐渐轉变成势能;到达位置 3 时,全部动能变成了势能。从位置 3 回到位置 1 和从位置 1 回到位置 2 时,象以前那样重复势能和动能的变化。

同样地可以証明,在这个动能和彈性势能的相互轉變的过程中,如果沒有摩擦力和其他阻力的存在,总的机械能也保持不变。

因此,从上面的分析中,我們可以得出一个重要的結論:在势能和动能相互轉變的过程中,如果沒有摩擦力和媒质的阻力的存在,也沒有外力做功,則总的机械能保持不变。这就是机械能守恒定律,它是最普遍的自然定律——能的轉變和守恒定律的一种特殊形式。

工程上利用动能和势能相互轉變来完成一件工作的例子是很多的。例如在筑路或者打坝的时候,为了使路基或堤坝坚固,工人們要用礮把松散的泥土打紧。当工人們把礮举起来的时候,抵抗重力做功,增加了势能;当礮落下来的时候,势能轉变为动能;等它打到泥土上的时候,又消耗了动能,克服泥土的阻力做功。

例 8. 一个物体豎直上抛的速度是 49 米/秒. 計算它的勢能和动能在什么高度时恰好相等.

【解】 設在离抛出处 h 高度的地方, 动能和勢能恰好相等, 則在这个地方的总的机械能應該等于勢能的两倍, 即 $2mgh$. 根据机械能守恒定律, 这个机械能應該等于把物体上抛时的动能, 所以

$$\frac{1}{2} m(49)^2 = 2mgh,$$
$$\therefore h = \frac{49 \times 49}{4 \times 9.8} = 61.25 \text{ 米},$$

即在离抛出处 61.25 米高度的地方, 动能和勢能恰好相等.

例 9. 物体由长 L 和高 h 的光滑斜面的頂点滑下, 試証明在达到斜面末端时的速度为 $v = \sqrt{2gh}$. 先用动力学定律和运动学的公式証明, 再用动能和勢能的相互轉变定律証明.

【解】 (1) 用动力学定律和运动学公式証明.

使物体沿斜面滑下的力为 $mg \sin \theta = mg \frac{h}{L}$. 根据牛頓第二运动定律 $f = ma$, 得

$$mg \frac{h}{L} = ma$$

$$\therefore a = g \frac{h}{L},$$

即物体沿光滑的斜面滑下的加速度为 gh/L . 根据运动学的公式 $v^2 = 2aS$, 已知 $S = L$, 所以

$$v = \sqrt{2aL} = \sqrt{2gh/L \times L} = \sqrt{2gh}.$$

(2) 用动能和勢能的相互轉变定律証明.

物体在斜面的頂点时, 动能等于零, 勢能等于 mgh . 物体在沿斜面滑下的过程中, 勢能逐渐减小, 而动能則逐渐增加; 到达斜面底时, 全部勢能都轉变为动能, 所以

$$\frac{1}{2} mv^2 = mgh$$

$$\therefore v = \sqrt{2gh}.$$

习 题 10·5

1. 一个 50 克重的球从 3 米高的地方落到地面上后又跳起 2 米高。求它所损失的机械能。
2. 一个 250 公斤重的炸弹从 800 米高的地方投下。求它离地面 100 米高时和落地时的势能和动能各等于多少？
3. 一个重 10 公斤的铁块从 10 米高处自由落下。求铁块落到距地面 5 米处的动能。
4. 一个小球用 3 米/秒的速度沿水平桌面运动，然后滚上斜面。如果摩擦力和空气阻力不计，试问小球沿斜面能上升多少高？
5. 如果炮弹的质量是枪弹质量的 900 倍，炮弹与枪弹用同一速度射中目标。问炮弹所做的破坏功是枪弹所做的破坏功的多少倍？如果使枪弹的动能等于炮弹的动能，则枪弹的飞行速度应该等于炮弹飞行速度的多少倍？

§ 10·6 功能原理，能的转变和能量守恒定律

上面我們討論了机械能守恒定律。但是在許多情形下，机械能是不守恒的。

例如，火車从車站开出后，速度逐漸增加，它的势能沒有变化，但动能却不断增加，因而机械能增加了。火車在快要到达一个車站的时候，速度越来越小，势能也沒有变化，但是动能却不断减少，因而机械能也减少了。又如降落伞下降时，空气阻力是跟着下降速度的增大而增大的，当大到和它的重量相等时，降落伞将用匀速度下降，以后，势能不断地减少，而动能却保持不变，因而机械能也减少了。

这些情形，在日常生活中，还可以举出很多。为什么它們的机械能不守恒呢？

原来，火車从車站开出时，动能的增加是由于牵引力对它做了功；火車到达車站时，动能的减少是由于克服阻力做了功；降落伞

机械能的减少也是由于克服空气阻力做了功。

由此可见，如果外力对物体做功，物体的机械能就要增加；如果物体克服摩擦力和媒质阻力做功，物体的机械能就要减少。为了具体地说明功和能的关系，我们来看下面的例子。

图 10·12(a) 是一辆在斜面上作匀加速运动的小车，运动情形如图所示。图 10·12(b) 是小车运动时所受到的力。其中 F 是我们推车子所用的力， f 是摩擦力和媒质阻力， $mg \sin \theta$ 是小车的重量沿斜面方向的分力。如果小车沿斜面向上以匀加速度 a 运动，则根据牛顿第二运动定律，得

$$F - mg \sin \theta - f = ma,$$

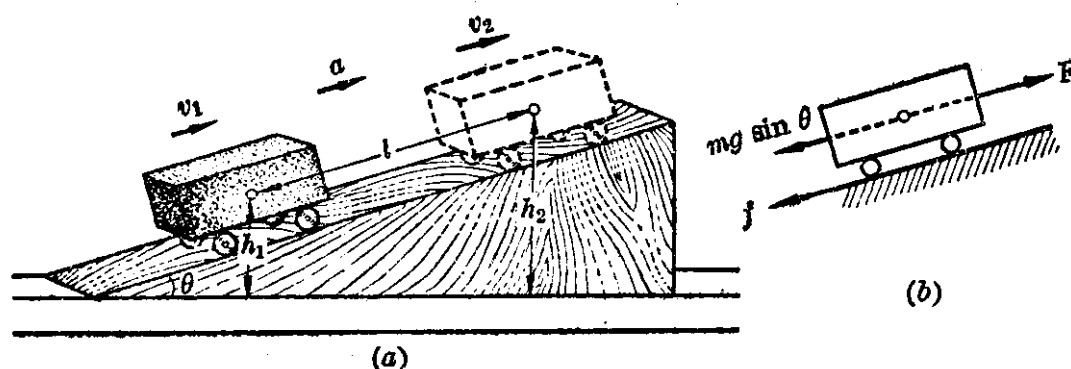


图 10·12 小车在斜面上作匀加速运动时，功和能的关系

式中 m 是小车的质量， $(F - mg \sin \theta - f)$ 是作用在小车上的各个外力的合力。由上式得

$$a = \frac{F - mg \sin \theta - f}{m}.$$

根据匀加速运动公式 $v^2 = v_0^2 + 2aS$ ，得出

$$v_2^2 = v_1^2 + 2 \times \frac{F - mg \sin \theta - f}{m} \times l,$$

或

$$(F - mg \sin \theta - f)l = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2.$$

等式中的 $(F - mg \sin \theta - f)l$ 是合外力对小车所做的功，

$\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$ 是小車增加的动能。由此可見：

合外力对物体所做的功等于物体动能的增加。 这叫做**动能原理**。

把上面的等式写成：

$$Fl - mgl \sin \theta - fl = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2,$$

移項，得

$$Fl = fl + \left(\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \right) + mgl \sin \theta;$$

由于 $l \sin \theta = h_2 - h_1$ ，所以

$$Fl = fl + \left(\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \right) + (mgh_2 - mgh_1).$$

等式右边第一項 fl 是小車克服摩擦力和媒质阻力所做的功，第二項 $\left(\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \right)$ 是小車增加的动能，第三項 $(mgh_2 - mgh_1)$ 是小車增加的重力势能，第二項和第三項之和是小車所增加的机械能。因此，我們又可以說：

外力对物体所做的功，等于物体克服摩擦力和媒质阻力所做的功，加上增加的机械能。 这叫做**功能原理**。

注意 功能原理中所述的外力不包括重力(即物体的重量)，也不包括摩擦力和媒质阻力；动能原理中所述的合外力却包括一切外力在內。如果忽略了这一点，就不能保証正确使用这两个原理。

讀者可以根据功能原理来分析各种实际現象。例如，火車从車站开出，則 $v_1 = 0$ ， $h_1 = h_2$ (为什么?)，所以

$$Fl = fl + \frac{1}{2}mv_2^2$$

就是火車牽引力所做的功，等于克服摩擦力和媒质阻力所做的功，加上物体增加的动能。火車在中途作匀速直綫运动时， $v_1 = v_2$ ， $h_1 = h_2$ ，所以

$$Fl = fl.$$

即火車牽引力所做的功，等于克服摩擦力和媒質阻力所做的功；或火車的牽引力等于摩擦力和媒質阻力。火車到站時， $F=0$ ， $v_2=0$ ， $h_1=h_2$ ，所以

$$0 = fl - \frac{1}{2}mv_1^2,$$

或

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = fl,$$

即火車原來所具有的動能，等于克服摩擦力和媒質阻力所做的功。

根據以上的討論，我們可以看出：對於一個物體來講，當外力對它做功時，它的動能要增加，並且增加的動能等于外力所做的功；當它克服阻力做功時，它的動能要減少，並且減少的動能等于克服阻力所做的功。但是，我們不能把這種現象理解為功和能在相互轉變。也就是說，我們不能把前一現象理解為外力的功變成了物體的動能，也不能把後一現象理解為物體的動能變成了克服阻力的功。功和能是不能相互轉變的。如果我們把研究的範圍稍微擴大一些，而不是局限在一個物體上時，就可以立刻看出：當甲物體對乙物體做功時，乙物體的能量是增加了，但是甲物體的能量是減少了。所以這不是功能轉變的問題，而是通過做功發生了能量的轉變。

例如打彈子時，甲彈碰撞乙彈，甲彈對乙彈做功；在做功的過程中，乙彈從靜止變動，動能增加了，甲彈從快變慢，動能減少了。又如槍彈穿入牆壁時，槍彈克服阻力做功；在這一過程中，槍彈的動能失去了，可是子彈和牆壁的溫度升高了，它們的內能（一種形式的能）增加了。同樣，當火車進站時，它克服阻力（包括空氣阻力與輪軸和軸承之間的摩擦力）做功；結果火車的動能失去了，而空氣、輪軸和軸承的溫度升高了，內能增加了。還有，蒸汽機汽缸中的蒸汽推動活塞時，蒸汽對活塞做功；結果蒸汽的體積膨脹了，溫

度降低了，它的內能减少了，而活塞和机器轉动部分的动能却增加了。

根据以上的一些事例和很多类似的事例，我們可以得出这样的一个結論：在做功的过程中，总是有能量从一个物体轉移到另一个物体，或从一种形式变换成另一种形式。或者简单地說：做功的过程是能量轉变的过程。

在今后的学习中，我們可以逐步地看到，能量的形式是很多的。除了我們已經了解的机械能之外，还有物质內能、电能、电磁能、光能和原子核能等等。事实証明，一切形式的能量都可以相互轉变。例如发电机在工作时就是把机械能轉变成电能，电动机就是把电能轉变成机械能等。

如果把参加轉变的所有物体的一切形式的能量都加在一起，那么，在整个过程中，各个物体的各种形式的能量的总和是不变的。俄国学者罗蒙諾索夫在 1744 年首先提出了一条定律：能量不能消灭，也不能創生，它只能由一种形式轉变为另一种形式。这就是能的轉变和守恒定律，是自然界中最普遍和最重要的定律之一。

例 10. 一顆速度为 200 米/秒的枪彈，恰好打穿一块木板。現在要想打穿完全相同的三块木板，問枪彈要具有多大的速度？

【解】 (1) 枪彈穿过木板，必須用它原有的动能来克服木板的阻力做功。現在枪彈恰好穿过木板，說明枪彈原来具有的动能，完全用来克服木板的阻力做功，所以

$$\begin{aligned} fl &= \frac{1}{2} mv_1^2 \\ &= \frac{1}{2} m(200)^2 = 20,000 m \text{ 焦耳,} \end{aligned}$$

式中 m 是枪彈的质量。

(2) 現在要使枪彈恰好穿过完全相同的三块木板。因为三块木板是完全相同的，因而枪彈克服这三块木板的阻力所做的功，应

該等于它克服一块木板的阻力所做的功的三倍。設这时枪彈的速度为 v , 則

$$\frac{1}{2}mv^2 = 3 \times 20,000 m,$$

$$v = \sqrt{120,000} \approx 350 \text{ 米/秒},$$

即枪彈的速度約为 350 米/秒时, 能够恰好穿过題中所規定的三块木板。

例 11. 在一段长为 2 公里的平直鉄路上, 列車的速度由 54 公里/小时增加到 72 公里/小时. 如果列車的重量是 2000 吨, 所受的阻力等于重量的 0.003 倍. 求在这一段鉄路上机車的平均牽引力。

【解】 (1) 我們用米·公斤·秒制来做. 首先把題中所列出的数字統一单位. 符号与代表功能原理的关系式中所用的相同。

$$v_1 = 54 \text{ 公里/小时} = 15 \text{ 米/秒};$$

$$v_2 = 72 \text{ 公里/小时} = 20 \text{ 米/秒};$$

$$l = 2 \text{ 公里} = 2000 \text{ 米};$$

$$m = 2000 \text{ 吨} = 2 \times 10^6 \text{ 公斤};$$

$$f = 0.003 \times 2 \times 10^6 \times 9.8 \text{ 牛頓} = 58,800 \text{ 牛頓}.$$

(2) 按題意分析, 設机車的平均牽引力为 F . 則机車牽引力所做的功 $F \times 2000$ 焦耳, 等于克服阻力所做的功 $58,800 \times 2000$ 焦耳与列車增加的动能 $= \frac{1}{2} \times 2 \times 10^6 (20^2 - 15^2)$ 焦耳之和, 即

$$F \times 2000 = 58,800 \times 2000 + \frac{1}{2} \times 2 \times 10^6 (20^2 - 15^2)$$

$$= 1176 \times 10^5 + 175 \times 10^6$$

$$= 2.926 \times 10^8 \text{ 焦耳},$$

$$\therefore F = 1.463 \times 10^5 \text{ 牛頓}$$

$$= 14,700 \text{ 公斤},$$

即机車的牽引力是 14.7 吨。

例 12. 列車的重量是 2000 吨. 現在要开上长 1000 米和坡

度是 0.015 的斜坡路。如果在上坡前列车的速度是 72 公里/小时，运动受到的摩擦力和空气阻力等于车重的 0.003 倍，则列车在上坡后的速度减为 36 公里/小时。求机车的平均功率。

【解】 (1) 取 $g=10$ 米/秒²。

$$m=2000 \text{ 吨}=2 \times 10^6 \text{ 公斤};$$

$$v_1=72 \text{ 公里/小时}=20 \text{ 米/秒};$$

$$v_2=36 \text{ 公里/小时}=10 \text{ 米/秒};$$

$$\text{斜坡的高 } h=1000 \times 0.015=15 \text{ 米};$$

$$\text{摩擦力和空气阻力 } f=2 \times 10^6 \times 0.003=6 \times 10^3 \text{ 公斤}.$$

(2) 按题意分析，机车牵引力所做的功，等于克服阻力所做的功与机械能的增加之和。即

$$\begin{aligned} A &= fl + \frac{1}{2} m(v_2^2 - v_1^2) + Ph \\ &= 6 \times 10^3 \times 1000 + \frac{1}{2} \times \frac{2 \times 10^6}{10} (10^2 - 20^2) + 2 \times 10^6 \times 15 \\ &= 6 \times 10^6 - 30 \times 10^6 + 30 \times 10^6 \\ &= 6 \times 10^6 \text{ 公斤} \cdot \text{米}. \end{aligned}$$

(3) 再用匀加速运动公式 $S = \frac{v_1 + v_2}{2} \times t$ ，求列车通过 1000 米这段路程所化的时间 t ，

$$t = \frac{2S}{v_1 + v_2} = \frac{2 \times 1000}{20 + 10} = \frac{200}{3} \text{ 秒} = 66 \frac{2}{3} \text{ 秒}.$$

(4) 所以机车的平均功率 N 为

$$\begin{aligned} N &= \frac{A}{t} = \frac{6 \times 10^6}{\frac{200}{3}} = 9 \times 10^4 \text{ 公斤} \cdot \text{米/秒} \\ &= 1200 \text{ 馬力}. \end{aligned}$$

习 题 10.6

1. 一块重 500 克的石头从 10 米高的地方落下，落到地面时的速度是 12

米/秒。求石头克服空气阻力所做的功。

2. 在平直的道路上，一辆重 3 吨的汽車用 10 米/秒的速度前进，在关闭发动机后前进 50 米停止，求汽車受到的平均阻力是多少公斤。

3. 一颗速度为 700 米/秒的枪彈，打穿一块木板以后，速度减低到 500 米/秒。如果让它继续穿过第二块完全相同的木板，速度要减低到多少。

4. 物体在倾角为 45° 的粗糙斜面上从静止开始滑下，它滑到底端时的速度，是物体从同一高度自由落下时的 0.8 倍。求物体和斜面之间的摩擦系数。

本章提要

1. 功和功率

(1) 功是由两个因素决定的，一个是作用力，另一个是物体在力的方向上通过的路程。功的大小等于力和受力物体在力的方向上所通过的路程的乘积。

(2) 功与完成这个功所用的时间的比叫做功率。

【問題】

(1) 举几个实例，说明如果决定功的两个因素缺了一个就不算做功。

(2) 如果作用力和物体移动的方向不一致的时候，怎样来计算功？

(3) 说明正功和负功的意义。

(4) 当汽車的发动机的功率保持不变的时候，汽車的牵引力与它的速度有什么关系？

(5) 功和功率的单位是什么？

2. 机械能

(1) 能是一个表示物体做功本领的物理量。物体能做多少功，就说物体具有多少能量。能和功的单位是相同的。

(2) 由于物体本身的运动而具有的能叫做动能。运动物体的动能等于它的质量和速度平方的乘积的一半，即 $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ 。

(3) 由物体和地球的相对位置所决定的能叫做重力势能。重力势能等于物体的质量、重力加速度和它距离地面的高度的乘积，即 $E_p = mgh$ 。

(4) 势能和动能统称为机械能。

(5) 机械能守恒定律：在任何一个物体的势能和动能相互转变的过程中，如果没有外力做功，并且不考虑摩擦力和媒质阻力，总机械能保持不变。

【問題】

- (1) 为什么我們說至少有两个物体才有势能。举例說明。
- (2) 举例証明如果外力所做的功完全用来增加物体的势能，那么，外力所做的功就等于物体增加的势能。
- (3) 举例証明如果外力所做的功完全用来增加物体的动能，那么，外力所做的功就等于物体增加的动能。
- (4) 用豎直上抛物体的动能和势能的轉变，証明机械能守恒定律，并推导豎直上抛运动公式

$$v^2 = v_0^2 - 2gh.$$

3. 功能原理, 能的轉变和守恒定律

- (1) 外力对物体所做的功，等于物体克服摩擦力和媒质阻力所做的功与增加的机械能之和。
- (2) 能的轉变和守恒定律：能量不能消灭，也不能創生，它只能从一种形式轉变为另一种形式。

【問題】

- (1) 用物体在斜面上向上运动的例子，証明机械能的减少，等于物体克服摩擦力和媒质阻力所做的功。
- (2) 用机車在平直的铁路上运动的例子，証明机車动能的减少，等于它克服摩擦力和媒质阻力所做的功。
- (3) 机械能守恒的关系在什么情况下才能适用？
- (4) 举例說明能的轉变和守恒定律。

复 习 題 十

1. 由于慣性而在光滑的桌面上作匀速运动的物体是否在做功？其他的物体有沒有对它做功？为什么？
2. 当通过的路程相同时，为什么汽車作加速运动时比作匀速运动时消耗更多的汽油？
3. 原来在平直的道路上行駛的汽車，当它要开上斜坡时，为什么会走得慢一些？如果要保持原来的速度，应该怎样处理？
4. 火車的质量是飞机质量的 100 倍，而速度只有飞机速度的 $1/12$ 。問那一个具有較大的动量？那一个具有較大的动能？
5. 当子彈在水平飞行途中遇到木板并且穿过这块木板的时候，子彈的运动有沒有发生变化？子彈的动能有沒有发生变化？这种情形与能量守恒

和轉換定律是不是符合？机械能是否守恒？仔細說明一下。

6. 騎自行車的人和自行車共重 75 公斤，騎行的速度是 36 公里/小時，如果他遇到的阻力等於重量的 0.01 倍，求所化的功率是多少？

7. 撐竿跳運動員的體重是 60 公斤，在跳過 4 米高時，如果用力的時間是 0.4 秒，問他所化的平均功率是多少馬力？

8. 一輛重 2 噸的汽車在平直的道路由靜止開始出發，牽引力是 270 公斤，在通過 50 米的路程後速度增加到 36 公里/小時。求它在這段路程中克服阻力所做的功。

9. 一座重 1.5 噸的電梯用 1 米/秒^2 的加速度上升。如果所受的摩擦阻力等於它的重量的 0.2 倍，求電動機在上升時的開始 2 秒鐘內所做的功。

10. 一輛原來靜止的重 2 噸的汽車向山上開行。山的坡度是 0.05。如果汽車發動機的功率是 15 馬力，開出 100 米以後的速度增加到 36 公里/小時，求汽車所受到的平均阻力。（取 $g=10 \text{ 米/秒}^2$ ）

第十一章 簡單機械

我們在日常生活和生产劳动中，随时随地都要用到机械。例如，从木头里面拔出釘子要用錙头，裁衣服要用剪刀，买菜要用秤，吊重物到高处要用滑輪等等。一切可以用来改变力的大小和方向的装置，都叫做机械。利用机械可以大大地減輕人类繁重的体力劳动，还可以使工作进行得更为迅速和更为精确。

机械的种类一般是比较复杂的，例如縫紉机、起重机、火車头、拖拉机等。可是，不論它們怎样复杂，总是由有限的几种最简单和最基本的机械組合起来的。有关簡單机械的知識，是一切机械的基本知識。为了更好地掌握各式各样的生产工具，就需要了解有关簡單机械的原理。

§ 11.1 机械的功的原理

任何机械，不論是简单的或者是复杂的，在工作时，总要受到两种力的作用：一种是推动机械的力，叫做**动力**；另一种是阻碍机械运动的力，叫做**阻力**。例如在图 11.1 中，用滑輪提重物时， F 就是动力， P 就是阻力。

动力可以是人力，也可以是畜力、风力、水力、蒸汽压力等等。阻力除了我們要克服的**有用阻力**（如图 11.1 中的 P ）之外，还有一些不可避免的**无用阻力**。无用阻力主要是指机械各部分之間的摩擦力（如繩子与滑輪之間、滑輪与軸之間的摩擦力等）和机械本身的重量（如滑輪的重量等）。为了討論方便起見，我們先不考虑无用阻力。

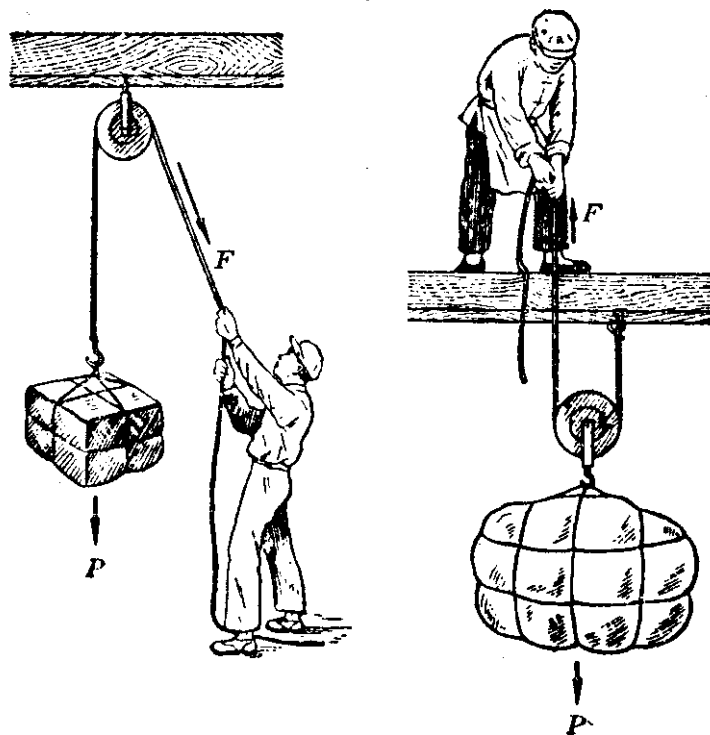


图 11·1 定滑輪和动滑輪

动力在推动机械的时候，对机械做功，这叫做**动力功**；机械在动作过程中，又克服阻力做功，这叫做**阻力功**。我們現在来討論动力功和阻力功之間的关系。

用杠杆为例，如图 11·2 所示，在一根輕的杠杆的短臂上悬挂着一个重物 P (阻力)。为了要举起重物，在杠杆的长臂上手加上一个豎直向下的力 F (动力)，使杠杆匀速地轉过一个角度，也就是匀速地举起了重物 P 。

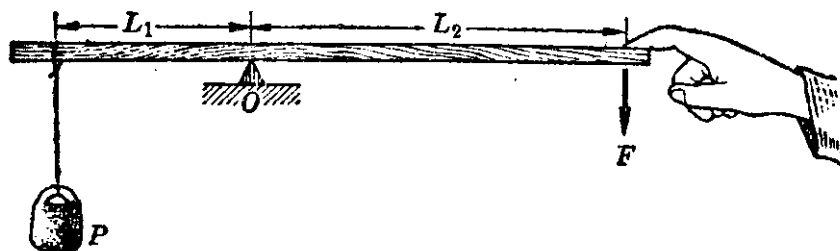


图 11·2 杠杆

从实验知道，当杠杆匀速地举起阻力 P 时，动力 F 与阻力 P 的比值，等于 P 的力臂 L_1 与 F 的力臂 L_2 的比值，即：

$$\frac{F}{P} = \frac{L_1}{L_2}.$$

再从图 11.3 可以看出, 由于画着斜线的两个三角形相似, 即得

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{h_1}{h_2}.$$

所以

$$\frac{F}{P} = \frac{h_1}{h_2}, \text{ 或 } Fh_2 = Ph_1.$$

Fh_2 是动力 F 对杠杆所做的功, 即动力功; Ph_1 是杠杆克服阻力所做的功, 即阻力功. 从上式知道, 这两个功相等, 即动力功等于阻力功.

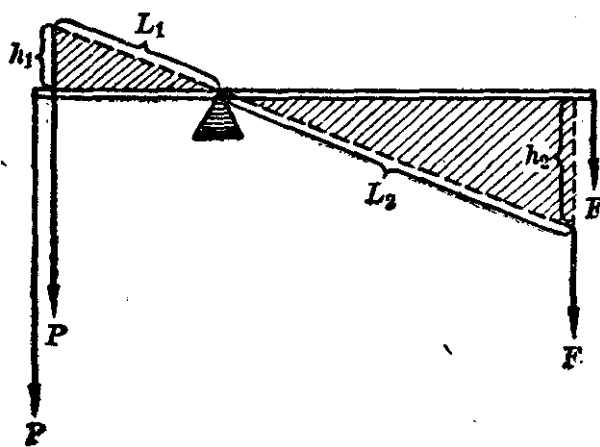


图 11.3

所以使用杠杆并不能省功. 这个道理, 对于随便哪一种简单或复杂的机械来讲, 都已经证明是完全正确的. 因此, 我们就得到一个重要的结论: 利用任何机械

都不能省功. 这个结论叫做机械的功的原理.

§ 11.2 机械效率和机械利益

上面我们谈过, 阻力包括有用阻力和无用阻力两种. 所以阻力功也应该包括有用阻力功和无用阻力功两种, 前者我们叫它有用功, 后者叫它无用功.

在 § 11.1 杠杆作功的讨论中, 我们没有考虑到无用阻力, 所以那里所讲的阻力功, 实际上只是指有用功. 因此, 在不考虑无用阻力时, 机械的动力功等于有用功.

可是, 对于实际的机械来讲, 无用阻力总是存在的, 因而, 使用各种机械来做功时, 除了完成所需要的有用功之外, 还必须做一些额外的无用功. 例如, 用起重机举重物的时候, 不仅要举起重物

的有用功,还要做举起起重机部分机件和克服摩擦的无用功。

所以,不論使用什么机械,有用功只占动力功的一部分。有用功与动力功的比值叫做机械效率。

用 η 表示机械效率, W_1 表示有用功, W 表示动力功, 则

$$\eta = \frac{W_1}{W}.$$

机械效率总是小于 1 的,通常用百分比来表示。例如,在使用某机械时,一共做了 80 公斤·米的动力功,其中只有 40 公斤·米是有用功,那么它的机械效率

$$\eta = \frac{40 \text{ 公斤} \cdot \text{米}}{80 \text{ 公斤} \cdot \text{米}} = 0.5 = 50\%.$$

使用机械既不能省功,那么我們为什么要用它呢? 我們說:第一,是为了省力,例如用起重机举重物就是一个很明显的例子。在使用 § 11.1 中所讲的杠杆时,由于 L_2 大于 L_1 , 所以 F 小于 P , 它是省力的。第二,是为了加快速度,保証质量,提高精确度等,例如縫紉机、各种車床等都是很好的例子。

在討論简单机械时,为了表明它的省力程度,我們引入一个物理量叫做机械利益,它的定义是:机械利益是机械的有用阻力和动力的比值。用 A 表示机械利益, F 表示动力, P 表示有用阻力, 则

$$A = \frac{P}{F}.$$

机械利益可以大于 1, 等于 1 或小于 1。例如,在 § 11.1 中讲过的这种杠杆, 它的机械利益大于 1; 天平的机械利益等于 1; 而火鉗的机械利益則小于 1。机械利益大于 1 表示省力, 小于 1 表示費力, 等于 1 表示既不省力也不費力。

机械效率和机械利益并不是两个互不相关的物理量, 而是有着內在的联系的。仍旧拿 § 11.1 中已經讲过的杠杆为例來說明: 在沒有无用阻力的情况下, 动力功等于有用阻力功, 机械效率等于

100%。因为

$$Fh_2 = Ph_1,$$

所以此时机械利益为

$$A = \frac{P}{F} = \frac{h_2}{h_1}. \quad (1)$$

在有无用阻力的情况下,动力功总是大于有用阻力功,机械效率等于 η , 并且

$$\eta = \frac{Ph_1}{Fh_2},$$

此时机械利益为

$$A' = \frac{P}{F}.$$

为了得出 A' 和 A 之间的关系,可以将 A' 写成

$$A' = \frac{P}{F} = \left(\frac{P}{F} \times \frac{h_1}{h_2} \right) \times \frac{h_2}{h_1} = \eta \times \frac{h_2}{h_1} \quad (2)$$

对比(1)、(2)两式,得出

$$A' = \eta \cdot A,$$

式中 A' 为有无用阻力时的机械利益,即机械效率小于 100% 时的机械利益; A 为没有无用阻力时的机械利益,即机械效率等于 100% 时的机械利益,我们称它为**理想机械利益**。

§ 11.3 杠 杆

简单机械的类型有很多种。但是从它们的结构来看,基本上可以分为两大类。一类是由最简单的杠杆发展出来的,称为杠杆类简单机械,如滑轮、轮轴等。另一类是从最简单的斜面发展出来的,称为斜面类简单机械,如劈、螺旋等。

现在我们先来讨论杠杆类简单机械,并且先从杠杆谈起。

在 § 11.1 中,我们已经讨论过杠杆做功的情形,并且从实验得到

$$\frac{P}{F} = \frac{L_2}{L_1},$$

或

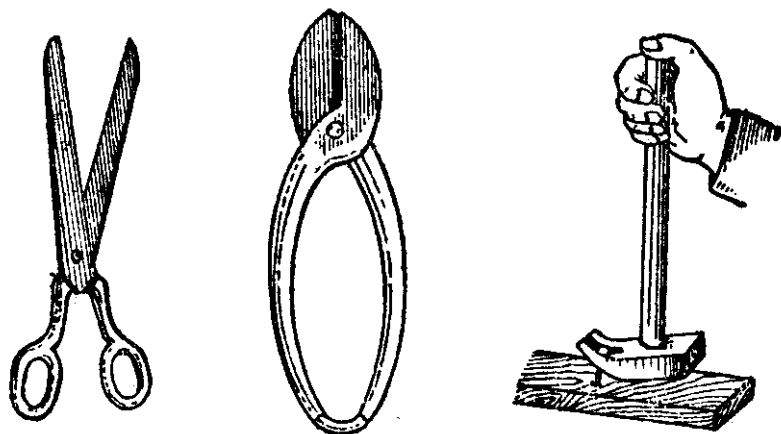
$$FL_2 = PL_1.$$

現在讓我們再用第九章中所學到的知識來進行討論：杠桿在 F 和 P 的作用下，勻速地繞着 O 點（即轉軸通過 O 點，一般叫它支點）轉動，也就是杠桿處在動平衡狀態。根據平衡條件，動力 F 的力矩應該等於阻力 P 的力矩，這就是上面這個關係式的物理意義。式中 L_2 是動力 F 到 O 點的垂直距離，叫做**動力臂**。 L_1 是阻力 P 到 O 點的垂直距離，叫做**阻力臂**。

由此可見，在不計無用阻力的情形下，動力的力矩等於有用阻力的力矩。這就叫做**杠桿原理**。一切杠桿類型的機械都遵從這個原理。

杠桿可以分為下列三類。

第一類是動力 F 和有用阻力 P 分別在支點的两邊（圖 11·4）。這類杠桿的機械利益 $A = \frac{P}{F} = \frac{L_2}{L_1}$ ，可以大於 1、等於 1 或小於 1。所以既可以省力，也可以反而費力。例如，理髮用的剪刀，刀口很長（即 L_1 大），它的機械利益小於 1；這是因為剪髮本來不需要多大的氣力，刀口長一些，能夠剪得快一些和齊一些。又如剪金屬片



理髮用的剪刀 剪金屬片用的剪刀 拔釘的榔頭

圖 11·4 第一類杠桿

用的剪刀,刀口很短,它的机械利益远大于1;这是因为金属很硬,刀口短,刀把长,可以少化一点气力。

第二类是支点和动力分别在有用阻力的两边(图11·5)。这一类杠杆的机械利益总是大于1,所以总是省力的。

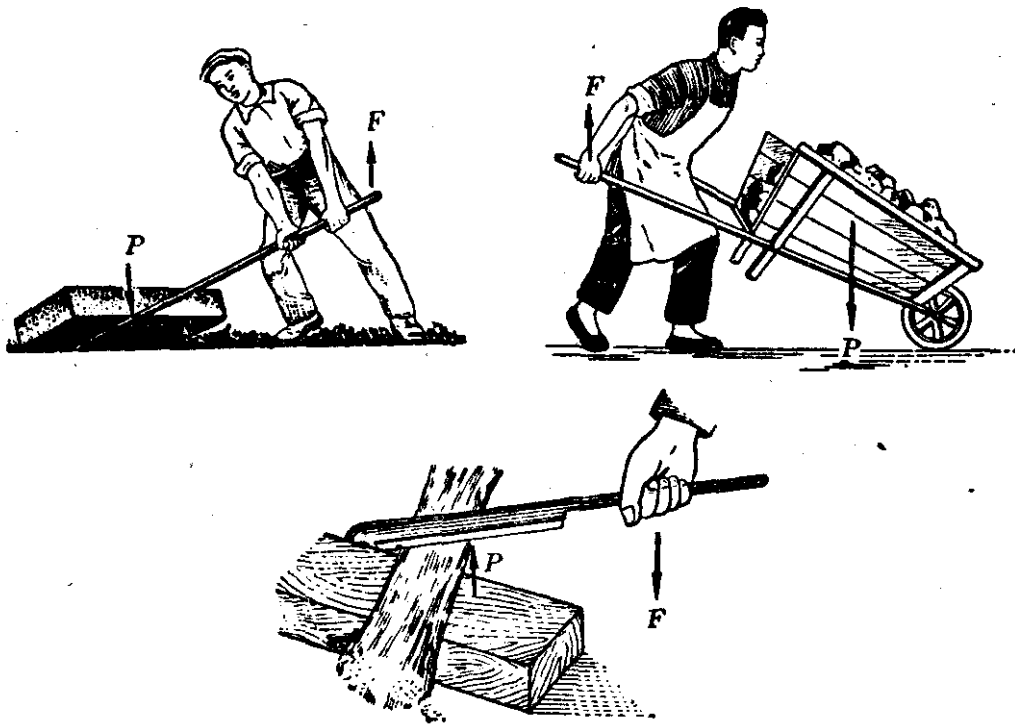


图11·5 第二类杠杆

第三类是支点和有用阻力分别在动力的两边(图11·6)。这一类杠杆的机械利益总是小于1,所以总是反而费力的。例如捕鱼用的网,因为要鱼网出水快,宁可多费一点气力。

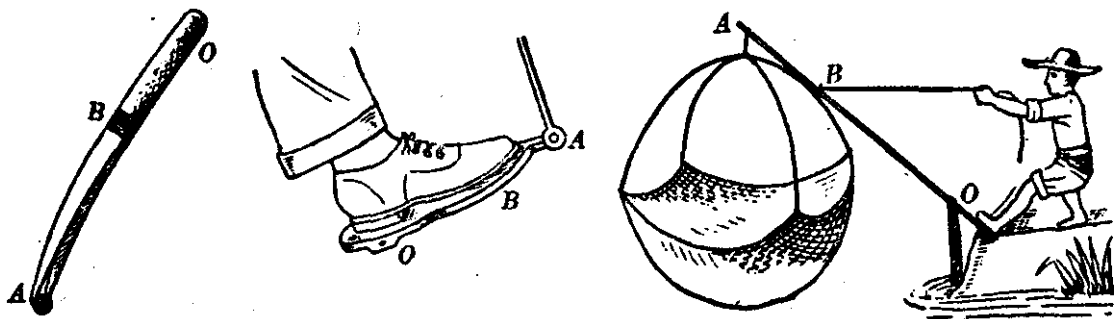


图11·6 第三类杠杆

例1. 图11·7是用铁撬撬石的情况, O 为支点。如果 P 为126公斤, L_1 和 L_2 分别为20厘米和140厘米。求作用力 F 和机

械利益。

【解】 根据题意，阻力 $P=126$ 公斤，阻力臂 $L_1=20$ 厘米，动力臂 $L_2=140$ 厘米，求动力 F 。用力矩原理得

$$F \times 140 = 126 \times 20,$$

$$\therefore F = \frac{126 \times 20}{140} = 18 \text{ 公斤.}$$

机械利益为

$$A = \frac{P}{F} = \frac{L_2}{L_1} = \frac{140}{20} = 7.$$

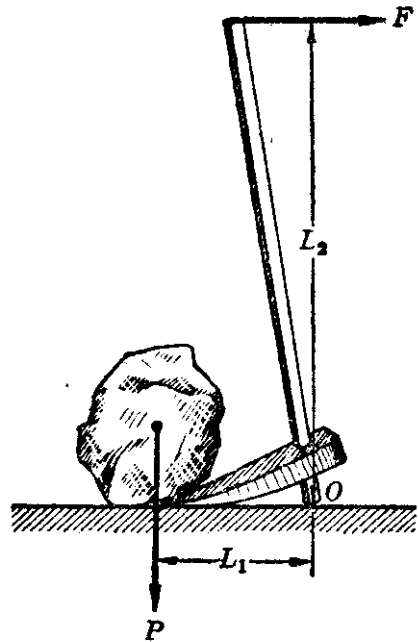


图 11.7

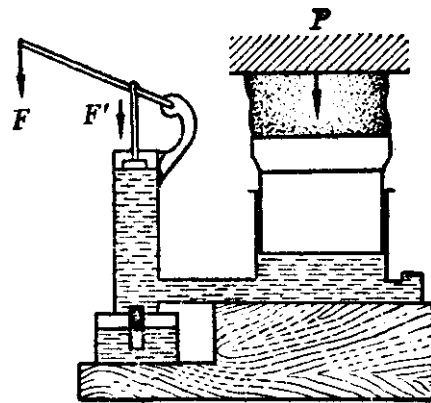


图 11.8

例 2. 图 11.8 所示水压机的机械效率是 80%，两个活塞的面积分别为 $S=500$ 厘米² 和 $S'=5$ 厘米²，杠杆短臂的端点和小活塞相連。杠杆长臂和短臂的比值是 9。如果在杠杆长臂的端点加上一个力 $F=10$ 公斤，問大活塞受力多大？

本題有两种解法。

【解 1】 用功的原理解：假定杠杆部分沒有无用阻力，則根据力矩原理，作用在小活塞上的力 F' 为

$$F' \times 1 = 10 \times 9$$

即

$$F' = 90 \text{ 公斤.}$$

再假设小活塞在力 F' 的作用下下降了一段距离 h' , 则大活塞将升高一段距离 h . 由于可以把液体的体积看作是不变的, 因此,

$$S'h' = Sh,$$

所以

$$h = \frac{S'h'}{S} = \frac{5h'}{500} = \frac{h'}{100}.$$

在这段路程上, 小活塞下降, F' 所做的功 (即动力功) 是 $F'h'$; 大活塞上升, 反抗阻力 P 所做的功 (即有用阻力功) 是 $Ph = P \frac{h'}{100}$.

根据机械效率的定义, 得

$$\eta = \frac{\frac{Ph'}{100}}{F'h'} = 0.8,$$

所以

$$P = 100F' \times 0.8 = 100 \times 90 \times 0.8 = 7200 \text{ 公斤.}$$

【解 2】用机械利益解: 作用在大活塞上的力为 P , 作用在杠杆长臂端点上的力为 F , 则这种水压机的总的机械利益为

$$A = \frac{P}{F}.$$

它由两部分组成: 一部分是杠杆的机械利益 $A_1 = \frac{9}{1} = 9$; 另一部分是水压机的机械利益 A_2 .

水压机的机械利益可以这样来求: 设作用在小活塞上的力为 F' , 则在不考虑无用阻力的情况下, 我们可以根据第三章中已经讨论过的帕斯卡定律得出

$$\frac{F'}{S'} = \frac{P}{S},$$

或

$$\frac{P}{F'} = \frac{S}{S'},$$

式中左边 $\frac{P}{F'}$ 就是水压机的机械利益 A_2 。把题目中所列出的数字代入，得

$$A_2 = \frac{S}{S'} = \frac{500}{5} = 100.$$

因此，在不計无用阻力的情况下，水压机的总的机械利益为

$$A = A_1 \cdot A_2 = 9 \times 100 = 900.$$

实际上，无用阻力是存在的，它的机械效率只有 80%，所以这一个水压机的实际机械利益是 $\eta A = 900 \times 0.8 = 720$ ，因此

$$\frac{P}{F} = \frac{P}{10} = 720, \quad \therefore P = 7200 \text{ 公斤}.$$

习 题 11.3

1. 在杠杆一端距支点 20 厘米处有一个 96 公斤的阻力，在另一端距支点 50 厘米处有一个 40 公斤的平行的作用力。这时的杠杆能够作匀速转动。求杠杆的机械效率。

2. 在杠杆 12 厘米的臂上的作用力是 150 公斤，要想使杠杆作匀速转动，在另一 40 厘米的臂上要加上多大的平行力？

3. 在杠杆 24 厘米的臂上的作用力是 300 公斤，要想使杠杆作匀速转动，要在另一臂上多少厘米处加上 96 公斤的力才行？力的方向是怎样的？

4. 一个中国式杆秤，杆重 3 两，挂物的钩重 1 两，锤重 10 两，秤纽和秤钩相距 2 寸，杆的重心和钩相距 6 寸。问杆上刻度距钩多少寸的地方开始？又 50 两的刻度应刻在距钩多少寸的地方？

5. 有一个不太精确的天平 ($L_1 \neq L_2$)，如果将一个物体放在左盘时，称得其质量为 120 克，放在右盘时，称得其质量为 125 克。求此物体的确实质量和天平两臂 L_1 和 L_2 的比值。

§ 11.4 滑輪和輪軸

1. 滑輪和輪軸 在图 11.9 中，(a) 是定滑輪，(b) 是动滑輪，(c) 是輪軸。图中表明的 P 是阻力， O 是支点， F 是动力。可以看出，任何时候， F 、 P 、 O 都在它們的直徑或半徑上。所以它們都是杠杆类型的机械。

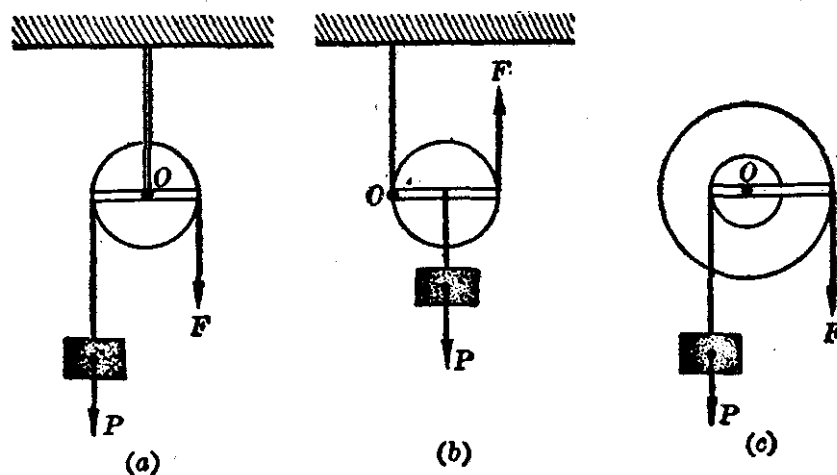


图 11·9 滑輪和輪軸

在图 11·9(a) 的定滑輪中，动力臂和阻力臂都是滑輪的半徑 r 。在不計无用阻力的情况下，根据力矩原理，

$$Pr = Fr,$$

它的机械利益为

$$A = \frac{P}{F} = 1.$$

机械利益等于 1，表示使用这种机械既不省力，也不費力。定滑輪的作用是改变了动力的方向（图 11·10），也就是要把重物 P 提到高处，原来要用向上的力，現在利用定滑輪，就可以改用向下的力，因而方便得多了。

在图 11·9 (b) 的动滑輪中，动力臂是滑輪的直徑 $2r$ ，阻力臂是它的半徑 r 。在不計无用阻力时，根据力矩原理，

$$Pr = F \times 2r,$$

它的机械利益为

$$A = \frac{P}{F} = \frac{2r}{r} = 2.$$

机械利益等于 2，表示使用这种机械时，可以省去一半力（图 11·11）。

在图 11·9 (c) 的輪軸中，动力臂是輪的半徑 R ，阻力臂是軸的半徑 r 。在不計无用阻力时，根据力矩原理

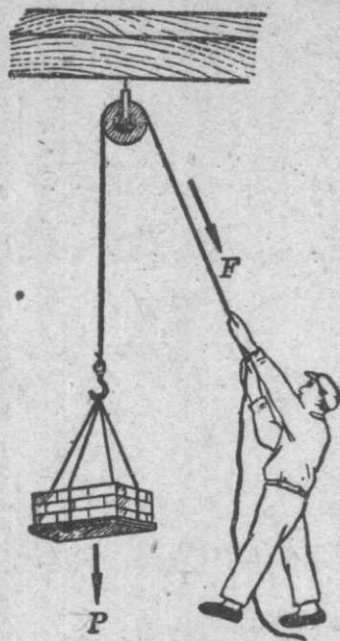


图 11·10

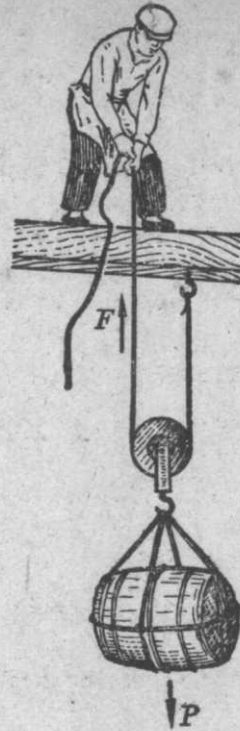


图 11·11

$$Pr = FR,$$

它的机械利益为

$$A = \frac{P}{F} = \frac{R}{r}.$$

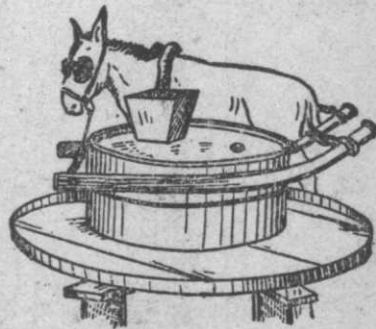
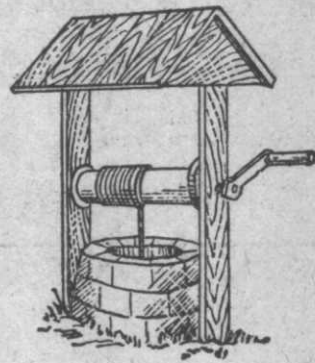
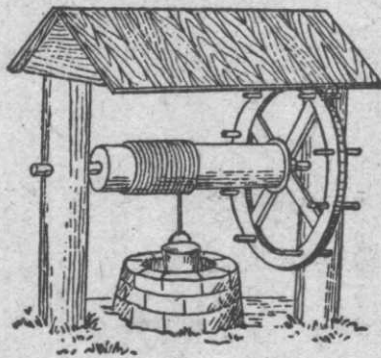


图 11·12

由于 R 总是大于 r ，所以 F 总是小于 P ，即利用輪軸总是可以省力。图 11·12 中的轆轤、絞盤、石磨等都是輪軸的例子。

上面的这些討論，也可以用机械的功的原理来分析，結果是一样的。例如，对輪軸来讲，每轉动一圈，动力功等于 $F \times 2\pi R$ ，阻力功等于 $P \times 2\pi r$ 。在不計无用阻力时，机械的动力功等于阻力功，即

$$F \times 2\pi R = P \times 2\pi r,$$

結果仍是

$$\frac{P}{F} = \frac{R}{r}.$$

讀者自己可以用同样的方法分析动滑輪和定滑輪。

2. 滑輪組 为了获得較大的机械利益，我們常常把几个动滑輪和几个定滑輪組合在一起应用，这种組合叫做滑輪組。滑輪組一般可以分为两类。图 11·13 所示的是用一根繩子联結起来的滑輪組，图 11·14 所示的是用几根繩子联結起来的滑輪組。

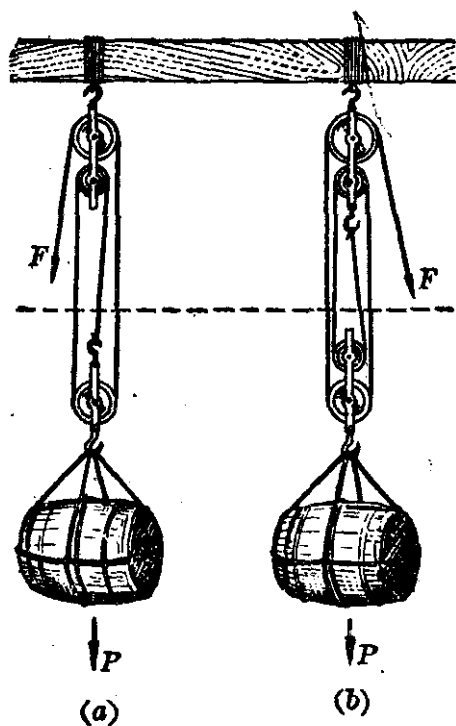


图 11·13 滑輪組(一)

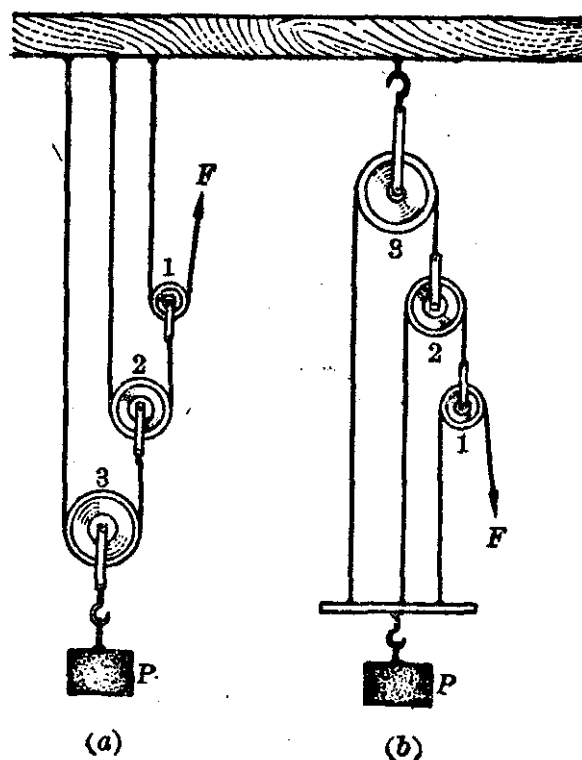


图 11·14 滑輪組(二)

我們先来求图 11·13 那样的滑輪組的机械利益。設有 n 股繩子系着动滑輪，則当这些动滑輪和重物 P 被提高 h 距离时，动力 F 要向下拉 nh 的距离。因此，在不考虑无用阻力（包括动滑輪本身的重量）时，根据功的原理，动力功应该等于有用功，即

$$F \times nh = P \times h,$$

它的机械利益为

$$A = \frac{P}{F} = n.$$

这就是說，用一根繩子联結起来的滑輪組的机械利益，等于系在动滑輪上的繩子的股数 n 。图 11·13 (a) 的机械利益是 3，(b) 的是 4。

图 11·14 所示滑輪組的机械利益可以这样来进行分析：如图 11·14(a) 所示，有三根繩子分別系在三个动滑輪上。就滑輪 1

讲，它受到向上的两段繩子的拉力 F （因为是一根繩子的两段）

和向下的拉力 T_1 的作用，如图 11·15(a) 所示。同样地，动滑輪 2

的受力图如图 11·15(b) 所示，动滑輪 3 的受力图如图 11·15(c)

所示。当各滑輪匀速上升时，如果滑輪本身的重量不計，則每个

滑輪所受到的上下两方的力应该相等，即

$$2F = T_1,$$

$$2T_1 = T_2,$$

$$2T_2 = P.$$

解这些方程式，得

$$P = 8F.$$

所以这种滑輪組的机械利益是

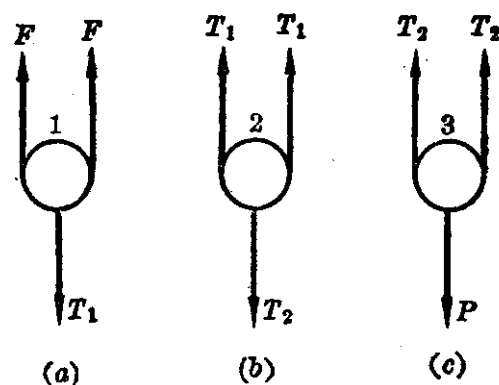


图 11·15

$$\frac{P}{F} = 8.$$

这种装置是用动滑輪組成的。根据以上的討論可以看出，用一个动滑輪的机械利益是 2；用两个动滑輪的机械利益是 $4 = 2 \times 2 = 2^2$ ；用三个动滑輪的机械利益是 $8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$ 。由此类推，如果用 n 个动滑輪組成这样的装置，其机械利益为 2^n 。

图 11.14(b) 所示的滑輪組，也可以用同样的方法来分析每个滑輪的受力情况。如图 11.16 所示，列出两个动滑輪和板的平衡方程，得

$$\begin{aligned} T_1 &= 2F, \\ T_2 &= 2T_1, \\ P &= F + T_1 + T_2. \end{aligned}$$

解这些方程，得

$$P = F + 2F + 4F = 7F,$$

所以这种滑輪組的机械利益为

$$\frac{P}{F} = 7.$$

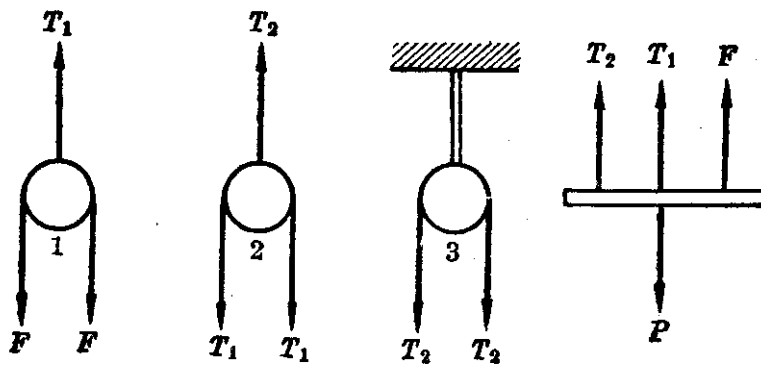


图 11.16

这种装置是由一个定滑輪和几个动滑輪（图中是 2 个）組成的。如果只用一个定滑輪，机械利益是 $1 = 2^1 - 1$ ；如果用一个动滑輪和一个定滑輪，机械利益是 $3 = 2^2 - 1$ ；如果用二个动滑輪和一个定滑輪，机械利益是 $7 = 2^3 - 1$ 。依此类推，如果用 n 个动滑輪和一个定滑輪組成这样的装置，則它的机械利益将是 $2^n - 1$ 。

3. 差动滑輪 图 11·17 的上面是一个定滑輪，它是由两个直徑差不多的并且装在同一根軸上的圓盘 (A、B) 組成的。下面是一个动滑輪，用一根繩子与上面的定滑輪联結起来，如图所示。这样組成的滑輪組叫做差动滑輪。

設大輪 A 的半徑是 R ，小輪 B 的半徑是 r 。当动力 F 拉繩子使大輪轉动一周时，动力 F 向下移动了 $2\pi R$ 的路程，大輪卷起的繩子长 $2\pi R$ ，此时小輪也轉动一周，并放下繩子 (长 $2\pi r$)，因而动滑輪和重物 P 上升的高度为 $\frac{1}{2}(2\pi R - 2\pi r)$ 。在不考虑无用阻力时，根据功的原理，得

$$F \times 2\pi R = P \times \frac{1}{2}(2\pi R - 2\pi r)$$

$$\frac{P}{F} = \frac{2R}{R - r}$$

滑輪組的組合方式很多，求它們的机械利益时，必須进行具体分析。

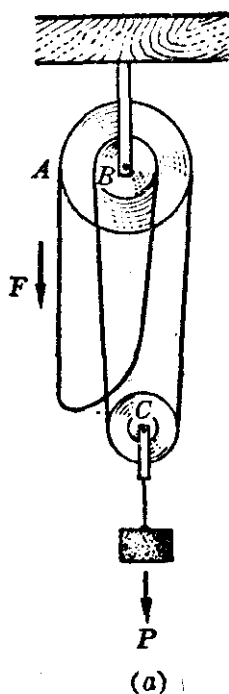


图 11·17 差动滑輪

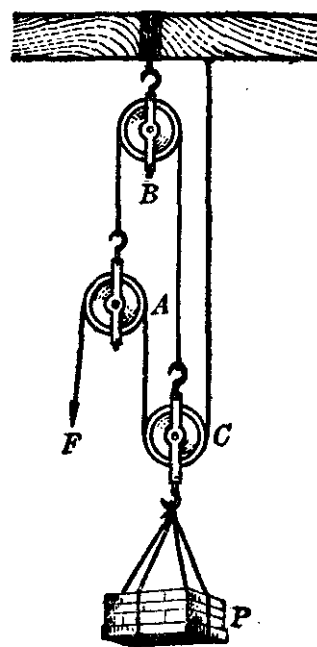
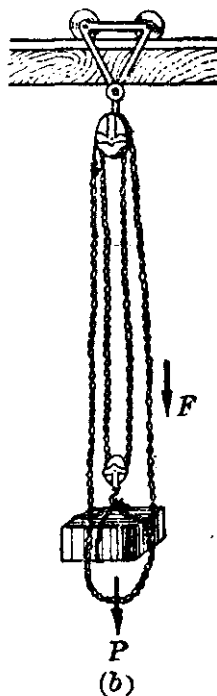


图 11·18

例 3. 图 11·18 表示一个滑輪組。如果物体的重量为 P ，求动力 F 和机械利益。

【解】 这是由一个定滑輪和两个动滑輪用两根繩子联結起来的滑輪組。根据同一繩子各段的張力相等，我們可以画出各滑輪的受力图，如图 11·19 所示。

动力 F 向下拉时，动滑輪 A 匀速下降，动滑輪 C 和重物匀速上升，它們处于动平衡状态中，所以

$$\text{对于滑輪 } A \text{ 来讲: } T = 2F,$$

$$\text{对于滑輪 } C \text{ 来讲: } T + 2F = P,$$

$$\therefore F = \frac{P}{4}, \quad A = \frac{P}{F} = 4,$$

即动力等于重物重量的四分之一，机械利益等于 4。

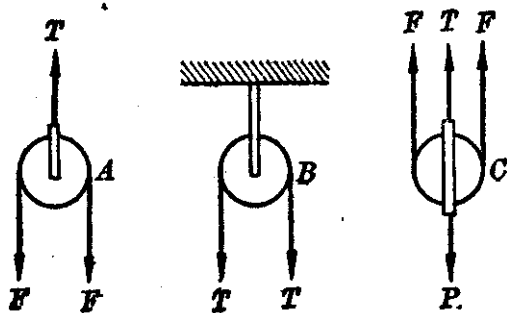


图 11·19 各滑輪的受力图

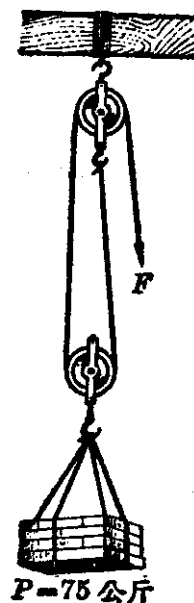


图 11·20

例 4. 用一个定滑輪和一个动滑輪組成一个滑輪組，并且利用它把重 75 公斤的物体提高 10 米。如果滑輪組的效率是 60%，求有用功、动力功和动力。

【解】 这个滑輪組應該如图 11·20 所示的那样联結在一起。按題意，有用功 = 75 公斤 × 10 米 = 750 公斤·米。所以，根据机械效率定义，得

$$\text{动力功} = \frac{750}{0.6} = 1250 \text{ 公斤·米。}$$

从图中可以看出，当重物(阻力) P 被提高 10 米时，动力 F 要拉下

20 米。所以

$$1250 = F \times 20$$

即

$$F = 62.5 \text{ 公斤.}$$

习 题 11.4

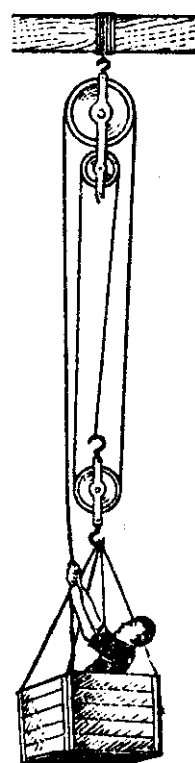
1. 一个重 60 公斤的人, 坐在悬椅上, 利用如附图所示的滑輪組, 拉动自身。求 (1) 这个人要用多少力? (2) 如果由另外一个人站在地上拉, 要用多少力?

2. 設輪軸的直徑比为 1:15。問在輪上需要用多少力, 才能把軸上所悬挂的 30 公斤的重物举起? 如果把重物举高 5 米, 做功多少?

3. 水手四人用絞盘拔起沉在水中的鉄錨。軸的直徑为 20 厘米, 絞盘臂长 120 厘米, 如果每个人用力 80 公斤才能拔起, 問錨重多少?

4. 一个由 3 个定滑輪和 3 个动滑輪組成的滑輪組的机械效率是 0.6。用这种滑輪組匀速地提高物体时, 如果所用的力是 75 公斤, 求可以提起多少重的物体?

5. 一个輪軸的机械效率是 0.8, 应用它可以用 100 公斤的力匀速地提高 400 公斤的物体, 求軸和輪半徑的比值。



(第 1 題)

§ 11.5 斜 面

現在我們來討論斜面类简单机械, 并且先从斜面談起。

研究斜面的机械利益时, 可以用机械的功的原理来处理, 也可以用斜面原理来处理。

前面已經讲过, 一个放在光滑斜面上的物体, 使它向下滑动的作用力等于物体的重量 P 沿斜面方向的分力, 如果我們要把物体匀速地沿斜面推上去, 則所用的动力 F 必須等于这个分力(图 11.21 和图 11.22), 即

$$F = P \sin \theta.$$

这个关系就叫做**斜面原理**。它的意思就是说：在不计无用阻力的情况下，如果要把物体匀速地推上斜面，则在斜面方向上的动力等于有用阻力沿斜面的分力。

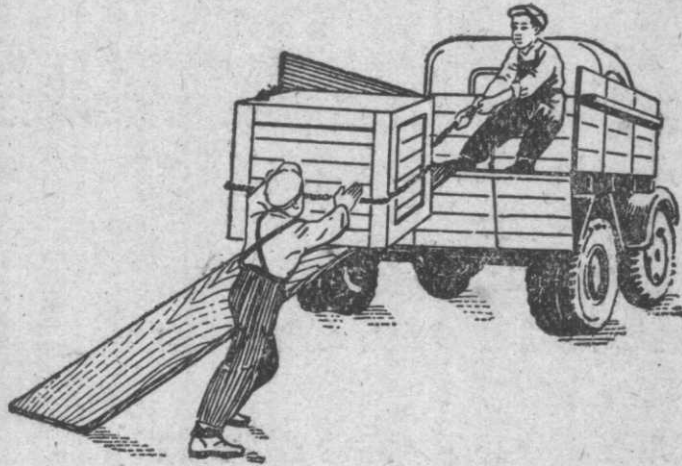


图 11·21 把重物沿斜面推上車去

很明显，斜面的机械利益为

$$A = \frac{P}{F} = \frac{1}{\sin \theta}.$$

設斜面的长为 L ，高为 h ，則由于 $\sin \theta = \frac{h}{L}$ ，所以斜面的机械利益又可以写成为 $A = \frac{L}{h}$ 。因为 L 总是大于 h ($\sin \theta$ 总是小于 1)，所以斜面的机械利益总是大于 1，即利用斜面总是省力的。

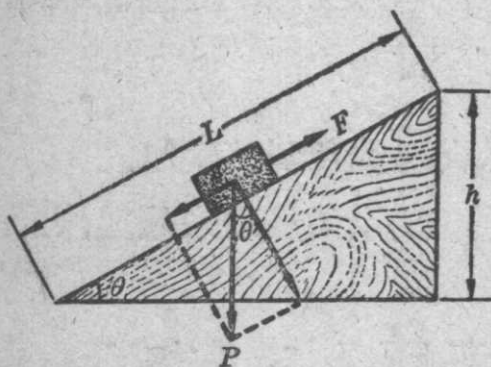


图 11·22 利用斜面作功的研究

我們也可以用功的原理来推导。如图 11·22 所示，在把物体从斜面底部匀速地推到斜面頂部的过程中，动力 F 所做的功为 FL 。有用阻力 P 升高了 h 距离，做了功 Ph 。在不计无用阻力时，根据功的原理，得

$$FL = Ph$$

結果仍旧是

$$A = \frac{P}{F} = \frac{L}{h} = \frac{1}{h/L} = \frac{1}{\sin \theta}.$$

实际上,物体沿任何斜面运动时,都要受到摩擦力的阻碍. 所以为了使物体沿斜面匀速地升高,所需要的动力 F 不是等于 $P \sin \theta$, 而是等于 $P \sin \theta + f$ 或等于 $P \frac{h}{L} + f$, f 是物体和斜面之间的摩擦力. 这样,动力功是 FL , 有用功是 Ph . 由此可以求出斜面的机械效率为

$$\eta = \frac{Ph}{FL} = \frac{Ph}{\left(P \frac{h}{L} + f\right)L} = \frac{Ph}{Ph + fL}.$$

这时,斜面的机械利益为

$$A = \frac{P}{F} = \frac{P}{P \frac{h}{L} + f} = \frac{PL}{Ph + fL}.$$

习 题 11.5

1. 用铁链把一辆重 20,000 公斤的货车从斜面下端拉到上端去. 这个斜面的长是 50 米,高是 7.5 米,如果机械效率是 0.98, 求所用的拉力.
2. 让重 225 公斤的物体沿长 80 米和高 16 米的斜坡匀速地上升. 如果摩擦系数是 0.1, 求机械效率.
3. 马拉一辆重 500 公斤的货车沿斜坡登山. 山的高度是 100 米,斜坡的长度是 1.5 公里,运动中除了重力以外的阻力等于车重的 0.06 倍. 求马的拉力,克服重力所做的功和克服其他阻力所做的功.

§ 11.6 劈 和 螺 旋

劈和螺旋是斜面类简单机械中最主要的两种. 现在我们来分别加以研究.

1. 劈 劈也叫做楔子,它的纵截面是一个直角三角形或等腰三角形. 劈的用途很多,例如,作为切削工具用的刀、斧、镗、凿等; 作为紧固物体用的锤柄楔子、鞋楦楔子等; 此外,也可以用来举起



图 11.23

重物或压榨物体 (图 11.23).

在使用劈的时候,要在劈背上加力使劈沿着力的方向移动.这时劈就用它的两个侧面推压物体,把物体分开 (图 11.24).



图 11.24 用劈劈开物体

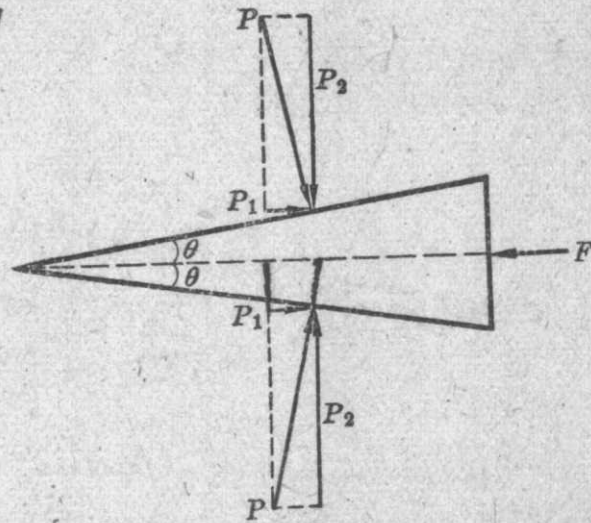


图 11.25 劈的研究

现在我们来分析一下劈开物体时的作用. 如图 11.25 所示, F 是加在劈背上的动力, P 是作用在劈上的物体的阻力, 如果不计劈和物体之间的摩擦力, P 是与斜面垂直的. 把 P 分成为两个分力, 其中 P_1 是沿劈的运动反方向的分力, 等于 $P \sin \theta$; P_2 是垂直于劈的运动方向的分力, 它对运动没有影响. 当劈匀速地进入物体时,

$$F - 2P \sin \theta = 0$$

所以劈的机械利益为

$$A = \frac{P}{F} = \frac{1}{2 \sin \theta}$$

由此可见, θ 越小, 即劈尖越尖, 机械利益越大, 即越省力.

我們也可以用功的原理来分析。如图 11·26 所示，当劈在力 F 的作用下，全部进入物体中时，动力功等于 $F \times h$ 。同时物体向两侧分开，分开的距离都等于 h' (h' 垂直于斜面)，所以克服阻力所做的功，即阻力功等于 $P \times 2h'$ 。于是，不计无用阻力时，根据功的原理，得

$$F \times h = P \times 2h',$$

即

$$\frac{P}{F} = \frac{h}{2h'} = \frac{1}{2 \frac{h'}{h}} = \frac{1}{2 \sin \theta},$$

与前面得出的结果完全相同。

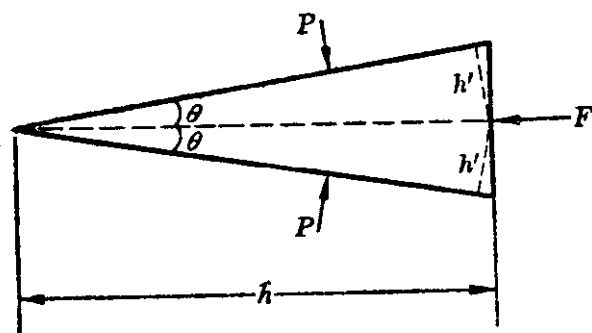


图 11·26 用功的原理分析劈

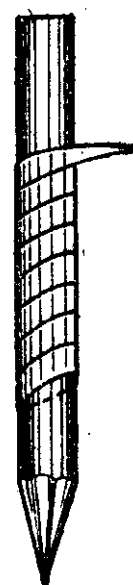
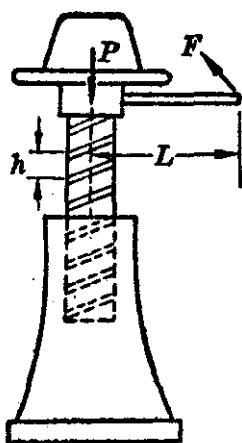


图 11·27 用斜形纸条卷在圆柱体上

2. 螺旋 螺旋也是属于斜面一类的简单机械。把一张纸剪成斜形，卷在圆柱体上(例如铅笔上)，就显示出了螺旋纹(图 11·27)。

我们用举起重物的螺旋作为例子来研究螺旋的作用。如图 11·28 所示，设从螺旋把手的末端到螺旋轴线的长为 L ，作用在把手的末端的力是 F 。因此，每当螺旋转一周时，动力 F 所做的功为 $F \times 2\pi L$ 。

另一方面，当螺旋转一周时，它要在螺旋帽里面升高一段距离，这段距离等于相邻两螺旋纹在平行于轴线方向上的距离，叫做螺旋距，用 h 表示。因此，螺旋每转一周，克服重力 P 所做的功等于



Ph .

如果不考虑摩擦力, 则根据功的原理, 得

$$F \times 2\pi L = Ph$$

螺旋的机械利益为

$$A = \frac{P}{F} = \frac{2\pi L}{h}$$

因为 h 总是比 $2\pi L$ 小得多, 所以只要在螺旋把手上加上一个很小的力, 就可以把重物举起。

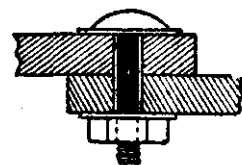
图 11·28 用举重螺旋来分析它的作用

螺旋的用处很多, 除了大家所熟悉的螺

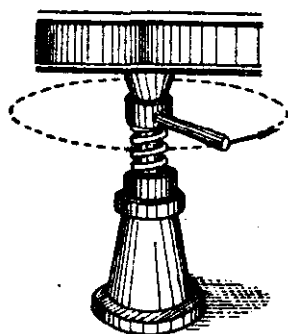
钉、螺栓、螺帽外, 还有用来举重的举重螺旋和用来压榨的压榨螺旋等 (图 11·29)。



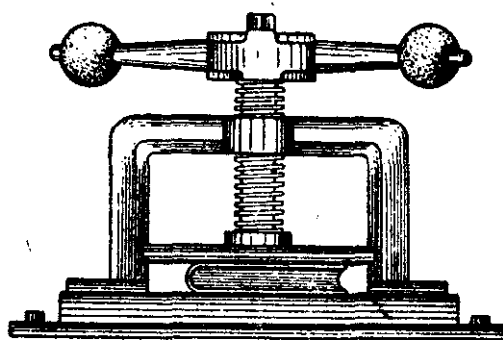
螺钉



螺栓和螺帽



举重螺旋



压榨螺旋

图 11·29

例 5. 一把劈木柴的斧头, 背宽 4 厘米, 侧面长 24 厘米. 如果不考虑摩擦力, 当用 20 公斤的力打击斧背时, 木柴受到多大的劈力?

【解】 按题意知 $\sin \theta = \frac{2}{24} = \frac{1}{12}$, $F = 20$ 公斤, 求 P . 所以

$$P = F \times \frac{1}{2 \sin \theta} = 20 \times \frac{1}{2 \times \frac{1}{12}} = 20 \times 6 = 120 \text{ 公斤.}$$

例 6. 举重螺旋的螺距为 0.5 厘米, 把手长为 0.4 米, 效率为 45%. 如果作用在把端上的力是 12 公斤, 求起重力应该是多

少?

【解】 設起重力是 P 。則動力功 $= 12 \times 2\pi \times 0.4$ 公斤·米，有用功 $= P \times 0.005$ 公斤·米。所以，機械效率

$$\eta = \frac{P \times 0.005}{12 \times 2\pi \times 0.4} = 45\%$$

求得：
$$P = \frac{12 \times 2\pi \times 0.4 \times 0.45}{0.005} \approx 2700 \text{ 公斤。}$$

習 題 11.6

1. 劈底的寬度為 5 厘米，側面長 25 厘米。要想克服側面所受的 60 公斤的阻力時，在劈底上垂直作用的力應該是多少？
2. 垂直作用在劈底上的力是 10 公斤，垂直於側面的阻力是 240 公斤，劈底寬 60 毫米。求側面的長度。
3. 劈長 10 厘米，垂直於側面的阻力是 100 公斤，如果作用在劈底上的力是 25 公斤，求劈底的寬度。
4. 舉重螺旋上的把手長 $L=1$ 米，螺距 $h=4$ 毫米，作用在把手端上的力 $F=25$ 公斤，機械效率 $\eta=0.4$ 。問螺旋能舉起多少公斤的物體？
5. 舉重螺旋的把手長為 20 厘米，螺距為 0.5 厘米，機械效率為 70%。問要舉起 600 公斤重的物體時，把端要用多大的力？

本 章 提 要

1. 機械的功的原理 利用任何機械都不能省功。不考慮無用阻力時，動力功等於機械的有用功。
2. 機械效率 有用功和動力功的比值，即
$$\eta = \frac{W_1}{W}$$
3. 杠桿原理 不考慮無用阻力時，動力的力矩等於有用阻力的力矩。
4. 斜面原理 不考慮無用阻力時，動力等於有用阻力沿斜面的分力。
5. 機械利益 機械的有用阻力和動力的比值，即

$$A = \frac{P}{F}$$

在不計無用阻力的情況下：

(1) 杠杆的机械利益是 $A = \frac{L_2}{L_1}$ 。式中 L_2 是动力臂, L_1 是有用阻力臂。

由于两个力臂的长度不同, 杠杆的机械利益可以大于 1, 等于 1 或小于 1。

(2) 定滑轮的机械利益等于 1; 动滑轮的机械利益等于 2; 轮轴的机械利益等于 $\frac{R}{r}$, 其中 R 是轮的半径, r 是轴的半径; 差动滑轮的机械利益等于 $\frac{2R}{R-r}$, 其中 R 是大轮的半径, r 是小轮的半径; 滑轮组的机械利益由滑轮的组合情况来决定, 并且要进行具体分析。

(3) 斜面的机械利益等于 $\frac{1}{\sin \theta}$ 或 $\frac{L}{h}$, 其中 θ 是斜面的倾角, L 是斜面的长, h 是斜面的高。由于 L 总是大于 h , 所以斜面的机械利益总是大于 1。

(4) 劈的机械利益等于 $\frac{1}{2 \sin \theta}$ 或 $\frac{L}{2h}$, 其中 θ 是劈角的一半, h 是劈背宽度的一半, L 是劈斜面的长。机械利益总是大于 1。

(5) 螺旋的机械利益等于 $\frac{2\pi L}{h}$, 其中 L 是动力作用点到螺旋转轴的垂直距离, h 是螺距。机械利益总是大于 1。

复习题十一

1. 一个定滑轮的机械效率是 0.8, 如果用它来把一个 96 公斤重的物体匀速提高时, 要用多大的力才行?

2. 一个动滑轮的机械效率是 75%, 如果用它来把一个 60 公斤重的物体匀速提高时, 要用多大的力才行?

3. 一个轮轴的机械效率是 75%, 轴的半径是 30 厘米, 轮的半径是 1.5 米, 如果用它来把轴上的绳子上悬挂着的 120 公斤重的物体匀速提高时, 要在轮上用多大的力才行?

4. 用 100 公斤的力通过机械效率等于 60% 的一个滑轮组 (象图 11.13 那样的), 就可以把一个 360 公斤重的物体匀速提高。问这个滑轮组是由几对滑轮组成的? 作图。

5. 如果用 120 公斤的力能够克服 1000 公斤的阻力, 求劈的侧面长度和底面长度的比值。

6. 举重螺旋的把手长 40 厘米, 螺距 4 毫米。在把手端加上的作用力是 18 公斤, 求能举重多少公斤?

7. 一辆功率为 2000 马力的机车用 36 公里/小时的速度在斜坡上拉重 2500 吨的列车上坡。如果除了重力以外的阻力等于车重的 0.003 倍, 求路面的坡度是每公里升高多少米。

第十二章 曲綫运动,轉动

到現在为止,我們所討論的都是有关直綫运动的問題. 本章要討論有关物体作曲綫运动的問題,包括它們的运动規律、受力情况等等.

我們着重討論平抛运动,斜抛运动和匀速圓周运动. 这是三种最簡單和最常見的曲綫运动.

此外,还要討論物体的轉动和傳遞轉动的装置——皮帶傳动装置和齒輪傳动装置.

§ 12·1 物体作曲綫运动的条件,速度的方向

物体在作直綫运动时,它所受到的作用力总是跟它的运动方向位于同一直綫上. 当作用力跟运动的方向相同时,物体作加速直綫运动,例如火車从車站开出时的运动,自由落体运动等. 当作用力跟运动的方向相反时,物体作减速直綫运动,例如火車到站前的运动,豎直上抛运动的上升过程等.

如果物体所受到的作用力跟运动的方向成角度时,物体将怎样运动呢?

讓我們先来做一個实验. 如图 12·1 所示,一个鋼球从斜槽上滾到水平的桌面上. 如果没有旁边放着的磁鉄,它将沿图上的虛綫作直綫运动. 現在在虛綫的一側放一块磁鉄后,鋼球因为受到一个与运动方向不一致的磁力作用而改变为沿曲綫运动了.

由此可見,物体在受到与它的运动方向成角度的力的作用时作曲綫运动. 也就是說,要使物体作曲綫运动,必須給它一个与运

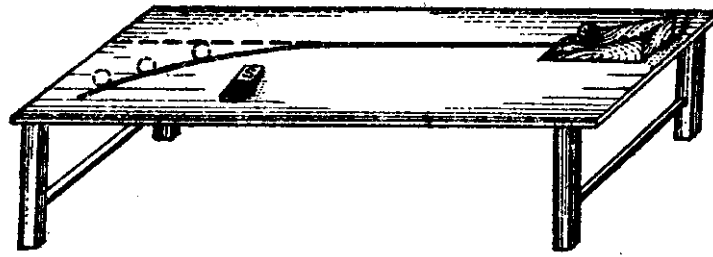


图 12·1 磁铁的吸力使小球沿曲线运动

动方向成角度的力的作用。这就是物体作曲线运动的条件。例如，向水平方向或斜向抛出去的小石块，总是作曲线运动，这是由于它受到与运动方向成角度的重力作用（重力方向总是竖直向下）的缘故。

物体在作曲线运动时，它的速度方向（即运动方向）时刻在变化着，那么究竟如何来确定物体在某一时刻或某一位置的速度方向呢？

这个问题可以用我们在日常生活中所遇到的很多事例来回答。例如当我们缓慢地转动雨伞时，雨伞上的水滴会附着在伞上作圆周运动，如果加快转动，就可以看到水滴都从自己原来的位置沿圆周的切线方向飞出（图 12·2）。骑自行车时，当轮盘转动得较快，轮盘上的泥水就会沿轮盘四周的切线方向飞去。又如用砂

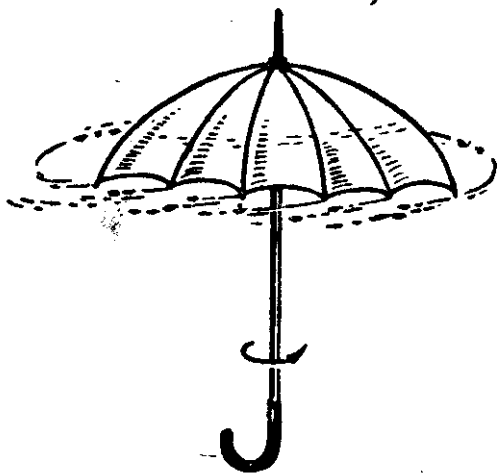


图 12·2 伞上雨点沿切线方向飞出

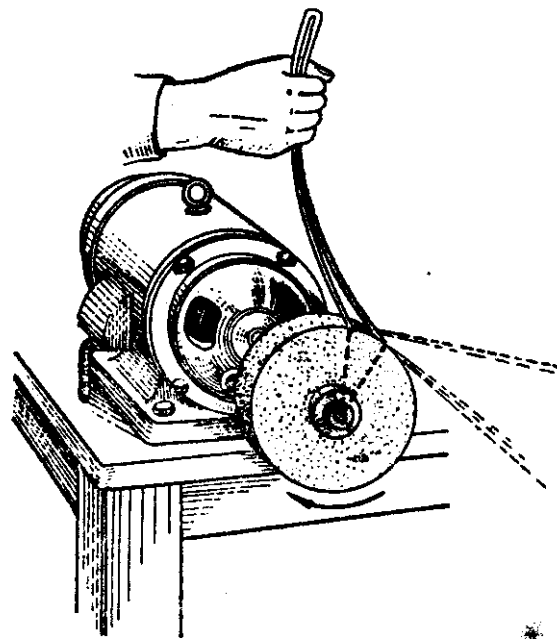


图 12·3 微粒从砂轮四周的切线方向飞出

輪磨刀时，也可以看到有熾热的微粒沿砂輪四周的切綫方向飞出(图 12·3)。在这些事例中，水滴和熾热的微粒等原来都是附着在轉动物体上作圓周运动的，它們的运动方向随时在改变。它們都是沿切綫方向离开轉动物体，这就表示它們在任何位置都是沿切綫方向运动的。

由此可見，物体作曲綫运动时，速度的方向时刻都在变化；物体通过曲綫上某一点的速度方向，就是該点的切綫方向。例如，物体沿图 12·4 所示的曲綫运动时，它在經過 A、B、C 等点时的速度方向，就是各点的切綫方向。

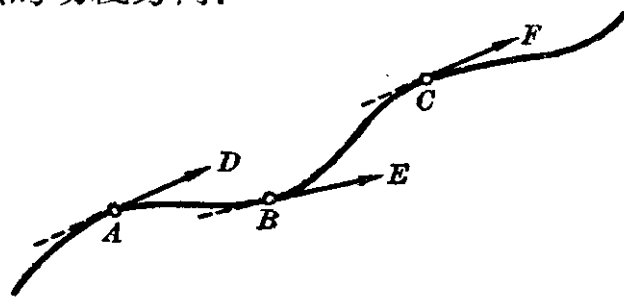


图 12·4 曲綫运动中各点的速度方向就是各点的切綫方向

§ 12·2 平抛物体的运动

向水平方向投擲小石子的运动，从水平水管噴射出来的水点的运动(图 12·5)，从水平桌面上用手指彈出的小球的运动(图 12·6)等，都是平抛运动。

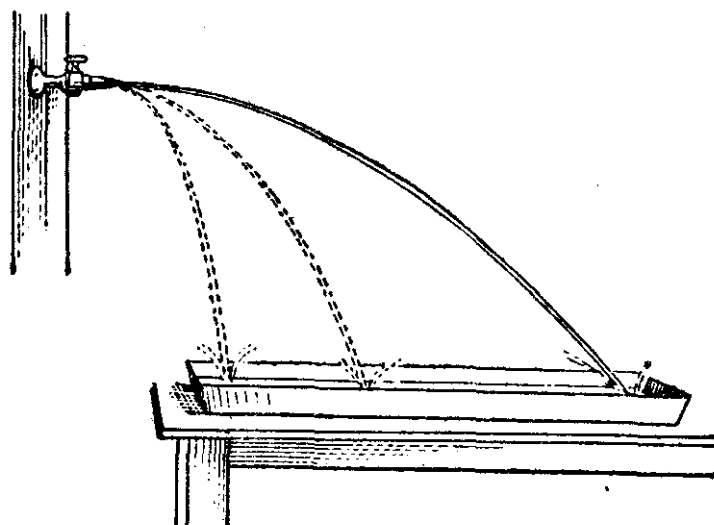


图 12·5 从水平水管噴射出来的水点的运动

根据第四章中已经讲过的运动的合成知识，我们可以把平抛运动看作是沿水平方向的匀速直线运动和竖直向下的自由落体运动的合运动。例如，如图 12·6 所示，在光滑的水平桌面上放着一个小球。如果我们沿水平方向用手指弹一下小球，给它一个水平方向的初速度，这时，小球所受到的重力为桌面给它的托力所平衡，并且桌面又是光滑的，因而小球将用这个初速度沿水平方向作匀速直线运动。小球离开桌面后，桌面给它的托力消失了，这时，一方面由于惯性要保持它的水平方向的匀速直线运动，同时，又在重力的作用下，开始了竖直向下的自由落体运动。结果，小球将沿图中所示的曲线运动，即平抛运动。

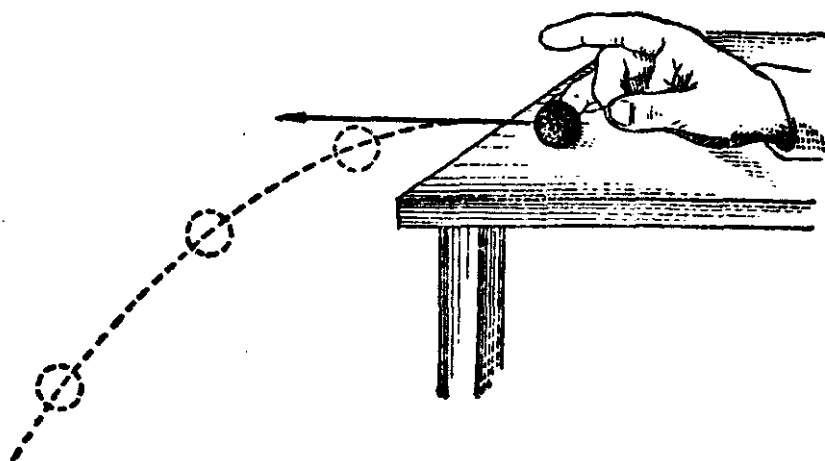


图 12·6 从桌面上用手指弹出的小球的运动

现在我们来作平抛物体运动的轨迹，并用例题来说明。

例 1. 从 125 米高的塔上，用 20 米/秒的速度沿水平方向投掷一物体。作此物体的运动轨迹，并求出它落到地面所经历的时间，落地处和塔底的距离。

【解】 (1) 平抛物体的运动既然可以看作是沿水平方向用初速度 v_0 为速度的匀速直线运动和竖直向下的自由落体运动的合运动，那么它的运动规律必须同时遵从这两种分运动的运动规律，即

$$v_x = v_0, \quad S_x = v_0 t;$$

$$v_y = gt, \quad S_y = \frac{1}{2}gt^2.$$

式中 v_x 和 S_x 是物体沿水平方向的速度和距离； v_y 和 S_y 是物体沿竖直方向向下的速度和距离。

(2) 先作运动物体的轨迹图象。根据题意， $v_0 = 20$ 米/秒，取 $g = 10$ 米/秒²。把这些数字代入上列公式中，得

$$S_x = 20t,$$

$$S_y = \frac{1}{2} \times 10t^2 = 5t^2.$$

用 $t = 0, 1, 2, \dots$ 代入，得下表：

t (秒)	0	1	2	3	4	5
S_x (米)	0	20	40	60	80	100
S_y (米)	0	5	20	45	80	125

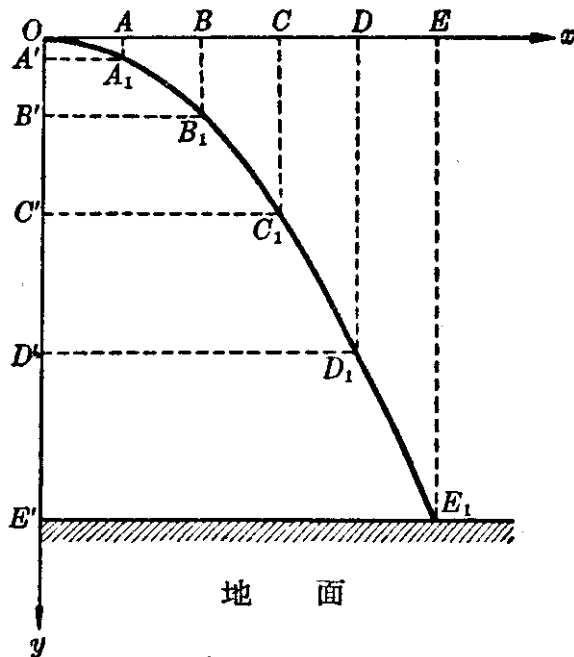


图 12·7

从物体开始运动的 O 点作水平直线 Ox 和竖直直线 Oy 。两直线上各取相同线段(如 1 厘米)，每线段代表 20 米。然后根据表中所列数字，分别在直线上标出来，如 $OA = 20$ 米， $OA' = 5$ 米， $OB = 40$

米, $OB' = 20$ 米, $OC = 60$ 米, $OC' = 45$ 米, ….

物体原来位于 O 点. 如果没有重力的作用, 它由于惯性将沿水平直线 Ox 作匀速运动, 每秒钟走 20 米, 依次在各秒末到达位置 A 、 B 、 C ….

另一方面, 如果物体没有初速度, 而只是在重力作用下从 O 点自由下落, 则将依次在各秒末到达位置 A' 、 B' 、 C' ….

但事实上物体是同时作上述两种运动的. 因此, 在开始运动后的第 1 秒末, 物体沿水平方向走到 A 点, $OA = 20$ 米, 同时又竖直向下走了 5 米, $AA_1 = 5$ 米, 所以第 1 秒末物体实际上的位置是在 A_1 点. 在第 2 秒末, 物体沿水平方向走到 B 点, $OB = 40$ 米, 同时又竖直向下走了 $BB_1 = 20$ 米, 所以第 2 秒末物体实际上的位置是在 B_1 点. 依此类推, 第 3 秒末物体位于 C_1 点, 第 4 秒末物体位于 D_1 点, 第 5 秒末物体位于 E_1 点, 这时, $EE_1 = 125$ 米, 按题意已经落到地面, 因为塔高是 125 米.

把 A_1 、 B_1 、 C_1 … 各点用平滑的曲线联结起来, 就是我们所要求的物体的运动轨迹.

(3) 从图上可以看出, 物体落地处和塔底的距离 = $E'E_1 = 100$ 米, 落地所经历的时间是 5 秒.

(4) 这类题目也可以用上面所列出的运动公式来求得. 因为从题目中已经知道, 物体竖直落下的距离是 125 米, 即 $S_y = 125$ 米, 所以用 $S_y = \frac{1}{2}gt^2$, 就可以求出落地的时间 t , 即

$$125 = \frac{1}{2} \times 10t^2, \quad \therefore t = 5 \text{ 秒.}$$

再用 $S_x = v_0t$, $v_0 = 20$ 米/秒, 求落地处与塔底的距离, 即

$$S_x = 20 \times 5 = 100 \text{ 米.}$$

例 2. 一架轰炸机在 1200 米的高空用 200 公里/小时的速度沿水平方向飞行. 现在要炸一座军火库, 问炸弹应在飞过军火库上方几秒前投抛, 才能击中目标? 军火库着弹起火时, 飞机已经

飞过了多少距离？取 $g=10$ 米/秒²。

【解】 从飞机上落下的炸弹具有一个初速度，等于飞机的飞行速度，在本题中是 200 公里/小时 $=\frac{500}{9}$ 米/秒。如果没有重力的作用，炸弹将用这个初速度沿水平方向作匀速运动。但它离开飞机后，由于受到重力的作用，要同时竖直向下落。所以，炸弹离开飞机后的运动是平抛运动。

按题意 $S_y=1200$ 米，所以用公式 $S_y=\frac{1}{2}gt^2$ ，求炸弹落地的时间 t ，得

$$1200 = \frac{1}{2} \times 10t^2, \quad \therefore t = \sqrt{240} = 4\sqrt{15} \text{ 秒.}$$

再用公式 $S_x=v_0t$ 求飞机在投下炸弹后飞过了多少距离，得

$$S_x = \frac{500}{9} \times 4\sqrt{15} = \frac{2000}{9} \sqrt{15} \text{ 米}$$
$$\approx 866 \text{ 米.}$$

习 题 12.2

1. 举出几个实例来说明，物体在作曲线运动时，通过某一点的速度方向是曲线上这一点的切线方向。

2. 从 125 米高处用 30 米/秒的速度水平抛出一个物体。试作物体的轨迹，并且求出物体落到地面所需的时间和离开抛出处的水平距离。空气阻力不计，取 $g=10$ 米/秒²。

3. 在离地面 360 米的高空中水平飞行的飞机，在 A 处投下一个炸弹。炸弹着地处距 A 的水平距离是 720 米，求飞机的速度。

4. 从 80 米高处水平抛出两个物体，它们的初速度分别为 15 米/秒和 30 米/秒。作出它们的运动轨迹。哪一个物体前进的水平距离远些？平抛物体的飞行时间是由什么决定的？在飞行时间是一定的情况下，物体前进的水平距离由什么来决定？

5. 从 20 米高处水平抛出的物体落到地面时的速度为 25 米/秒。求物体抛出时的初速度。取 $g=10$ 米/秒²。[提示：本题可以用两种方法来做。第一种方法是用平抛运动公式，要注意物体落地时的速度 $=\sqrt{v_x^2+v_y^2}$ ；第二种

方法是用能量守恒定律来做，即开始抛出时物体的势能与动能之和，等于物体落地时的动能。]

§ 12.3 斜抛物体的运动

炮弹在空中的运动(图 12.8)，从救火龙头里喷出来的水点的运动(图 12.9)等都是斜抛运动。它们先沿曲线 OBA 上升，到达最高点 A 后，又沿曲线 ACD 下降。

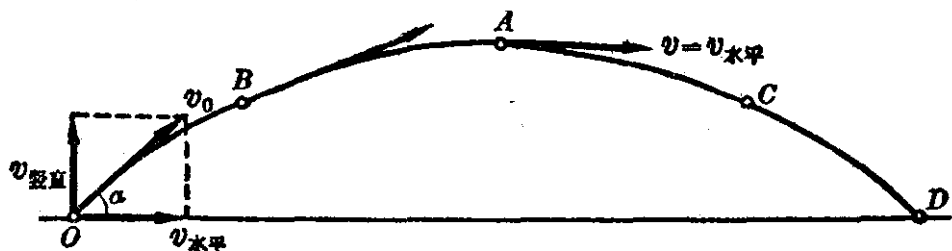


图 12.8

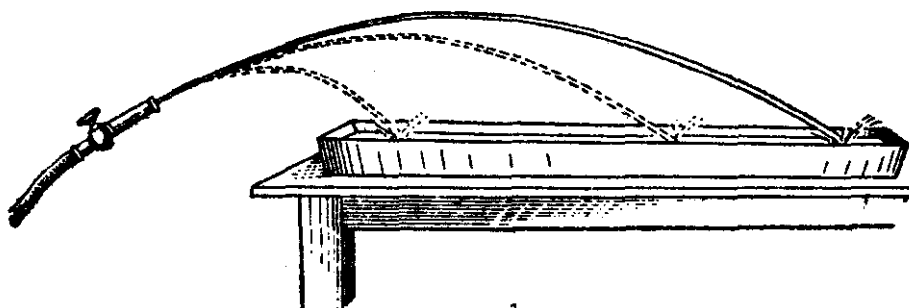


图 12.9

斜抛物体的运动，也可以看作是由下面两种运动合成的。一种是物体由于惯性而用初速度 v_0 沿抛射方向作匀速直线运动，另一种是在重力作用下的自由落体运动。因此，斜抛物体的运动规律可以用下列公式来表示：

$$v_{斜} = v_0, \quad S_{斜} = v_0 t;$$

$$v_y = gt, \quad S_y = \frac{1}{2}gt^2;$$

式中 $v_{斜}$ 和 $S_{斜}$ 是物体沿抛射方向的速度和距离， v_y 和 S_y 是物体沿竖直方向的速度和距离。

我们先来作出斜向上抛的物体的运动轨迹，然后再简单地分

析一下。我們仍舊舉幾個例題來說明。

例3. 用60米/秒的初速度与水平面成 45° 的角把一个物体斜向上抛。試作出这个物体的运动軌迹。取 $g=10$ 米/秒²。

利用上面的公式， $v_0=60$ 米/秒，代入得

$$S_{斜}=60t, \quad S_y=\frac{1}{2} \times 10 \times t^2=5t^2.$$

用 $t=0, 1, 2 \dots$ 代入，得下表：

t (秒)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$S_{斜}$ (米)	0	60	120	180	240	300	360	420	480	540
S_y (米)	0	5	20	45	80	125	180	245	320	405

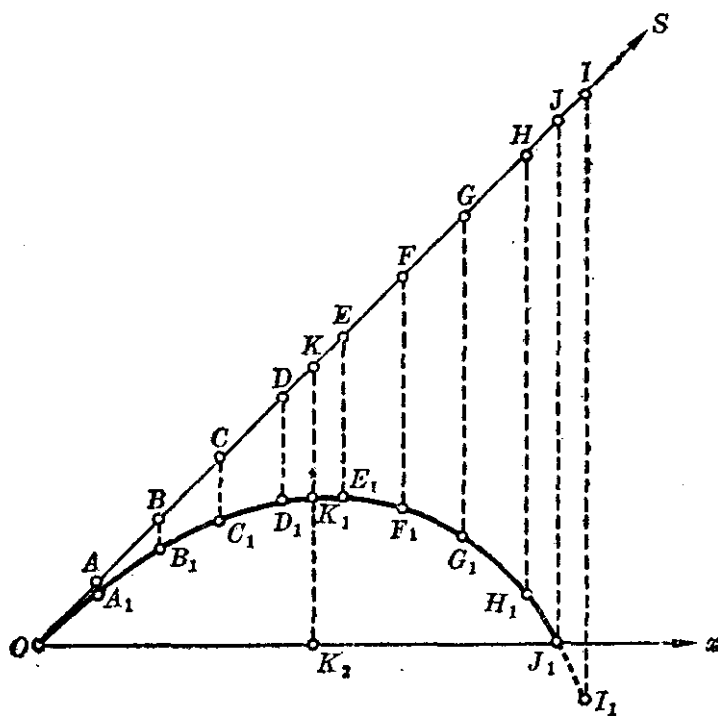


图 12·10

作沿地面的水平直綫 Ox ，再作与 Ox 成 45° 角的直綫 OS 。在 OS 上取相等綫段（图中是1厘米） $OA, AB, BC \dots$ 。因为物体在斜綫上作匀速直綫运动，所以 $OA, AB, BC \dots$ 各綫段的长度分別代表物体在第1秒內、第2秒內、第3秒內……所通过的距离，也就是各綫段都代表60米。

物体原来位于 O 点。在开始运动后的第 1 秒末，物体沿斜綫走到 A 点， $OA=60$ 米，同时又豎直向下走了 5 米， $AA_1=5$ 米，所以第 1 秒末物体实际上的位置是在 A_1 点。同样，第 2 秒末，物体又沿斜綫走了 60 米到达 B 点， $AB=60$ 米，但同时它豎直向下走了 20 米， $BB_1=20$ 米，所以第 2 秒末物体实际上的位置是在 B_1 点。依此类推，得到第 3 秒末物体位于 C_1 点，第 4 秒末物体位于 D_1 点……把 A_1 、 B_1 、 C_1 …各点平滑地联結起来，就得到物体的运动軌迹。軌迹曲綫和 Ox 直綫的交点 J_1 表示物体的落地点。

从图上可以求出：(1)从出发点到达落地点的距离(一般叫做水平射程)。量得 $OJ_1=6.0$ 厘米，因为我們用 1 厘米的綫段代表 60 米，所以 OJ_1 代表 $60 \times 6.0=360$ 米。(2)物体到达的最大高度。从图中可以看出， K_2K_1 这一綫段代表最大高度，量得 $K_2K_1=1.5$ 厘米，所以它代表 $60 \times 1.5=90$ 米。(3)物体从出发点到达落地点所經過的时间。量得 $OJ=8.5$ 厘米，它代表物体在落地前沿抛射方向走了 $60 \times 8.5=510$ 米。由于在这个方向的运动是匀速的，求得經過的时间为 $510 \div 60=8.5$ 秒。(4)物体从出发点到达最高点所經過的时间。量得 $OK=4.25$ 厘米，应用同样的方法求得所經過的时间为 4.25 秒。

如果把初速度 v_0 分解成为两个互相垂直的分速度，一个是水

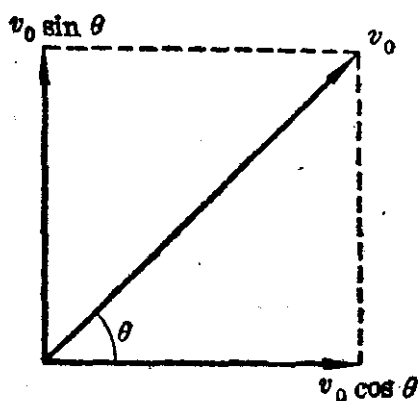


图 12·11 把 v_0 分解为水平和豎直方向的两个分速度

平方向的 $v_0 \cos \theta$ ，另一个是豎直向上方向的 $v_0 \sin \theta$ ， θ 是 v_0 与水平方向所夹的角，也就是斜抛物体的投射角(图 12·11)；那么，斜抛物体的运动，也可以看作是由这样两个运动合成的：一个是沿水平方向的匀速直綫运动，匀速度为 $v_0 \cos \theta$ ；另一个是初速度为 $v_0 \sin \theta$ 的豎直上抛运动。所以斜抛物体的运动規律，也可以写成：

$$v_x = v_0 \cos \theta, \quad x = v_0 \cos \theta \cdot t;$$

$$v_y = v_0 \sin \theta - gt, \quad y = v_0 \sin \theta \cdot t - \frac{1}{2} gt^2;$$

式中 v_x 和 x 是物体沿水平方向 (x 轴) 的速度和距离; v_y 和 y 是物体沿竖直向上方向 (y 轴) 的速度和距离。

例 4. 把斜抛物体运动分解为竖直方向和水平方向上的分运动来解例 3.

【解】 已知 $v_0 = 60$ 米/秒, $\theta = 45^\circ$. 代入上列 x 和 y 两式, 得

$$x = 60 \cos 45^\circ \cdot t = 42.42t$$

$$y = 60 \sin 45^\circ \cdot t - \frac{1}{2} gt^2 = 42.42t - 5t^2.$$

用 $t = 0, 1, 2 \dots$ 代入 (用四舍五入), 列成下表:

t (秒)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
x (米)	0	42	85	127	170	212	255	297	339
y (米)	0	37	65	82	90	87	75	52	19

作 Ox 轴和 Oy 轴. 两轴上分别取相等线段 (图中是 1 厘米), 每一线段都代表 60 米. 把表中各点画出来, 如 $O, A, B \dots$. 平滑地联结这些点, 就得到物体的运动轨迹 (图 12.12).

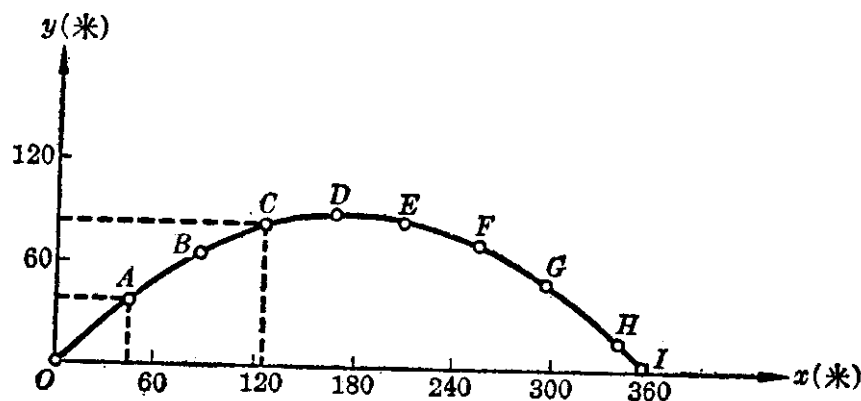


图 12.12

从图中也可以求出 (1) 物体的水平射程. 量得 $OI = 6.0$ 厘米, 因为 1 厘米代表 60 米, 所以水平射程 $= 60 \times 6.0 = 360$ 米. (2) 物

体的落地时间。用上面的关系式 $x=42.42t$ ，即可求得

$$t = \frac{360}{42.42} \approx 8.5 \text{ 秒.}$$

用作图法时，由于受到仪器的限制（如直尺只能量到毫米等），所以得到的结果总是近似值。在下面的例 5 中我们还要进一步用数学公式来求解。

抛射物体的射程由两个因素来决定，即初速度和投射角。

当投射角一定的时候，射程随着初速度的增加而增加。图 12·13 就是表示这种关系的实验装置。管子里喷出来的水点的初速度，决定于喷口和玻璃圆筒内水面的高度差。高度差越大，喷出水点的初速度就越大，因而射程也越远。

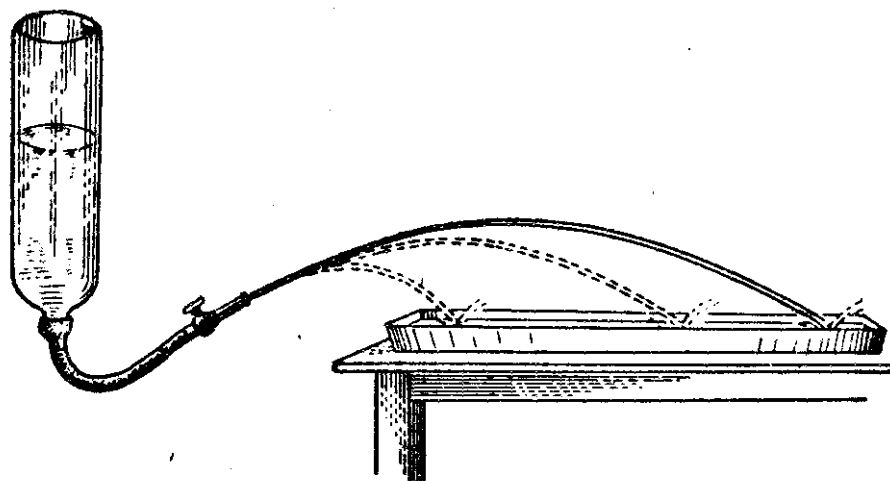


图 12·13 研究射程与初速度关系的装置

当初速度的大小一定的时候，抛射物体的射程随着投射角的改变而改变。如果我们把喷水的管子接到大口径的容器上，使实验过程中水面的降低很少，那么管中喷出来的水点的初速度可以认为是不变的。这样，逐渐增加它的投射角，就可以看到，最初水点的射程随着投射角的增加而增加，而当投射角增加到某一数值时，射程为最大，以后再继续增加时，射程就要减小（图 12·14）。如果没有空气阻力，当投射角等于 45° 时，抛射物体的射程为最大。

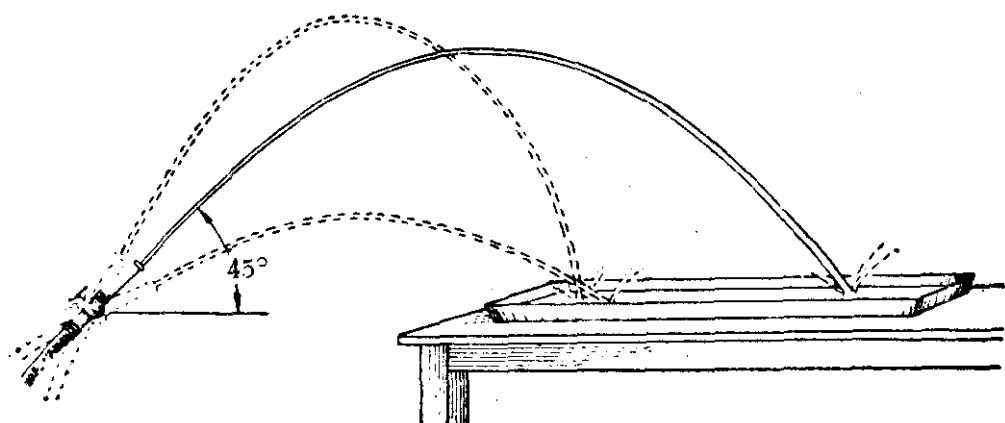


图 12·14 研究射程与投射角关系的装置

以上的討論,都是把空气阻力等略去不計. 实际上,空气阻力的影响很大,它不仅使拋射物体的射程减小,也使軌迹上最高点的高度减小. 图 12·15 就表示这种关系. 虛綫表示用相同的初速度和投射角在不計空气阻力时拋射物体的軌迹, 实綫表示拋射物体的实际飞行軌迹. 显然,从图中可以看到它們的相差很大.



图 12·15 空气阻力影响拋射体的軌迹

例 5. 地面上用投射角 45° 和初速度 60 米/秒投抛一个小球. 求 (1) 小球上升到最高点的高度, (2) 小球从拋出到落地所需的时间, (3) 小球的水平射程. 取 $g=10$ 米/秒².

【解】 (1) 我們把拋射物体的运动看作是由以初速度 $v_0 \cos \theta$ 为速度的沿水平方向的匀速直綫运动, 和以初速度 $v_0 \sin \theta$ 的豎直上拋运动的合运动. 因此, 表达它的运动規律的公式就是(見 295 頁):

$$\begin{aligned} v_x &= v_0 \cos \theta, \\ x &= v_0 \cos \theta \cdot t, \\ v_y &= v_0 \sin \theta - gt, \\ y &= v_0 \sin \theta \cdot t - \frac{1}{2} gt^2. \end{aligned}$$

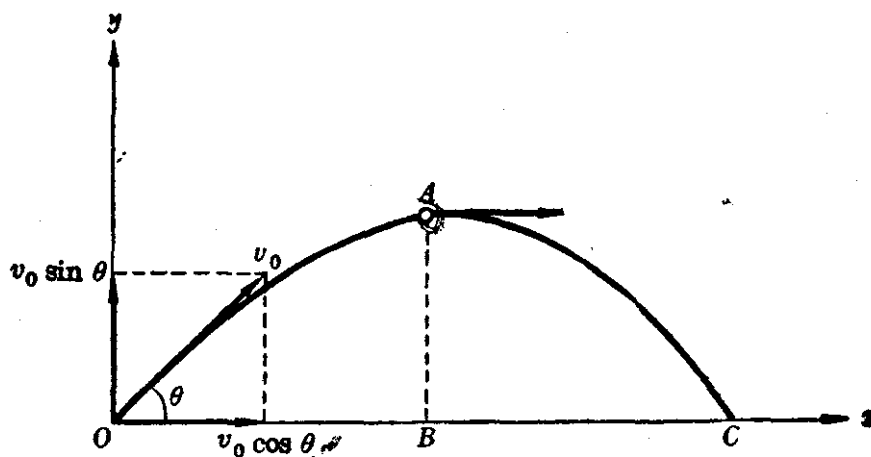


图 12·16

现在就利用这一组公式来求下面各项。

(2) 小球上升到最高点的高度。也就是要求图 12·16 中的 AB 。我们知道 A 点的特点是竖直方向的速度等于零 (水平方向的速度不等于零), 即 $v_y = 0$, 因为在 A 点以前, 物体沿曲线 OA 上升, 这时速度的方向斜向上方; 过了 A 点, 物体沿曲线 AC 下降, 这时速度的方向斜向下方。速度的方向由斜向上方变为斜向下方时, 必然有一点的竖直分速度等于零, 这就是 A 点。因此, 设从出发点 O 到达最高点 A 所经历的时间为 t_1 , 则

$$0 = v_0 \sin \theta - gt_1$$

$$t_1 = \frac{v_0 \sin \theta}{g}$$

于是

$$y = AB = v_0 \sin \theta \times \frac{v_0 \sin \theta}{g} - \frac{1}{2}g \left(\frac{v_0 \sin \theta}{g} \right)^2$$

$$= \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2g}$$

把 $v_0 = 60$ 米/秒, $\theta = 45^\circ$ 代入, 求得小球上升到最高点的高度为

$$AB = \frac{60^2 \sin^2 45^\circ}{2 \times 10} = \frac{60^2 \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2}{2 \times 10} = 90 \text{ 米.}$$

(3) 小球从抛出到落地所需的时间。这个时间就是小球从被

抛出开始到落到地面时所经历的时间，也就是图 12·16 中小球从 O 点沿曲线经 A 点落到 C 点所化的时间。从图中可以看出 C 点在 x 轴上， $y=0$ 。所以，设所求的时间为 t_2 ，则

$$0 = v_0 \sin \theta \cdot t_2 - \frac{1}{2} g t_2^2,$$

$$\therefore t_2 = \frac{2v_0 \sin \theta}{g}.$$

解方程式时，还有一个 $t_2=0$ ，这是小球还没有被抛出时在 O 点的时间（ O 点也在 x 轴上，也是 $y=0$ ）。同时，我们还可以看到， $t_2=2t_1$ 这个关系表明小球沿 OA 曲线上升所化的时间与小球沿曲线 AC 下降所化的时间相等。这是竖直上抛和斜向上抛运动的特点，即上升时间等于下落时间。

把 v_0 和 θ 的数字代入，求得落地时间为

$$t_2 = \frac{2 \times 60 \sin 45^\circ}{10} = \frac{2 \times 60 \times \frac{\sqrt{2}}{2}}{10} = 6\sqrt{2} \text{ 秒} \approx 8.5 \text{ 秒}.$$

(4) 小球的水平射程。即求出图中的 OC 长度。我们既然已经知道了 t_2 ，则代入 x 的式子，即得

$$x = OC = v_0 \cos \theta \cdot t_2 = v_0 \cos \theta \times \frac{2v_0 \sin \theta}{g} \\ = \frac{2v_0^2 \sin \theta \cos \theta}{g}.$$

用数字代入，得

$$OC = \frac{2 \times 60^2 \times \sin 45^\circ \cos 45^\circ}{10} = \frac{2 \times 60^2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}}{10} = 360 \text{ 米}.$$

把这些用公式所求得各个量和例 3 中用图解法求得的结果比较一下。

习 题 12·3

1. 根据物体作曲线运动的条件来分析为什么平抛运动和斜抛运动都是

曲线运动.

2. 物体作平抛运动或斜抛运动时, 怎样求得它在任何时刻的速度大小?

[提示: 参看习题 12.2 第 5 题.]

3. 在距离地面 2 公里的高空, 有一架飞机正在进行水平飞行, 在离目标 3 公里(水平距离)的时候, 投下一颗炸弹, 恰好击中目标. 问炸弹在空中的时间是几秒? 飞机的速度是多少公里/小时? 取 $g=10$ 米/秒².

4. 设平抛物体运动的初速度为 v_0 , 在抛出后 t 秒末的速度为 v , 试证明: $v^2 = v_0^2 + g^2 t^2$. 如果下落竖直距离 h 时的速度为 v , 试证明: $v^2 = v_0^2 + 2gh$.

5. 子弹从与水平方向成 60° 角的枪中射出, 离开枪口的速度是 400 米/秒. 问子弹在最高点时的速度是多少? 方向怎样? 在离地面 395 米高空处子弹的速度是多少? 取 $g=10$ 米/秒². (不计空气阻力)

6. 用初速度 7840 厘米/秒和投射角 30° 把一个物体投抛出去, 求: (1) 2 秒钟后物体离地面的竖直距离, (2) 物体到达的最高距离和所化时间, (3) 物体的水平射程. (不计空气阻力)

§ 12.4 匀速圆周运动

物体沿着圆周的运动, 也是一种常见的曲线运动. 例如, 月球围绕地球的运动, 地球表面上各个物体随着地球自转的运动, 车轮上的各个部分绕轴的运动, 等等, 都是圆周运动.

物体沿着圆周运动时, 如果在任何相等时间内通过相等的弧长(即弧的长度), 这就叫做**匀速圆周运动**. 物体作匀速圆周运动时, 速度的方向随时发生改变, 但速度的大小不变, 它等于通过的弧长(S)与所用时间(t)的比, 即

$$v = \frac{S}{t}.$$

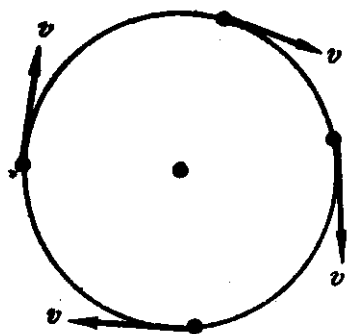


图 12.17 在圆周上某一点处速度的方向

在圆周上某一点处的速度方向, 就是该点处的切线方向(图 12.17).

物体作曲线运动时的速度常称为**线速度**.

物体作匀速圆周运动时, 每经过一定

的时间，就繞过圓圈一周，即每經過一定的時間，运动重复一次。这样的运动叫做周期性的运动。

物体繞圓周运动一次所用的時間叫做**周期**，通常用 T 来代表，单位是秒、分等。周期短表示轉动快，周期长表示轉动慢。如果圓的半徑是 r ，則轉动一周所通过的弧长是 $2\pi r$ ，因此速度的大小

$$v = \frac{2\pi r}{T}.$$

单位時間內轉动的周数叫做**頻率**，通常用 f 来代表，单位是周/秒，1周/秒一般都叫它1赫兹，这是为了紀念德国物理学家赫兹而命名的。頻率越大，表示轉动越快。

很明显，如果每秒钟轉动 f 周，則每轉一周所用的時間就是 $\frac{1}{f}$ 秒。因此頻率和周期的关系为：

$$f = \frac{1}{T}.$$

这样，速度的大小 v 也可以用 f 来表示，即

$$v = 2\pi r f.$$

例 6. 作匀速轉动的飞輪，每分钟轉 300 次(周)。問在飞輪上距轉軸 1 米处的质点的綫速度是多少？

【解】 $f = 300$ 周/分 $= 5$ 周/秒 $= 5$ 赫兹，所以

$$v = 2\pi f r = 2\pi \times 5 \times 1 \approx 31.4 \text{ 米/秒,}$$

即該质点的綫速度是 31.4 米/秒。

习 題 12.4

1. 試求地球表面赤道上的一点在地球自轉中的綫速度。地球的半徑用 6400 公里。
2. 表上的分針长 1.2 厘米，时針长 0.9 厘米。試分別求它們尖端的綫速度。
3. 直徑为 1.4 米的手搖輪，每分钟轉 120 周。試求它的頻率、周期和輪边上各点的綫速度。

§ 12.5 向心力和向心加速度

我們知道，物体只有在受到与速度方向成角度的外力作用时才作曲綫运动。匀速圓周运动也是一种曲綫运动，但外力和速度究竟应该成多大的角度呢？我們現在就要分別根据經驗和从理論上来討論这个問題。

用細繩拴住一个小球，使它在水平面上作匀速圓周运动（图



图 12.18 用細繩拴住小球作
匀速圓周运动

12.18)，我們就会感觉到手在拉紧繩子，也就是有一个沿繩子方向的力作用在小球上。繩子的方向就是半徑的方向，所以我們說：要使小球作匀速圓周运动，就得有一个沿着半徑、指向圓心的力作用在小球上。这个力叫做**向心力**。

讓我們再用斜抛运动为例，从理論上来进行分析。如图 12.19 所示，斜抛运动可以分为两个阶段来考虑。从 O 到 A 是速度逐渐减小的阶段。在这一阶段中，它所受到的重力 F 总是和速度 v 成

鈍角。从 A 到 B 是速度逐渐增加的阶段。在这一阶段中，它所受到的重力 F 总是和速度 v 成銳角。用其他曲綫运动来分析，也可以得到相同的結果。也就是当运动物体受到的作用力与速度方向成銳角时（即小于直角时），物体的速度增大；成鈍角时（即大于直角时），速度减小。

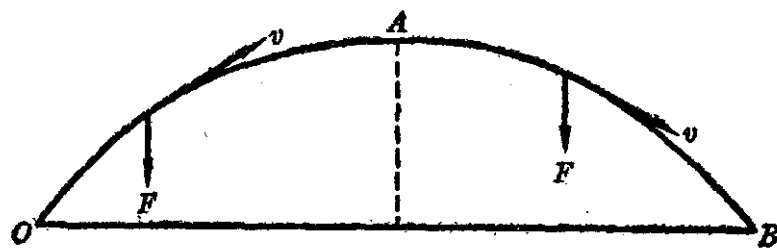


图 12.19 v 与 F 間的夹角的分析

物体在作匀速圆周运动时,速度的大小不变,方向却时刻在变化着. 速度的大小不变,表明运动物体所受到的作用力既不应和速度方向成锐角,又不和速度方向成钝角,而只能成直角. 所以我们说:要使物体作匀速圆周运动,就得有一个与速度方向总是成直角的力作用在物体上(图 12·20).

作匀速圆周运动的物体,在圆周上任何一点的速度方向,就是该点的切线方向,因而它受到的作用力的方向,按照几何学知识,一定是沿着半径指向圆心. 这种作用在物体上的力就是我们在上面已经提到的向心力.

根据牛顿第二运动定律,这个向心力要使物体产生沿着力的方向的加速度,即指向圆心的加速度. 所以,作匀速圆周运动的物体,具有沿着半径指向圆心的加速度. 这种加速度就叫做向心加速度.

现在我们来研究向心加速度的大小与哪些因素有关.

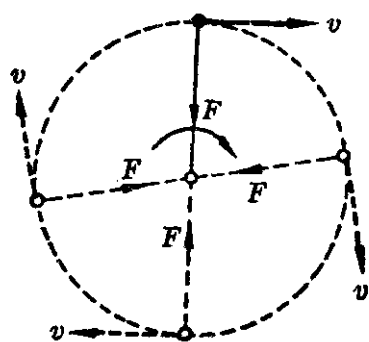


图 12·20 在匀速圆周运动中作
用力总是跟速度方向垂直

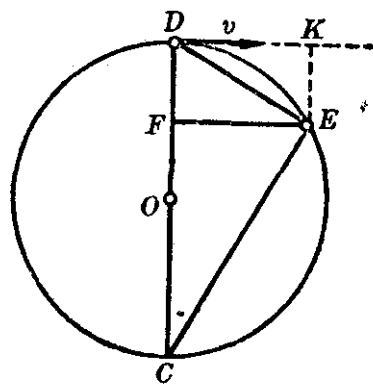


图 12·21

如图 12·21 所示,设作匀速圆周运动的物体以速度 v 在时间 t 内从 D 点运动到 E 点. 如果所取的时间 t 很短,则 DE 弧可以认为是与 DE 弦重合(图中已放大),所以 $DE = vt$.

如果没有向心力的作用,则物体由于惯性将沿切线 DK 的方向运动而在时间 t 内到达 K 点. 但实际上,运动物体在时间 t 内到达了 E 点. 这表明运动物体在向心力的作用下,在时间 t 内从

K 勻加速地离开了切綫而通过一定的距离 $KE (=DF)$, 用 a 来代表加速度, 則因为 $DF = KE$, 所以

$$DF = \frac{1}{2} at^2.$$

再利用平面几何知識, $\triangle DEF \sim \triangle DCE$, 所以

$$\frac{DF}{DE} = \frac{DE}{DC},$$

即

$$(DE)^2 = DC \times DF.$$

用 $DE = vt$, $DF = \frac{1}{2} at^2$, $DC = 2R$ (R 是圓的半徑) 代入上

式, 得

$$v^2 t^2 = 2R \times \frac{1}{2} at^2,$$

$$\therefore a = \frac{v^2}{R}.$$

这就是向心加速度的公式.

由此可見, 当质点作勻速圓周运动时, 向心加速度的大小不变, 等于綫速度的平方被圓半徑除所得的商; 它的方向时刻在变化着, 每一时刻都垂直于速度的方向, 沿着半徑指向圓心.

例 7. 一只大电钟的秒針长 20 厘米, 求 (1) 針尖的綫速度, (2) 針尖的向心加速度.

【解】 (1) $v = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi \times 20}{60} = 2.09$ 厘米/秒.

(2) $a = \frac{v^2}{R} = \left(\frac{2\pi \times 20}{60}\right)^2 / 20 = \frac{2\pi^2}{90} = 0.22$ 厘米/秒².

例 8. 上海市的位置在北緯 31° , 求上海市由于地球自轉的綫速度和向心加速度. 設地球的半徑为 6400 公里.

【解】 $R = 6400 \cos 31^\circ = 6400 \times 0.857$ 公里.

$$v = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi \times 6400 \times 0.857}{24 \times 3600} \approx 0.4 \text{ 公里/秒} = 400 \text{ 米/秒}.$$

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{(400)^2}{6400 \times 0.857 \times 1000} = 0.029 \text{ 米/秒}^2 = 2.9 \text{ 厘米/秒}^2.$$

习 题 12.5

1. 火車在半徑等于 200 米的鐵軌轉弯处用 36 公里/小时的速度駛行。求向心加速度。
2. 一个輪子的直徑是 80 厘米，每分钟轉 3000 次。求輪周上任意一点的向心加速度和綫速度。
3. 大小兩輪互相緊压，通过兩輪之間的摩擦力來傳动(无滑动)。如果小輪半徑長 10 厘米，大輪邊緣上一点的綫速度是 0.2 米/秒时，求小輪邊緣上一点的向心加速度。
4. 一个人造地球卫星的速度为 7.6 公里/秒，如果把它运动近似地看作是匀速圓周运动，求它繞地球运动时的向心加速度。設地球卫星离地面的高度为 500 公里。

§ 12.6 向心力和离心力

从 § 12.5 中知道，作匀速圓周运动的物体，由于受到向心力的作用而具有向心加速度 $a = \frac{v^2}{R}$ 。于是应用牛頓第二运动定律 $F = ma$ ，把向心加速度的值代入，就得到向心力

$$F = m \frac{v^2}{R}.$$

由此可見，作匀速圓周运动的物体所受的向心力，等于它的质量和綫速度的平方的乘积被圓半徑所除的商。

讀者必須注意，任何一种力，只要是使物体作匀速圓周运动的，都可以作为向心力。在力学範圍內，重力、彈力和摩擦力，都可以看作为向心力。所以我們决不能誤以为向心力是上述三种力之外的另一类的力。我們举几个例子来加以說明。

在彈簧上拴一个小鋼球(图 12.22)，我們把球冲击一下，使

它沿箭头所指的方向运动。开始时球由于惯性而作直线运动，这时它和固定点 O 的距离增加，因而使弹簧伸长。这样就产生了作用在球上的指向固定点的弹力，这个力就使球开始沿圆周运动。所以，在这个例子中，弹力就是钢球作匀速圆周运动所需要的向心力。

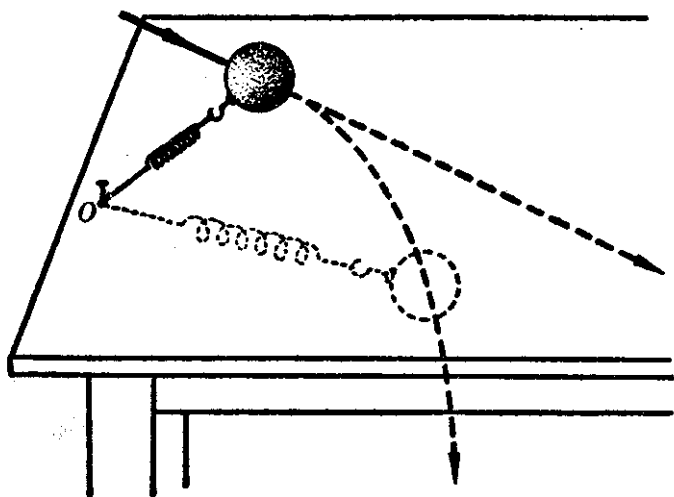


图 12·22 球受到冲击后开始作圆周运动

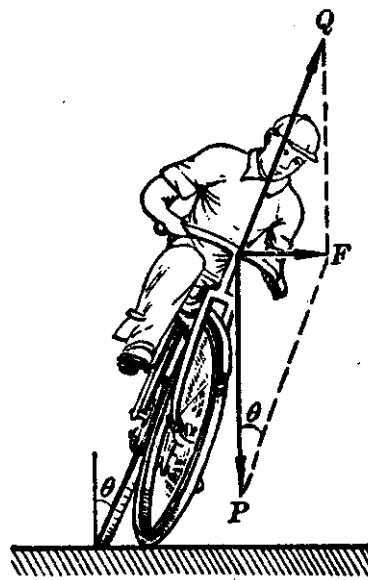


图 12·23 在转弯时，人和自行车向圆心一方倾斜，重力 P 和地面的托力 Q 的合力，使人 and 车得到向心加速度

我们再来讨论骑自行车的人的运动。当运动沿着直线进行时，作用在人和自行车上的总重力 P 和地面对它们的托力 Q 位于同一条竖直线上，并且相互平衡。在转弯时，人和车向圆心一方倾斜（图 12·23）。这时，作用在人和车上的力 P 和 Q 不再平衡，它们的合力 F 指向圆心，并使人 and 车获得向心加速度 $a = \frac{v^2}{R}$ 而作匀速圆周运动。由此可见，这个合力就是向心力。

赛跑和滑冰时，到了转弯的地方，也总是要把自己的身体向圆心一方倾斜，以获得转弯时所需要的向心力。

月球和人造卫星绕地球运行所需要的向心力，就是地球对它们的引力。

根据牛顿第三运动定律，既然作圆周运动的物体从另外的物体那里得到所需要的向心力，那么它必然对另外的物体也同时有一个大小相等、方向相反（沿半径离开圆心）的力，这个力叫做离心

力,例如在图 12·22 中,彈簧作用在鋼球上的力是鋼球作圓周运动时所需要的向心力,而鋼球作用在彈簧上的力就是离心力. 月球或人造卫星繞地球运行时的离心力就是它們对地球的引力.

向心力和离心力是作用力和反作用力,它們大小相等、方向相反,同时存在、同时消失,而且作用在两个不同的物体上,因此它們决不能相互平衡.

向心力和离心力的概念很重要,讓我們再举一个例子來說明. 如图 12·24 所示,在光滑水平桌面的中央,釘一只釘子,釘子上套一根細繩,繩子的另一端拴一个小球. 先把繩子拉直,然后在繩子的垂直方向对小球冲击一下,使之获得一个水平速度. 如果沒有繩子拉住小球,由于慣性,小球将沿这时的速度方向运动. 現在繩子拉住小球,就是給它一个拉力,迫使它改变运动方向. 改变运动方向以后,如果沒有繩子拉住它,小球又将由于慣性而沿这时的速度方向作直綫运动,但繩子仍旧拉住它,因而它又改变运动方向. 这样小球在繩子的拉力作用下,繼續不断地改变运动方向而作匀速圓周运动.

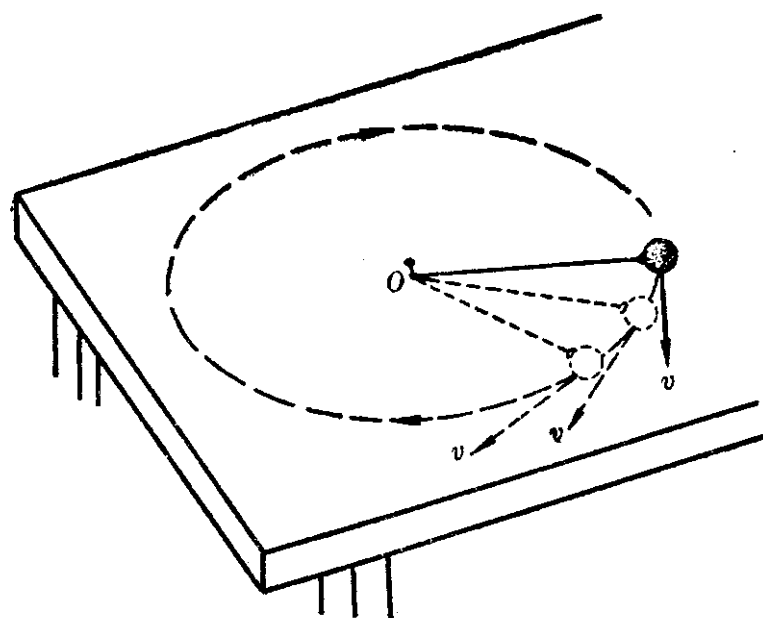


图 12·24 小球作圓周运动

繩子拉住小球的力就是向心力^①, 沿着半徑指向圓心作用在

^① 繩子拉住小球的力实际上是繩子的彈力(或称張力),因小球要按慣性离开圓周作直綫运动,把繩子拉长,于是繩子就产生彈力,拉住小球,这和图 12·22 是一样的.

小球上。小球对绳子的力就是离心力，沿着半径离开圆心作用在绳子上。它们的大小相等、方向相反。

假使在某一瞬间绳子突然断裂，则小球即将从它断裂瞬间所在的位置沿切线方向飞去。这个现象，有人以为小球是在离心力的作用下飞出去的。当然，这是错误的。我们必须明确：第一，绳子一旦断裂，向心力就立即消失，同时离心力也立即消失；第二，离心力是作用在绳子上的，不是作用在小球上的；第三，离心力的方向是沿半径向外，不是沿切线方向。因此，这个现象决不能用离心力来说明，而应该说：因为绳子断裂，小球已不受力的作用，由于惯性，按照牛顿第一运动定律，保持它的匀速直线运动状态不变，而沿切线方向飞出去的。

例 9. 一辆汽车和它所载的货物共重为 P ，用速度 v 通过桥面。设桥面圆弧的半径都是 R ，求汽车在通过下列两种桥面中央时作用在桥上的压力。(1) 凹形，(2) 凸形(图 12.25)。



图 12.25

【解】 (1) 先讨论作用在汽车上的力。汽车受到的作用力有两个，一个是汽车和所载货物的重力 P ，竖直向下；另一个是桥面对它的托力 Q ，竖直向上。托力 Q 在数值上等于汽车对桥面的压力（因为桥面对汽车的托力和汽车对桥面的压力是一对作用力和反作用力）。

当汽车静止时，力 P 和 Q 在同一条竖直线上，并且相互平衡。

但当汽车在桥上运动并通过中点时，力 P 和 Q 就不再平衡，它们的合力就是使汽车沿圆弧形桥面行驶时所需要的向心力 F 。

(2) 现在我们来求桥面对汽车的托力 Q 。

因为力 P 和 Q 作用在同一直线上，并且方向相反，所以向心力 F 等于它们的数值的差，即

$$\text{对于凹形桥面: } F = Q - P, \quad \therefore Q = P + F.$$

$$\text{对于凸形桥面: } F = P - Q, \quad \therefore Q = P - F.$$

用 $P = mg$, $F = m \frac{v^2}{R}$ 代入，得

$$\text{凹形桥面: } Q = mg + \frac{mv^2}{R}.$$

$$\text{凸形桥面: } Q = mg - \frac{mv^2}{R}.$$

(3) 由于汽车对桥的压力在数值上等于桥对汽车的托力 Q ，所以我们说：汽车在通过凸形桥面的最高点时，对桥的压力比本身的重量为小；汽车在通过凹形桥面的最低点时，对桥的压力比本身的重量为大。如果汽车的速度相当大，那么，它对凹形桥面的压力就比本身的重量大得多，因此，凹形桥实际上是不适用的。

例 10. 铁路转弯处圆弧的半径是 R ，两轨道之间的宽度是 d 。如果火车通过这里的标准速度是 v ，求这里的外轨道比内轨道应该高多少？

【解】 和自行车转弯时一样，火车在转弯的地方也必须向圆心一方倾斜。这种倾斜是依靠铁路在转弯的地方外轨道要铺得比内轨道稍高一些得到的，也就是说，在这种地方路面是稍有倾斜的，倾斜面对向圆心（图 12·26）。

作用在火车上的力有两个：一个是火车的重量 P ；另一个是铁轨对火车的托力 Q ，其大小就等于火车对铁轨的压力。它们的合力 F 就是使火车得到向心加速度的向心力。

如图 12·27 所示， $OQ \perp CB$, $OP \perp AB$ ，所以 $\triangle ABC \sim \triangle OPF$ ，

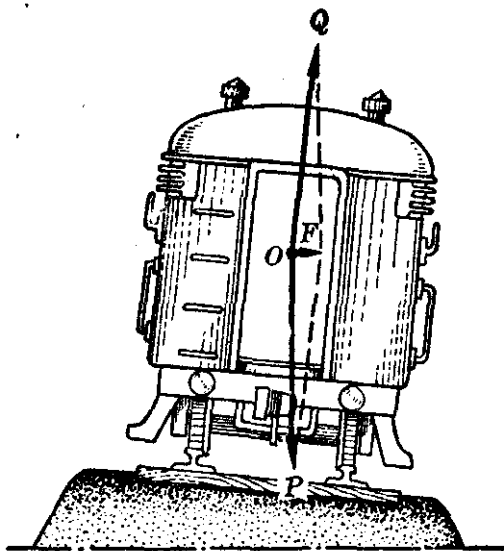


图 12.26

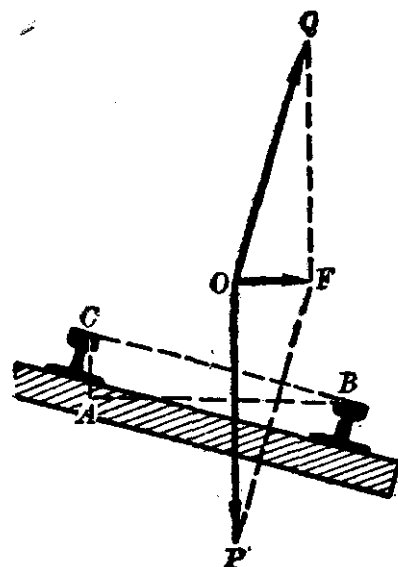


图 12.27

因此, $\frac{F}{P} = \frac{AC}{AB}$. 如果 $AC =$ 内、外两轨道的高度差 $= h$, $AB \approx CB =$ 两轨道之间的宽度 $= d$, 于是

$$\frac{F}{P} = \frac{h}{d}.$$

再用 $F = m \frac{v^2}{R}$, $P = mg$ 代入, 得

$$\frac{mv^2}{Rmg} = \frac{h}{d},$$

$$\therefore h = \frac{dv^2}{Rg}.$$

由此可见, 在转弯处, 轨道半径 R 一定时, 内外两轨道之间的高度差是根据一定的速度来决定的. 反过来讲, 对于一定的内、外轨道高度差, 就要有一定的速度来配合它. 如果火车的速度大大地超过了这个速度, 就有可能发生火车出轨或倾复事故.

习题 12.6

1. 一辆汽车和它所载的货物共重 5 吨. 这辆汽车用 21.6 公里/小时的速度通过凸形桥面. 桥的圆弧的半径是 50 米. 求汽车通过桥中央时作用在桥面上的压力. (取 $g = 10$ 米/秒²)

2. 一个重 25 公斤的小孩坐在秋千板上, 秋千板离拴绳子的横梁是 3 米. 如果秋千板经过最低位置时的摆动速度是 2.7 米/秒, 求这时秋千板所受的压力.

3. 铁路转弯处圆弧的半径是 300 米, 两轨道之间的宽度是 1435 毫米. 如果火车通过这里的标准速度是 54 公里/小时, 求这里的外轨道比内轨道要高出多少?

4. 使一把撑开的带有雨水的伞绕着伞柄旋转, 当速度不太大时, 雨点随着旋转作圆周运动. 试问这里作为雨点的向心力是什么力? 当旋转速度增大时, 雨点为什么会沿切线方向飞去?

5. 飞机在天空的竖直平面上作半径为 150 米的圆周运动. 如果飞行员的体重是 70 公斤, 飞机经过圆周的最低点时的速度是 360 公里/小时, 求这时飞行员对座位的压力. (取 $g=10$ 米/秒²)

§ 12.7 离心机械

在技术上, 有些机械都是依靠物体在圆周运动中所呈现的现象来工作的. 这种机械统称为离心机械. 这里我们只讨论经常用到的两种.

1. 瓦特节速器 瓦特节速器是用来使机器保持一定的每秒转数的装置. 它的结构如图 12.28 所示.

节速器的轴 AB 随机器一起转动. 轴 AB 的上端用活动接头

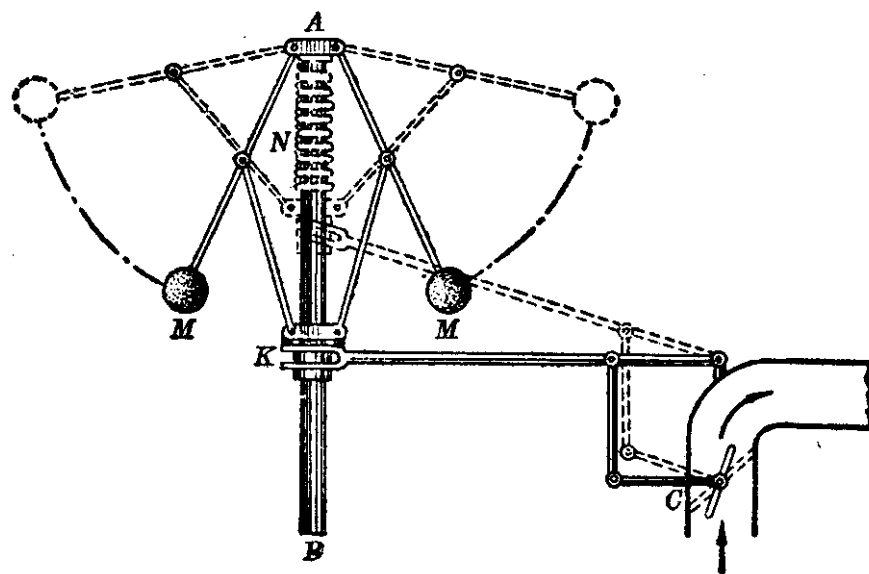


图 12.28 瓦特节速器

连接了两根棒。两根棒的下端各有一个重球 M 。当轴 AB 随着机器转动时，两重球 M 都要向外偏开(参阅下面例 11)，这就提高了轴上的套筒 K ，同时压缩了弹簧 N 。套筒 K 依靠杠杆与阀 C 连接在一起。阀 C 开得大一些或小一些可以调节从汽锅进入汽缸的蒸汽的量(箭头表示蒸汽通入的方向)。当机器的每秒转数超过正常数值时，套筒 K 升高，这时阀 C 就关得紧一些，使进入机器汽缸内的蒸汽数量减少，于是机器的转速减低。反之，当机器的每秒转数低于正常数值时，由于弹簧的弹力和重球重量的作用，套筒 K 下降，这时阀 C 就开得大一些，使进入机器汽缸内的蒸汽数量增加，于是机器的转速增加。这样，就可以使机器保持一定的转速。

现在，在蒸汽机、蒸汽轮机和水力发电机里都装有类似的节速器。

2. 离心抽水机 大家总看到过活塞打水机，它和第三章中所讲的打气筒相类似，但它只能断续地把水送到需要的地方去，因而效率不高。而离心抽水机却可以连续不断地抽水，效率比较高。

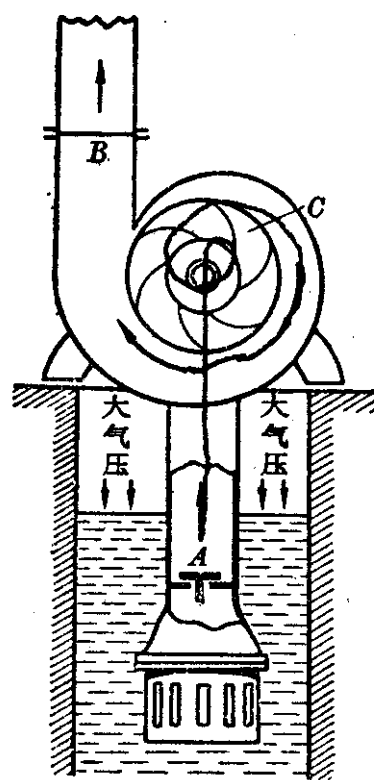


图 12·29 离心抽水机

图 12·29 是它的构造和作用原理。

图中 C 是一个带有叶片的轮子，它固定在壳套里的转动轴上。当轮子 C 迅速转动时，壳套里的水就被叶片带着一起转动。因为水各部分之间的相互作用力太小，不足以维持水作圆周运动，所以一部分水由于惯性就沿切线方向冲入 B 管。这样，壳套里转动轴附近的压强就要小于 1 个大气压，形成低压区域。于是外面的大气压强就迫使新的水从壳套后面的管 A 升到这个区域，代替已经排出的水。这部分新升入壳套里的水又被轮子 C 带着一起转动，于是又有一部分

水由于惯性而冲入 B 管。这样，就可以連續不断地把水抽上去，然后从 B 管噴出。图中的箭头表示輪子 C 的轉动方向和水的流动方向。

例 11. 已知瓦特节速器上装有重球的两根棒各长 20 厘米。設机器在运轉时，該棒与豎直的轉动軸 AB 之間的夹角为 60° 。求此时节速器的轉速为多少。

【解】 (1) 如图 12-30 所示，設 AM 棒的长为 l ，两重球的重量都为 mg 。节速器在某时刻以每秒 n 轉的轉速轉动时，棒 AM 与轉軸 AB 之間成 θ 角， AM 棒作用于球 M 上的拉力为 T ，棒的质量忽略不計。

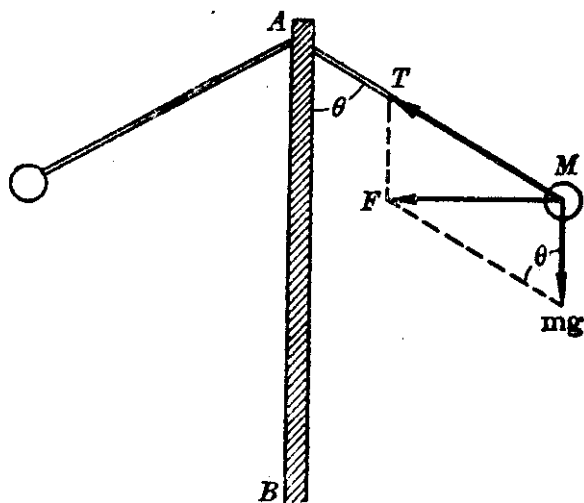


图 12-30

球 M 受到 T 和 mg 两个力的作用，这两个力的合力 F 就是它在水平面內作圓周运动所需要的向心力，所以

$$F = mg \operatorname{tg} \theta.$$

球 M 作圓周运动的半徑 $R = l \sin \theta$ ，它的綫速度 $v = 2\pi Rf = 2\pi fl \sin \theta$ 。 f 是节速器的頻率。所以

$$F = m \frac{v^2}{R} = m \frac{(2\pi fl \sin \theta)^2}{l \sin \theta} = 4\pi^2 f^2 ml \sin \theta.$$

两式相等，得

$$mg \operatorname{tg} \theta = 4\pi^2 f^2 ml \sin \theta$$

$$\therefore f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l \cos \theta}}.$$

从上式可知，节速器頻率 f 越大，即轉速越快， $\cos \theta$ 應該越小，即 θ 應該增大。这就是前面所讲的，机器轉动时，两重球 M 要向外偏开，轉速越大，偏得越开（即 θ 越大）的道理。

(2) 把題目中列出的数值代入, 即 $l=20$ 厘米, $\theta=60^\circ$, 則

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{980}{20 \cos 60^\circ}} \approx 1.6 \text{ 周/秒} = 1.6 \text{ 赫茲},$$

即节速器每秒轉 1.6 轉。

§ 12.8 固体的轉动

在第四章中我們已經討論过平动, 这是固体的一种最简单的运动。現在我們要討論另一种常見的固体的运动——轉动。例如, 地球的自轉, 飞輪和定滑輪的运动, 車床上工件的运动等, 都是轉动。

在很多情形下, 固体是同时进行平动和轉动的。例如, 螺栓在擰入螺母中时, 就同时作平动和轉动。正在行駛着的汽車的車輪, 一方面繞自己的軸轉动, 另一方面又随着汽車一起作平动。

物体轉动时, 它上面的各点都在作圓周运动, 这些圓周的中心位于同一直綫上, 这条直綫叫做轉动軸。如图 12.31 所示, 轉动軸就是通过 O 点垂直于紙面的直綫。这些圓周的半徑, 就是各点离轉动軸的垂直距离。

从 § 12.4 中知道, 质点作圓周运动的綫速度与圓半徑有关。

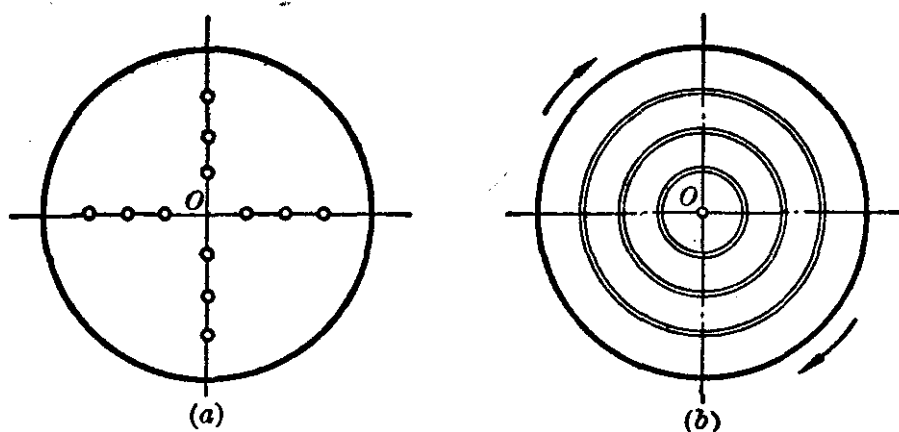


图 12.31 穿了小孔的圓板(如图(a)), 当圓板迅速轉动时, 我們看到一些圓而看不出小孔, 这些圓就是小孔的軌迹(如图(b))

由于物体上的各点离轉軸的距离不同,即作半徑不同的圓周运动,因此,各点的綫速度也不相同.这从图 12·32 中也可以看出来.当輪子轉过一个角度 φ 时,輪子上各不同点 A 、 A_1 、 A_2 通过了不同的弧长 AB 、 A_1B_1 、 A_2B_2 ,离轉軸越远的点,通过的弧越长.由此可见,物体轉动时,物体上的各点具有不同的綫速度.

可是,从图 12·32 中又可以看出,轉动物体上各点的半徑,在相同時間內所轉过的角度都是相等的.因此,如果我們知道了物体上任何一点的半徑和它在某一段時間內所轉过的角度,我們就有可能知道物体上所有其余各点在这段時間內的运动,也就是整个物体的运动.

根据物体轉动的这个特性,即各点的半徑在相同的時間內都轉过相同的角度,我們引入一个叫做**角速度**的物理量来描述固体的轉动情形.

轉动物体的角速度是轉动物体上任何垂直于轉軸的直綫所轉过的角度,和轉过这一角度所需時間的比.如果用 φ 表示在時間 t 內轉过的角度,用 ω 表示角速度,那么

$$\omega = \frac{\varphi}{t}.$$

显然,在匀速轉动中, ω 是一个恒量.这和匀速直綫运动的速度含义相似.

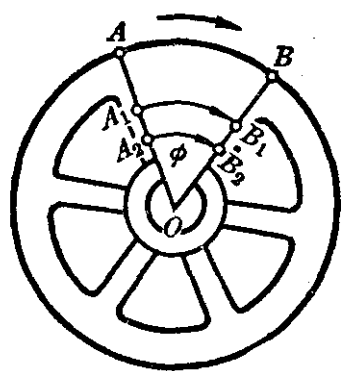


图 12·32 半徑上各点轉过的角度相同

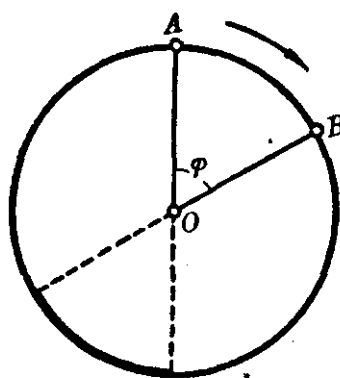


图 12·33 $\angle\varphi=1$ 弧度

在計算角速度时，轉过的角度常常不用度而用弧度作为单位来計算。一弧度就是弧长等于半徑的圓弧所对的圓心角(图 12·33)。我們取每秒 1 弧度 (1 弧度/秒) 作为角速度的单位，也就是說，质点在 1 秒钟內轉过的角度为 1 弧度时，它的角速度就是角速度的单位。

物体轉动的角速度，在工程技术上常用单位時間 (每分或每秒) 內的轉动次数来計算。例如，立式四缸 90 馬力柴油机的飞輪的角速度約为 750 轉/分，6000 千瓦蒸汽輪机的軸的角速度約为 3000 轉/分。

这样，角速度的单位就有两种，轉/秒与弧度/秒。它們之間的关系，可以通过这样的事实建立起来，即物体轉动一周，它所轉过的角度 $\varphi = 2\pi$ 弧度。所以如果用 f 代表每秒的轉数，則

$$\omega = 2\pi f \text{ 弧度/秒.}$$

再有，物体轉动一周，质点通过了 $2\pi R$ 的路程 (R 是該质点作圓周运动的圓半徑)，所以质点的綫速度 v 为

$$v = 2\pi Rf.$$

由此可見， ω 与 v 的关系为

$$v = \omega R.$$

这是一个很重要的关系式。因为知道了物体轉动的角速度后，我們就可以利用这个关系式，求出物体上任何一点的綫速度，也就是任何一点的运动。

例 12. 我国自制的 6000 千瓦蒸汽輪机的轉速是 3000 轉/分，它的角速度是多大？在飞輪上与轉軸相距 20 厘米的质点的綫速度是多少？

【解】 这是求角速度和綫速度的問題，从題中已知 $R = 20$ 厘米， $f = 3000$ 轉/分 = 50 轉/秒。所以

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 50 = 100\pi \text{ 弧度/秒} \approx 314.16 \text{ 弧度/秒.}$$

$$v = \omega R = 100\pi \times 20 = 2000\pi \text{ 厘米/秒} \approx 62.8 \text{ 米/秒.}$$

习 題 12·8

1. 飞輪的轉速是 5 轉/秒, 試用弧度/秒来表示它的角速度.
2. 機車的車輪的直徑是 1.4 米, 在行駛時車輪每分鐘轉 120 次, 求機車前進的速度.
3. 作勻速轉動的飞輪, 每分鐘轉 300 次. 在飞輪上与轉動軸相距 1 米的質點的綫速度是多少?
4. 試求地球表面赤道上的一點在地球自轉中的角速度和綫速度. 地球的半徑為 6400 公里.

§ 12·9 皮帶傳動和齒輪傳動

機器可以分為發動機和工作機兩類. 蒸汽機、蒸汽輪機、內燃機、水輪機、風力發動機、電動機等都是發動機. 車床、刨床、鑽床、軋鋼機、紡紗機、織布機等都是工作機.

要使工作機工作, 必須使發動機的軸帶着工作機的軸一起轉動, 也就是把轉動從發動機傳遞到工作機上去. 轉動的傳遞可以用不同的裝置來完成. 我們這裡要講的是兩種常用的傳動裝置, 就是皮帶傳動裝置和齒輪傳動裝置.

1. 皮帶傳動 皮帶傳動是機器上常常使用的一種傳動裝置. 例如, 一般的電動機、蒸汽機、柴油機等, 都是用皮帶來帶動工作機的.

圖 12·34 和圖 12·35 表示兩種不同形式的皮帶傳動裝置. 在發動機的軸上和工作機的軸上都裝有皮帶輪, 皮帶輪之間用一條皮帶連接起來. 發動機軸上的皮帶輪 A 叫做**主動皮帶輪**, 工作機軸上的皮帶輪 B 叫做**從動皮帶輪**. 在轉動時, 兩個皮帶輪邊緣上的綫速度 v 是相等的, 但它們的角速度不同, 因為兩個皮帶輪的半徑不同.

根據這個特點, 我們可以求出主動皮帶輪和從動皮帶輪的每秒钟轉數和它們的直徑的關係. 設主動皮帶輪的直徑為 d_1 , 每分

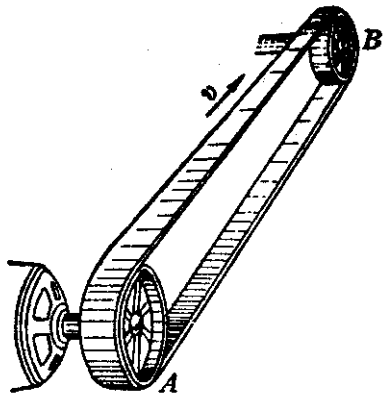


图 12.34

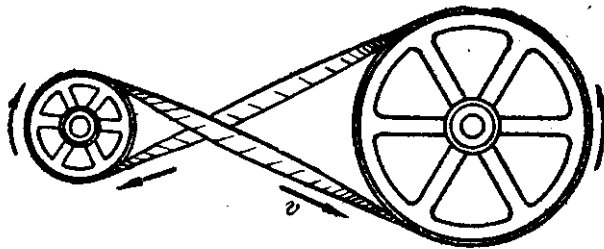


图 12.35

钟轉 n_1 次；从动皮帶輪的直徑为 d_2 ，每分鐘轉 n_2 次，則兩皮帶輪邊緣的綫速度 v 为

$$v = \frac{\pi d_1 n_1}{60} = \frac{\pi d_2 n_2}{60}$$

$$\therefore \frac{n_2}{n_1} = \frac{d_1}{d_2},$$

即两个皮帶輪的每分鐘轉数与它們的直徑成反比。从动皮帶輪的直徑越小，它的每分鐘轉数越多，即轉得越快。比值 n_2/n_1 叫做傳动速度比。

皮帶傳动的优点在于：皮帶富有彈性，可以緩和冲击，所以傳动平稳。遇到障碍或超过負載时，因为皮帶与輪子之間摩擦不够，皮帶会在輪上滑动（一般称为打滑），所以能够防止机件损坏。但也由于有时要打滑，机械效率較低，不能保持稳定的傳动速度比。

2. 齿輪傳动 在齿輪傳动装置中，装在发动机軸上的齿輪叫做主动齿輪，装在工作机軸上的齿輪叫做从动齿輪。主动齿輪和从动齿輪相互嚙合（图 12.36）。当主动齿輪和从动齿輪的兩根轉軸相互平行的时候，采用圓柱形齿輪（图 12.36(a)）；当兩根轉軸相互交叉时，采用截錐形齿輪（图 12.36(b)）。

轉动时，在同一時間內两个齿輪通过嚙合处的齿数相等。根据这个特点，我們就可以求出两个齿輪每秒钟的轉数和它們的齿数的关系。

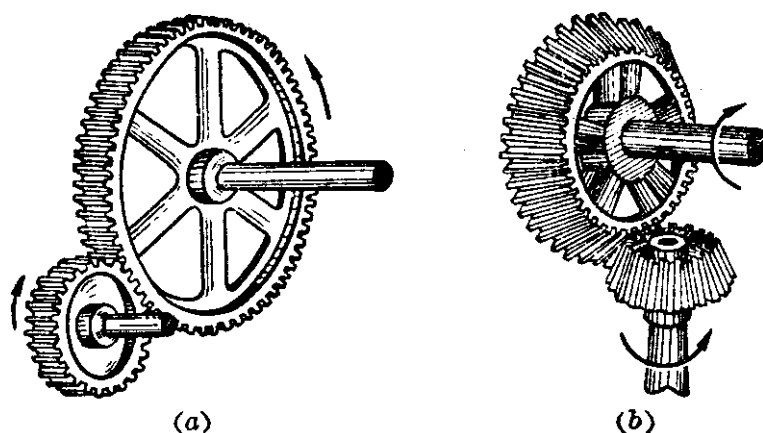


图 12·36 齿輪傳动装置

設主动齿輪有 z_1 个齿，每分钟轉 n_1 次；从动齿輪有 z_2 个齿，每分钟轉 n_2 次。所以，每一分钟內，主动齿輪經過啮合处的齿数等于 $z_1 n_1$ ，从动齿輪經過啮合处的齿数等于 $z_2 n_2$ ，它們應該相等，即

$$z_1 n_1 = z_2 n_2,$$

$$\therefore \frac{n_2}{n_1} = \frac{z_1}{z_2},$$

即两个啮合的齿輪的每分钟轉数与它們的齿数成反比。

齿輪傳动装置的应用也很广泛。例如，汽車、拖拉机、电車的发动机是利用齿輪傳动来使車輪轉动的；輪船的发动机是利用齿輪傳动来使螺旋推进器轉动的。图 12·37 表示齿輪在手搖絞車上的应用。

例 13. 蒸汽机的飞輪依靠皮帶傳动与发电机的皮帶輪联結在一起。飞輪的直徑是 1.5 米，它的轉动速度是 100 轉/分。

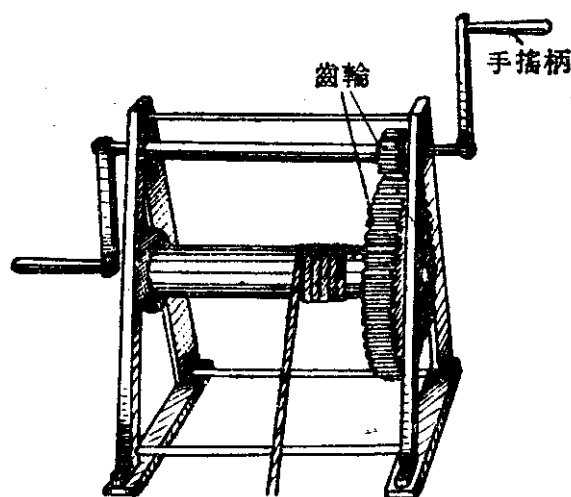


图 12·37 手搖絞車

(1) 为了使发电机的电樞用 600 轉/分的速度轉动，应当采用

多大直徑的皮帶輪？

(2) 皮帶的綫速度是多少？

(3) 如果所傳遞的功率是 10 馬力，那麼作用在飛輪邊緣上的力是多大？

【解】 飛輪是主動皮帶輪，發電機電樞上的皮帶輪是從動皮帶輪。所以 $d_1 = 1.5$ 米， $n_1 = 100$ 轉/分。

(1) $n_2 = 600$ 轉/分。

$$\therefore d_2 = \frac{d_1 n_1}{n_2} = \frac{1.5 \times 100}{600} = 0.25 \text{ 米，}$$

即發電機電樞上的皮帶輪直徑應該是 0.25 米。

(2) 皮帶的綫速度 v 是

$$\begin{aligned} v &= \pi d_1 n_1 = \pi \times 1.5 \times 100 = 150\pi \text{ 米/分} \\ &= 2.5\pi \text{ 米/秒} \approx 7.8 \text{ 米/秒。} \end{aligned}$$

(3) 10 馬力 = 750 公斤·米/秒，設作用在飛輪邊緣上的力為 F ，則

$$F = \frac{750}{2.5\pi} \approx 95 \text{ 公斤。}$$

習 題 12.9

1. 利用齒輪可以把每分鐘 180 次的轉動改變為 144 次。假設主動齒輪上的齒數是 40，那麼從動齒輪上的齒數應該是幾多？

2. 電動機和鋤草機用皮帶傳動聯結起來。從動皮帶輪與主動皮帶輪的每分鐘轉數的比是 1:2，鋤草機上皮帶輪的直徑是 30 厘米。求電動機上皮帶輪的直徑。如果電動機每分鐘轉 1400 次，那麼從動皮帶輪每分鐘應該轉幾次？

3. 設傳動速度比是 1:5，主動皮帶輪的轉動速度是 80 轉/分，從動皮帶輪的直徑是 20 厘米。如果所傳遞的功率是 1.5 千瓦，那麼作用在從動皮帶輪邊緣上的力是多大？

本 章 提 要

1. 曲綫運動的條件，速度的方向

(1) 物体受到的作用力的方向与它的运动方向位于同一直线上时, 物体作直线运动. 物体受到的作用力的方向与它的运动方向成角度时, 物体作曲线运动.

(2) 物体作曲线运动时, 速度的方向时刻在变化着; 物体在曲线上某一点的速度方向, 就是该点的切线方向.

2. 平抛和斜抛运动的运动规律 设以 x 轴代表水平方向, y 轴代表竖直方向, 则

(1) 平抛运动的运动规律为

$$\begin{aligned}v_x &= v_0, & S_x &= v_0 t; \\v_y &= gt, & S_y &= \frac{1}{2} gt^2;\end{aligned}$$

式中 v_x 和 S_x 代表 x 方向的速度和距离; v_y 和 S_y 代表 y 方向的速度和距离. 所以平抛运动可以看作是沿 x 方向用初速度 v_0 为速度的匀速直线运动和沿 y 方向的自由落体运动的合运动.

(2) 斜抛运动的运动规律为

$$\begin{aligned}v_x &= v_0 \cos \theta, & x &= v_0 \cos \theta \cdot t; \\v_y &= v_0 \sin \theta - gt, & y &= v_0 \sin \theta \cdot t - \frac{1}{2} gt^2;\end{aligned}$$

式中 v_x 、 x 、 v_y 、 y 所代表的物理量与上相同. 可见, 斜抛运动可以看作是沿 x 方向用初速度 $v_0 \cos \theta$ 为速度的匀速直线运动和用初速度 $v_0 \sin \theta$ 的沿 y 方向的竖直上抛运动的合运动.

3. 匀速圆周运动

(1) 作匀速圆周运动的物体受到的作用力是沿着半径指向圆心的, 也就是说, 作用力总是与速度方向成直角. 这个力叫做向心力 (F), 它所产生的加速度叫做向心加速度 (a).

$$a = \frac{v^2}{R}, \quad F = m \frac{v^2}{R}.$$

(2) 物体沿着圆周走一圈所用的时间叫做周期 (T), 单位时间内转动的周数叫做频率 (f). 周期、频率和线速度 (v) 之间的关系为

$$f = \frac{1}{T}, \quad v = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi Rf.$$

4. 向心力和离心力

(1) 向心力和离心力的大小都等于 $m \frac{v^2}{R}$.

(2) 向心力和离心力是一对作用力和反作用力, 它们的大小相等、方向

相反,同时存在、同时消失,作用在两个不同的物体上. 向心力和离心力不能互相平衡.

5. 固体的转动

(1) 物体转动时,物体上各点的线速度不一定相同;但各点的半径在相同时间内都转过相同的角度,即角速度相同.

(2) 转动物体上任何垂直于转轴的直线所转过的角度,和转过这一角度所需的时间之比,叫做转动物体的角速度,即

$$\omega = \frac{\varphi}{t}.$$

(3) 角速度和线速度的关系为

$$v = \omega R.$$

角速度的单位有两种:转/分、转/秒与弧度/秒. 换算关系可以用下式来表示:

$$\omega(\text{弧度/秒}) = 2\pi f \quad (f \text{ 的单位为转/秒}),$$

或

$$\omega(\text{弧度/秒}) = 2\pi \frac{n}{60} \quad (n \text{ 的单位为转/分}).$$

6. 皮带传动和齿轮传动

(1) 在皮带传动中,两个皮带轮的每秒钟(或每分钟)转数与它们的直径成反比,即

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{d_1}{d_2}.$$

(2) 在齿轮传动中,两个啮合齿轮的每秒钟(或每分钟)转数与它们的齿数成反比,即

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{z_1}{z_2}.$$

(3) $\frac{n_2}{n_1}$ 叫做传动速度比.

复习题十二

1. 试用平抛运动、斜抛运动和匀速圆周运动为例,分析运动物体所受的力的方向和速度方向之间的关系.

2. 平抛运动物体在 t 秒、 $2t$ 秒、 $3t$ 秒内的竖直降落距离成怎样的比值? 在 t 秒、 $2t$ 秒、 $3t$ 秒内通过的水平距离成怎样的比值?

3. 斜抛运动所达到的高度决定于哪些因素? 它们的关系式是怎样的? 它的水平射程决定于哪些因素?

4. 說明角速度的含義。在研究怎樣的運動時才有必要引入角速度這個物理量？為什麼？角速度的單位是什麼？它和綫速度有什麼關係？

5. 試問作勻速圓周運動的物體受到怎樣一個力的作用？加速度公式是怎樣的？為什麼叫它向心加速度？

6. 是什麼力使地球繞太陽轉動？是什麼力使地面上的物體隨着地球而轉動？這些力的反作用力是什麼力？作用在什麼地方？

7. 在 20 米高處以 15 米/秒的速度水平拋出一個小球，求 (1) 小球接觸地面時的速度，(2) 在離開地面 10 米高處的速度 (取 $g=10$ 米/秒²)。

8. 如果斜拋運動的初速度為 v_0 ，投射角為 α ，試證明：(1) 物體在空中的運動時間 $t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$ ；(2) 物體的水平射程 $x = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$ ；物體的最大射程 $= \frac{v_0^2}{g}$ ，(3) 物體達到的高度 $y = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{g}$ 。

9. 一輛 4 噸重的卡車，以 18 公里/小時的速度通過平橋或凹形橋的最低點以及凸形拱橋的最高點。問卡車作用在橋上的壓力各是多少？設橋面圓弧的半徑都是 50 米 (取 $g=10$ 米/秒²)。

10. 一個滑冰運動員以 12 米/秒的速度在水平的冰面上沿半徑為 50 米的圓周滑行。問他的身體必須傾斜到與地面成多大的角度才能保持平衡？

第十三章 万有引力定律

万有引力定律是牛頓在前人积累的丰富知識的基础上的另一个偉大的发现。它与能量轉变和守恒定律一样，也是自然界中最基本和最普遍的定律之一。一切物体，不論它們是怎样微小或怎样巨大，是元素或化合物，有生命的或无生命的，都遵从这个定律。

牛頓发现万有引力定律是从研究行星的运动开始的，我們在这一章中，也先从行星的运动談起。

§13·1 行星的运动

在很古的时代，人类就开始了对于天体运动的研究，并且从这种研究中逐渐学会了准确計算时间和測定方位的方法。我国的农历历法就是在这样长期观察的基础上积累起来的結果。

关于各种星球如何运动这个问题，古代的天文学家曾經提出过地球中心說。他們认为地球是宇宙的中心，是靜止不动的，而太阳、月球以及所有其他的星球都圍繞着地球运动。

地球中心說与当时反动的教廷用来傳布并且巩固神权思想的教义——“人类中心說”^①是相符合的，因此得到教皇統治的竭力支持，长期地作为一种不可动搖的真理，而且几乎历时 1400 年沒有任何重大的修改。

到了十五世紀，随着生产的日益发展，航海事业逐漸地兴旺起来。航海家在一望无际广闊的海洋中辨别方向，需要精确的天座

^① “人类中心說”的内容大致是：地球是宇宙的主宰；地球上的人是“天之驕子”，教皇是人类的統治者，上帝是宇宙的創造者……是一种极端錯誤和反动的学說。

图,这就促进了天文学的进一步发展.在十六世纪初,哥白尼提出了一个新的学说,叫做地动说,或太阳中心说.他认为地球和其他行星如水星、木星、金星等都是围绕太阳运动的,同时他还认为地球不仅绕太阳转动,还绕它自己的轴(地轴)自转,因而形成昼夜.

哥白尼的学说虽然解决了一些有关航海方面的实际问题,但是因为与教义不相容,所以受到教廷疯狂的反对.许多相信这个学说的人,都遭到了非常残酷的迫害.例如,意大利科学家布鲁诺,就在1600年被活活烧死;伽利略当时虽已七十高龄,也受到无情的鞭打.

然而真理毕竟是真理,经过许多科学家不屈不挠的斗争和长期辛勤的研究,在哥白尼学说诞生以后一百年,德国科学家开普勒发表了一个行星围绕太阳运动的定律.它的大意是:所有的行星分别在大小不同的椭圆轨道上围绕太阳运动,太阳是在这些椭圆的一个焦点上^①.这个定律简称为开普勒定律.

这些椭圆都和圆相近似,所以在实际计算时,可以把行星的轨道当作圆来处理,这时太阳就在圆心处.

§ 13·2 万有引力定律

开普勒定律只指出了各种行星是怎样运动的,但没有说明为什么它们这样运动,或者说,它们在怎样的力的作用下才这样运动.这个问题直到十七世纪末牛顿发现了万有引力定律后,才得到解决.

牛顿在前人研究的基础上,又作了长期和细致的研究.他认为行星围绕太阳运动的向心力,就是太阳对行星的引力;月球围绕地球运动的向心力,就是地球对月球的引力.他还认为,这种天

^① 开普勒定律一共有三条,这是第一条,其他两条由于已经超出本书的内容范围,不在这里列出.

体之间的引力和地面上物体所受到的重力有相同的本质。最后他得出这样的一个结论：任何两个物质的质点都是相互吸引的，引力的大小与两个质点的质量的乘积成正比，并与它们间距离的平方成反比。这就是大家所熟知的著名的万有引力定律。

如果用 m_1 和 m_2 表示两个质点的质量， r 表示它们之间的距离， F 表示它们相互作用的引力，那么，这个定律可以用下面的公式来表示：

$$F = f \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

式中 f 是比例常数，叫做引力恒量。

对于两个物体来讲，如果它们之间的距离非常远；或者它们之间的距离比它们本身大得多，就可以把它们看作是质点，而直接运用上面的公式，例如，各行星和太阳之间的引力，地球和月球之间的引力等。如果两个物体之间的距离不太大，计算就比较复杂，并且还需要应用高等数学，我们在这里不准备叙述。但是也有一些特殊的情况，例如对于两个质量分布均匀的球体来讲，可以把它们的质量看作是集中在重心这一点上，并且把两个球体都按照质点来处理，直接应用上面的公式，这时 r 表示两个球心之间的距离。

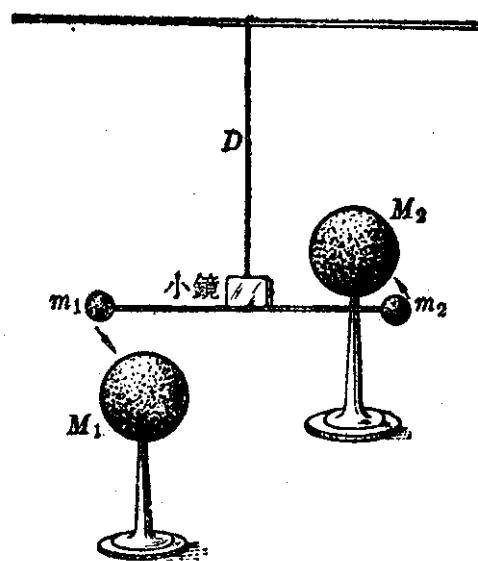


图 13·1 卡文迪许实验的装置

万有引力定律可以用实验来证明。其中最著名的叫做卡文迪许实验。实验的装置如图 13·1 所示。在石英细丝 D 上悬挂着一根非常轻的细棒。悬挂点在棒的中央。棒的两头分别固定着质量相等的小铅球 m_1 和 m_2 。再把两个质量相等的大铅球 M_1 和 M_2 分别放在 m_1 的前方和 m_2 的后

方，并且使 M_1 和 m_1 的距离与 M_2 和 m_2 的距离相等。这时由于大球对小球的引力使細棒轉动，于是石英絲 D 也就跟着扭轉。石英絲最后靜止的位置，就是它由于扭轉而产生的彈力矩与大小鉛球的引力矩相平衡的位置。所以求出石英絲扭轉的彈力矩和两个小鉛球之間的距离，就可以知道大小鉛球之間的引力。

石英絲扭轉的彈力矩可以根据它扭轉的角度来确定，而这个扭轉的角度又可以从固定在它上面的小鏡子把原来垂直入射到它上面的光綫反射回来的角度来推算。知道了扭轉的彈力矩后，便可計算出大球和小球之間的引力来。这样，再改变所用鉛球的质量和大小鉛球之間的距离，就可以証明万有引力定律。

利用这个实验数据，还可以計算出引力恒量 f 的数值。

从实验結果知道，两个质量都是 1 克的质点，在相距 1 厘米时它們相互作用的引力是 $\frac{1}{15,000,000}$ 达因。所以，在万有引力定律的公式中，如果质量用 1 克作为单位，距离用 1 厘米作为单位，力用 1 达因作为单位，則 f 的数值等于 $\frac{1}{15,000,000}$ 。現代公认为最准确的 f 的值是

$$f = 6.67 \times 10^{-8} \text{ 厘米}^3 / \text{克} \cdot \text{秒}^2 (\text{达因} \cdot \text{厘米}^2 / \text{克}^2).$$

例 1. 試用万有引力定律求地球的质量及其密度。

【解】 (1) 我們知道，质量为 1 克的物体在地面附近受到的地球的引力大約是 980 达因，它与地球中心的距离可以近似地取作 6400 公里 = 64×10^7 厘米。設地球的质量为 M ，則应用万有引力定律公式得

$$980 = \frac{1}{15 \times 10^6} \times \frac{1 \times M}{(64 \times 10^7)^2},$$

$$\therefore M = 980 \times 15 \times 10^6 \times (64 \times 10^7)^2 \approx 6 \times 10^{27} \text{ 克}.$$

(2) 把地球当作一个球体来处理，則它的体积 V 为

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi \times (64 \times 10^7)^3 \text{ 厘米}^3.$$

所以,設地球的平均密度为 ρ , 則

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{M}{V} = \frac{980 \times 15 \times 10^6 \times (64 \times 10^7)^2}{\frac{4}{3} \pi \times (64 \times 10^7)^3} \\ &= \frac{98 \times 15 \times 3}{4\pi \times 64} \approx 5.5 \text{ 克/厘米}^3,\end{aligned}$$

即地球的平均密度是 5.5 克/厘米³。因为已知地球表面附近的岩石的平均密度約为 2.7 克/厘米³, 可見地面下更深的地方的物质的平均密度一定比接近地面的物质的平均密度大得多。

例 2. 地球繞太阳运动的綫速度大約等于 30 公里/秒, 地球运行軌道的半徑是 15×10^7 公里, 求太阳的质量。

【解】 我們知道, 地球繞太阳运动的向心力, 就是太阳对地球的引力, 因此, 設地球的质量为 m , 太阳的质量为 M , 地球运行的軌道的半徑为 R , 地球的綫速度为 v , 則根据向心力公式和万有引力定律公式, 得

$$m \frac{v^2}{R} = f \frac{mM}{R^2}$$

即
$$M = \frac{v^2}{R} \times \frac{R^2}{f} = \frac{v^2 R}{f}.$$

以 $v = 30$ 公里/秒 $= 3 \times 10^6$ 厘米/秒, $R = 15 \times 10^7$ 公里 $= 15 \times 10^{12}$ 厘米, $f = \frac{1}{15 \times 10^6}$ 厘米³/克·秒² 代入, 得

$$M = \frac{(3 \times 10^6)^2 \times 15 \times 10^{12}}{\frac{1}{15 \times 10^6}} \approx 2 \times 10^{33} \text{ 克}.$$

从例 1 和例 2 所得的結果可知, 地球的质量大約只有太阳质量的三十万分之一, 由此可見太阳的质量是多么地巨大!

习 題 13.2

1. 地球距离太阳約为 1.5×10^8 公里, 繞太阳轉动的周期是 365 天, 求太

阳的质量. [提示: 用 $v = \frac{2\pi r}{T}$]

2. 假定质量同是 20 吨的两个均匀球体的中心距离等于 5 米, 求它們相互作用的力.

3. 取地球的质量为 6×10^{27} 克, 月球的质量为 7.3×10^{25} 克, 两球中心的距离为 3.84×10^{10} 厘米, 月球繞地球运动一周所用的时间是 2.36×10^6 秒. 試根据这些数据証明, 地球对月球的引力等于月球圍繞地球运动所需的向心力. [提示: 用万有引力定律公式求出地球对月球的引力, 再用向心力公式求出月球繞地球运动所需的向心力, 比較两个結果.]

4. 火星的半徑約为地球半徑的一半, 火星的质量約为地球质量的 $\frac{1}{9}$. 如果在地球上重 50 公斤的人飞到火星上去, 他的重量将是多少? 质量是多少?

§ 13.3 地球上物体重量的变化

物体的重量就是物体受到的重力. 物体的重力是由于地球对物体的吸引而引起的, 但一般并不恰好等于地球对它的引力. 重力与引力之間究竟存在着怎样的关系呢? 这就是我們現在所要研究的問題.

地球在不断地繞着通过南北极的軸綫(叫做地軸)自轉. 由于地球的自轉, 地面上的物体繞着地軸作匀速圓周运动. 作匀速圓周运动的物体是需要向心力的, 这个向心力的大小为

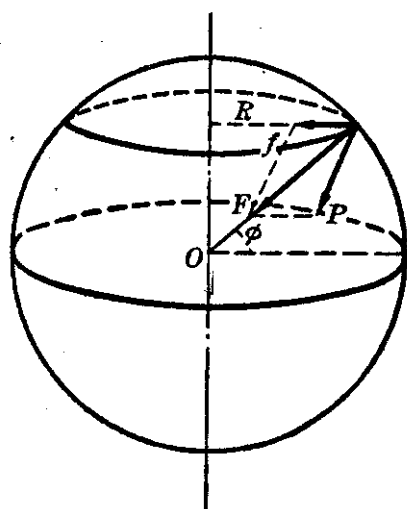
$$f = \frac{mv^2}{R} = m\omega^2 R \quad (\because v = \omega R),$$

式中 ω 表示物体作匀速圓周运动的角速度, 即地球自轉的角速度, 根据上一章习題六第 4 題的計算, 知道 $\omega = 0.000073$ 弧度/秒; R 表示物体作匀速圓周运动的半徑, 即物体与地軸的距离, 如果物体在赤道上, 則 R 就等于地球的半徑(約 6400 公里); 如果物体在緯度 φ 的地方, 則 R 就等于地球的半徑乘 $\cos \varphi$. 质量为 1 克的物体在赤道上所需的向心力为

$$f = 1 \times (0.000073)^2 \times 64 \times 10^7 \approx 3.4 \text{ 达因.}$$

向心力(f)的方向指向地軸, 如图 13.2 所示.

这种向心力也来自地球对物体的引力。如图 13·2 所示，地



球对物体的引力 F 可以分解为两个力：使物体作匀速圆周运动的向心力 f ，和物体作用在支持物上的力——重量 P （也就是重力，即，使物体获得重力加速度的力）。所以，一般地讲，物体的重量要比地球对它的引力略微小一些，并且也不是恰好指向地心，而是稍微偏离一些。

图 13·2 研究物体重量变化的附图

现在我们来研究同一物体在不

同纬度的地方，重量为什么会不同。我们可以用下列两个原因来说明：

第一，在纬度不同的地方，物体作匀速圆周运动的角速度相同，但半径 R 不同（在赤道上为最大，在两极处为 0）。所以，从公式 $f = m\omega^2 R$ 知道，物体跟着地球自转所需的向心力，随着纬度的增加而减小，在赤道上为最大，在两极处为 0。

第二，地球并不是一个球体，而是一个椭圆体，它的极半径是 6357 公里，赤道半径是 6378 公里。根据万有引力定律中引力与距离的平方成反比这一点，我们知道物体在赤道上所受到的引力比较小，随着纬度的增加，引力也增加，而在两极处为最大。

由此可知，物体在赤道上所受到的引力比较小，而所需的向心力却最大；随着纬度的增加，引力跟着增加，而所需的向心力却跟着减小；在两极处，引力为最大，而向心力为 0。所以，地面上同一物体的重量，在赤道处为最小，随着纬度的增加而增大，在两极处为最大。

在同一纬度处，同一物体的重量还跟着离开地面高度的增加而减小。

把一个物体从赤道移到两极所增加的重量，大约只有它原来

重量的千分之五。把物体从地面上每升高 1 公里所减小的重量，不超过它原来重量的万分之三。由此可见，这种改变是很微小的，因此，在一般情况下，可以不考虑这种改变。

此外，物体的重量还和所在处的地质构造有关。如果地面下埋藏着密度较大的岩石或矿产，则物体所受到的引力要大一些，因此比在周围地区显得要重一些，而重力加速度也就比较大一些。这种重力加速度的变化虽然非常微小，但利用精密的仪器还是可以测量出来的。利用重力加速度的这种微小的变化，可以探测石油、铁、煤和其他种矿物。这种探矿的方法叫做**重力探矿**。

习 题 13·3

1. 同一物体在地球表面的重量，是它在月球表面重量的多少倍？月球表面的重力加速度是多少？已知地球质量约为月球质量的 81 倍，地球半径约为月球半径的 3.8 倍。

2. 如果一个物体离地面的高度等于地球的直径时，物体的重量将变成原来重量的多少倍？

3. 在地球表面的物体，有没有它所受到的重力就等于地球对它的引力的地方？如果有，在什么地方？为什么？

§ 13·4 人造卫星，第一宇宙速度

我们知道，地球周围的物体都要受到地球的吸引，因此，抛出去的物体都要落回到地面上来。我们也知道，水平抛出去的物体，初速度越大，射程越远，物体运动的轨迹的弯曲程度也越小（图 13·3）。由此可以想象：当物体的初速度大到一定的数值时，它的轨迹的弯曲程度可以小到跟地球表面的弯曲程度相同。这时，物体将不断地绕地球作匀速圆周运动，成为地球的人造卫星；地球对它的引力供给它所需的向心力，只能维持它作匀速圆周运动，而不能使它落回地面。

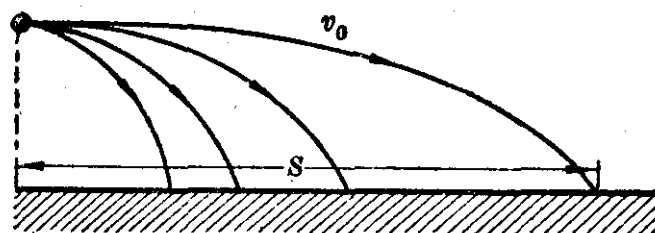


图 13·3 初速度越大,射程越远,抛物线的弯曲程度越小

假定人造卫星距地面的高度远小于地球的半径 R 并可以略去不计, 则人造卫星绕地球作匀速圆周运动所需的向心力就是 $m \frac{v^2}{R}$, 其中 m 是卫星的质量, v 是我们所要求的速度, R 是地球的半径. 地球对人造卫星的引力可以近似地取作 mg . 于是

$$m \frac{v^2}{R} = mg,$$

$$v = \sqrt{Rg}.$$

把 $R=6400$ 公里, $g=0.0098$ 公里/秒² 代入, 即得

$$v=7.9 \text{ 公里/秒}.$$

这就是人造地球卫星绕地球运转所需的最低速度, 一般叫做第一宇宙速度或环绕速度.

本章提要

1. 开普勒定律 所有的行星分别在大小不同的椭圆轨道上围绕太阳运动, 太阳在这些椭圆的一个公共焦点上.

2. 万有引力定律 任何两个物质的质点都是相互吸引的, 引力的大小与两个质点的质量的乘积成正比, 并与它们之间的距离的平方成反比. 写成数学公式就是

$$F = f \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

用厘米·克·秒制, $f = \frac{1}{15 \times 10^6}$ 达因·厘米²/克².

3. 地面上同一物体的重量, 在赤道处为最小, 随着纬度的增加而增大, 在两极处为最大.

4. 人造地球卫星繞地球運轉所具有的速度,叫做第一宇宙速度,等于7.9公里/秒.

复习題十三

1. 叙述万有引力定律. 如果物体在地球表面的重量是1公斤,把它拿到离开地面相当于地球半徑的高空,它的重量将是多少公斤?假使可能的話,把它放在地球中心,它的重量将是多少?为什么?

2. 說明引力恒量的物理意义.

3. 在地球表面,为什么在两极处的重力加速度为最大,在赤道上的重力加速度为最小?

4. 月球繞地球运动的綫速度約为1020米/秒,月球的軌道可以看作是圓周,它的半徑約为 3.9×10^5 公里,求地球的质量.

5. 假定行星繞太阳运行的軌道都是圓周,行星作匀速圓周运动的向心力就是太阳对行星的引力. 試証明: 行星繞太阳轉动周期(T)的平方和軌道半徑的立方成正比. [提示: 用 $v = \frac{2\pi R}{T}$, 則 $\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{fM} = \text{恒量}$.]

6. 試用万有引力定律証明,在地面上同一处质量不同的物体自由下落的加速度是相等的.

第十四章 流体力学

在第三章中，我們已經討論过有关靜止流体(包括液体和气体)的一些性质。現在我們要研究有关流体流动的問題。

流体的流动比起固体的运动来要复杂得多。例如，河里的流水，看起来好象全部河水是一个整体在流动，但是仔細地观察一下，却发现各处河水的流速不同，如河中心的水就要比靠近岸边的水流得快一些。

在本章中，我們只討論一种比較简单的流动，叫做稳流。自来水管里水的流动，流得不太快的河水的流动等，都是稳流。同时，我們所要討論的連續原理、压强和流速的关系、空吸作用和流綫等，都是有关稳流的基本概念。

此外，我們还要討論物体在流体中运动时受到的阻力及飞机的举力等。

§ 14.1 稳流, 連續原理

在一般情况下，流体的流动是比較复杂的。因为在同一时刻，流經各处的流体质点的速度可能不同；在不同时刻，流經同一处的流体质点的速度也可能不同。但在有些情况下，后面一种变化是不很显著的，也就是說，可以把流經同一处的流体质点的速度认为是不随時間而改变。例如，我們从河岸上观察流得不太快的河水的流动，就会发现这种情形。为了能够更明显地看出水的流动，我們先撒一些能够漂浮在水面上或悬浮在水中的小物体，象树叶、木片等。图 14.1 中的 a 、 b 、 c 、 d ... 代表这些小物体。

先观察一个固定点,例如图中的 m 点. 我们发现,当 a 、 b 、 c 、 d

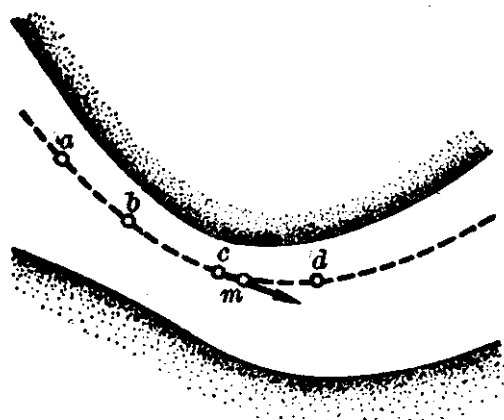


图 14.1 观察河水的流动

…这些树叶先后通过 m 点时,都以同样的快慢和同样的方向离开 m 点. 这一点表明这些树叶附近的水的质点在它们先后流经 m 点时,都具有相同的速度. 也就是说,水的质点流经 m 处的速度不随时间而改变.

再观察其他各点,也可以看到同样的情形. 所以,在流得不太快的河水中,在不同时刻流经同一处的流体质点的速度是相同的.

现在再来观察某一树叶的流动速度. 我们发现,它运动的快慢和方向都不一定是固定不变的. 例如,在图 14.2 中,树叶流过 m 、 n 、 s …各点时的速度的大小和方向就各不相同. 这表示树叶附近的水的质点的速度在流经 m 、 n 、 s …各点时是各不相同的. 所以,在流得不太快的河水中,同一时刻流体质点流经各处的速度是不一定相同的.

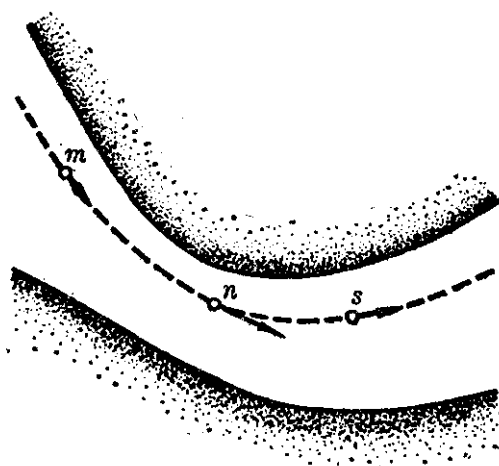


图 14.2 水的质点流过 m 、 n 、 s 各点时的速度不同

流体流动时,如果在不同时刻流体质点流经同一处的速度相同,这种流动就叫做稳定流动,简称稳流.

当然,在同一时刻流体质点流经各处的速度可能是不同的. 稳流的例子很多,如自来水管里的水流,石油的输送,以及从大蓄水池中流出来的水流等,在流速不大的情况下,都可以近似地看作稳流.

那么,为什么水的质点在流经有些地方的速度大,有些地方的

速度小呢？为了討論方便起見，我們来研究流体在一根沒有摩擦的管子中的流动情况。

我們知道，液体的压縮性很小。例如，水在 10°C 时，每增加一个大气压，体积只减少了原来体积的二万分之一。因此，在一般情况下，可以认为液体是不可压縮的。这样，当液体在这种管子中連續不断地流动时，因为沒有液体从管子的側壁流入和流出，所以在单位時間內流經每一橫截面的液体的体积一定相等。例如在图 14·3 中，設 v_1 是液体流經橫截面 S_1 的速度， v_2 是液体流經橫截面 S_2 的速度，則在单位時間內流經 S_1 的液体的体积等于 $S_1 v_1$ ，流經 S_2 的液体的体积等于 $S_2 v_2$ ，如上所述，

$$S_1 v_1 = S_2 v_2.$$

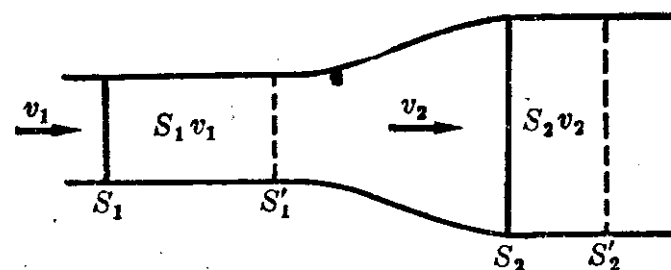


图 14·3 流經不同橫截面的液体的体积相等

这个关系式对于任意两个和管子垂直的截面都是正确的，所以一般可以写成

$$Sv = \text{恒量}.$$

意思就是說：在同一根管子中，对于不可压縮的液体來說，流速和管的橫截面积的乘积是一个恒量。这一結論称为液体的連續原理。

液体的流速 v 和管子的橫截面 S 的乘积，就是单位時間內流經管中每一橫截面的液体的体积，这个体积我們叫它为流量。如果用 Q 表示流量，則

$$Q = Sv.$$

在厘米·克·秒制中，流量的单位是 $1 \text{ 厘米}^3/\text{秒}$ ，或 $1 \text{ 升}/\text{秒}$ ($1 \text{ 升} = 1000 \text{ 厘米}^3$)。

从 $S_1 v_1 = S_2 v_2$ 式, 我們还可以得出在粗細不同的管子中, 液体的流速与橫截面的关系, 即

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{S_2}{S_1}.$$

由此可見, 流經管内任何一个截面的液体质点的速度, 与截面积的大小成反比, 即管子細的地方流速大, 粗的地方流速小.

根据同样的道理, 在一条河流中, 河面窄河底淺的地方水流得快, 河面寬河水深的地方水流得慢.

习 題 14.1

1. 如果水管的直徑是 4 厘米, 水在管内流动的速度是 15 厘米/秒, 求管内水的流量.
2. 自来水管粗处的直徑是細处直徑的 2 倍. 如果水在粗处的流速是 10 厘米/秒, 求它在細处的流速是多少?
3. 在一条河的两个寬窄不同的地方, 如果水流的速度相同, 試問这两处水的深度有什么不同?
4. 有一个灌溉渠, 其橫截面是一个等腰梯形, 底寬 2 米, 水面寬 4 米, 水深 1 米. 这个渠再通过两个分渠把水引到田里. 分渠的截面也都是等腰梯形, 底寬 1 米, 水面寬 2 米, 水深 0.5 米. 如果水在分渠内流动的速度都是 20 厘米/秒, 求水在总渠内的流动速度.

§ 14.2 流 綫

現在我們来討論液体运动的軌迹. 讓我們先来做一个实验. 实验的仪器如图 14.4 所示, 其中 (a) 是它的正面图, (b) 是側面图. 图中 A 是一个扁的容器, 由两块玻璃片 S_1 和 S_2 組成. A 的上方放了两个水槽 K_1 和 K_2 . 水槽的两块金属片 M_1 和 M_2 分別放在玻璃片 S_1 和 S_2 的正上方, 它們的底部各穿以一排孔, 使水槽中的水可以流到容器 A 中去. 两块金属片上的孔是錯开的. (M_1 片上的一个孔 d 已在图上画出.)

先在水槽 K_1 里装满清水, 打开橡皮管上的夹子 Z , 使水槽中

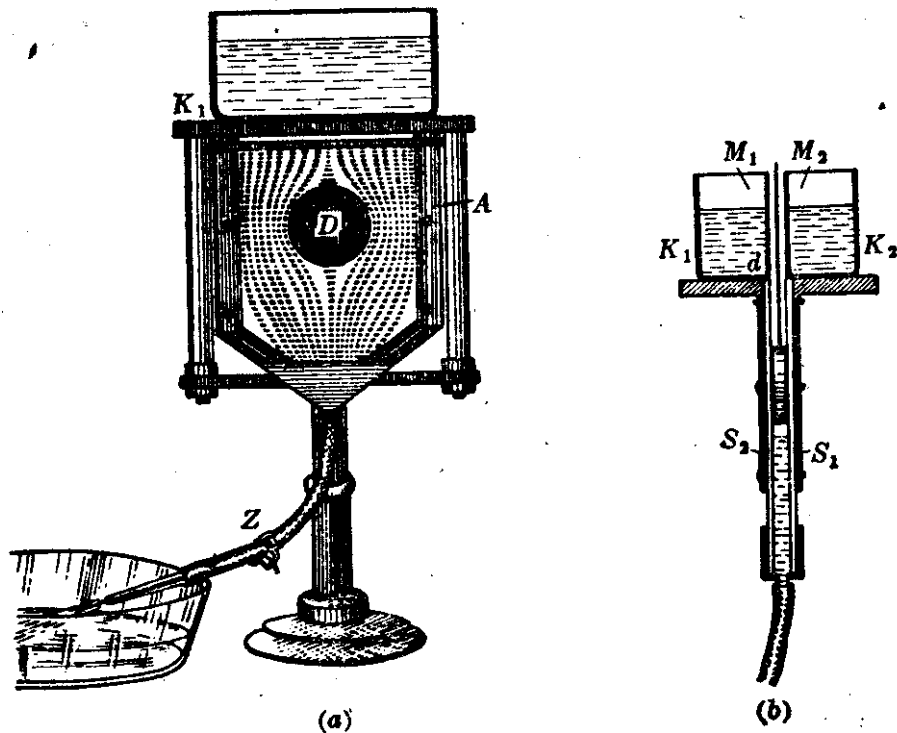


图 14.4 观察液体质点运动的轨迹

的水流下来,再在水槽 K_2 里装些红色的水,我们就可以看到红白相隔的水流。

如果在 S_1 和 S_2 之间放入一个圆的薄片 D ,就可以看到如图所示那样液体围绕这个圆片的流动情况。

根据这些水流,我们可以了解水的质点的运动轨迹。

为了形象地描述流体的运动情况,我们在流体中作许多曲线,

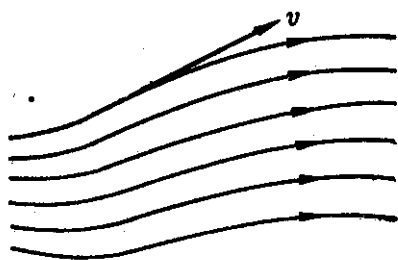


图 14.5 流线

曲线上每一点的切线方向和该处流体质点的速度方向一致(图 14.5),这种曲线叫做流线。

在稳流中,由于流体质点流经同一处的速度是相同的,因而任何流体质点在流线某点上的速度方向,总是和该点流线的切线方向相合,因此将沿流线运动,即在稳流中流线就是流体质点的运动轨迹。

从图 14.6 中可以看出,在作流线时,我们可以把液体质点的

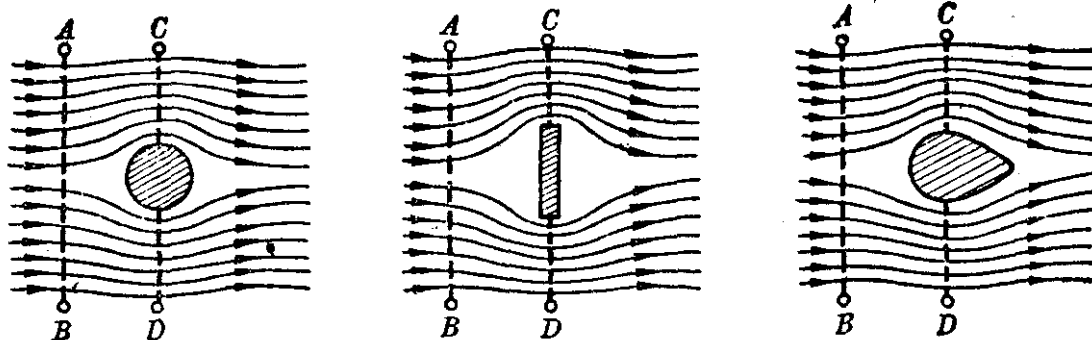


图 14·6 流体流经不同形状物体时形成的流綫

流速的大小和流綫的疏密联系起来，即流速大的地方流綫画得密一些，流速小的地方流綫画得疏一些。如图 14·6 所示， AB 处的横截面大，流速小， CD 处的横截面小，流速大，因此，在 AB 截面处的流綫画得比较疏，而在 CD 截面处的流綫画得比较密。

流綫虽然是一种假想的綫，而且并不真的存在于流动的液体中，但在研究流体力学时，是一个很重要的概念。

§ 14·3 流动流体里的压强

在流体动力学中，研究流动流体里的压强和流速的关系是一项具有很大实际意义的问题。让我们来看看下面这个实验。

取一根粗细不均匀的管子，并在粗细不同的地方各接上几根上端开口的竖直细管，如图 14·7 所示。当液体稳定地流过时，我们看到，液体在各竖直细管中上升的高度是不同的。管子细的地方上升的高度比较低，管子粗的地方上升的高度比较高。

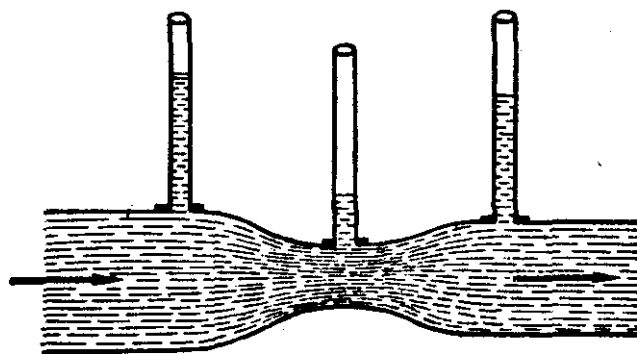


图 14·7 流动液体里的压强在管子细的部分比粗的部分小

竖直细管下面的压强，等于细管中液柱的压强与液面上部的大气压强之和。竖直细管里的液柱高，表示这个细管下面的压强

大;液柱低,表示这个細管下面的压强小. 因此,图 14-7 表明:

在稳流中,管子粗的部分压强大,管子細的部分压强小.

当气体在管中流动时,我們也可以看到同样的关系. 如图

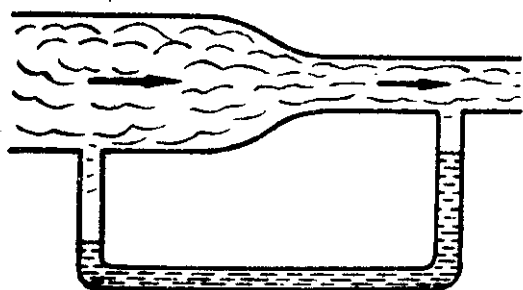


图 14-8 流动气体里的压强在管子細的部分比管子粗的部分小

14-8 所示,管子的粗部和細部連接着,細管里放了液体. 当管子里的气体不流动时,細管两边的液面在同一水平面上. 現在使气体在管中作稳定流动,于是我們就看到,接在粗部的細管中的液面要下降,接在細部的細

管中的液面要上升,这表示粗部的压强大,細部的压强小.

結合 § 14-1 中所讲的流体的連續原理,我們就可以得出流体在粗細不均匀的管中作稳流时,压强和流速的关系. 即:流体在管中作稳流时,在管子粗的地方,流速小,压强大;在管子細的地方,流速大,压强小.

在 § 14-2 中已經讲过,流綫分布的疏密可以用来表示流速的大小. 根据压强和流速的关系,我們还可以用流綫的疏密来表示压强的大小. 即:流綫疏的地方压强大,流綫密的地方压强小.

例 1. 試用牛頓运动定律解釋流体在粗細不均匀的管中作稳流时,压强和流速的关系.

【解】 設想在流动的液体中,有一小块液体从管子粗的地方流向管子細的地方(图 14-9). 根据流体的連續原理,这块液体的速度要增大,也就是說,它具有和流动方向相同的加速度. 根据牛頓第二运动定律,这个加速运动必然是由于小块液体受到一个和

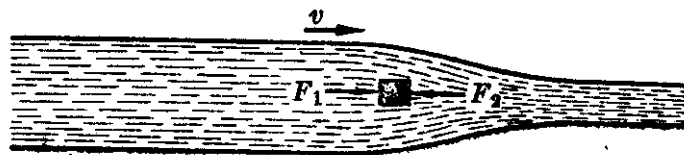


图 14-9

流动方向相同的作用力的结果。现在小块液体受到两个作用力：一个是管子粗的部分的液体对它的作用力 F_1 ，方向与流动方向相同；另一个是管子细的部分的液体对它的作用力 F_2 ，方向与流动方向相反。这两个力的合力，就是使小块液体从粗的部分流向细的部分作加速运动的原因。由此可见，粗的部分的压强比细的部分的压强大，也就是流速小的地方比流速大的地方的压强大。

如果设想小块液体从管子细的地方流向管子粗的地方，则根据连续原理，它必然要作减速运动，通过分析，可以得到同样的结论。

习 题 14·3

1. 为什么行驶在河里的轮船总是被迫偏向邻近水流较急的地方？
2. 在粗细不均匀的水平水管下面，连接一个 U 形压强计，压强计一端连在水管细的部分，另一端连在粗的部分。试问当水管中的水不流动时和流动时，压强计中两臂的水银柱高度有什么不同？

§ 14·4 液流和气流空吸作用

上面我们讨论了流动流体里压强和流速的关系。由于这个关系，产生了一种实用价值很大的现象，我们来看下面的实验。

如图 14·10 所示，玻璃管 AB 的细部连接着一根细管 CD 。细

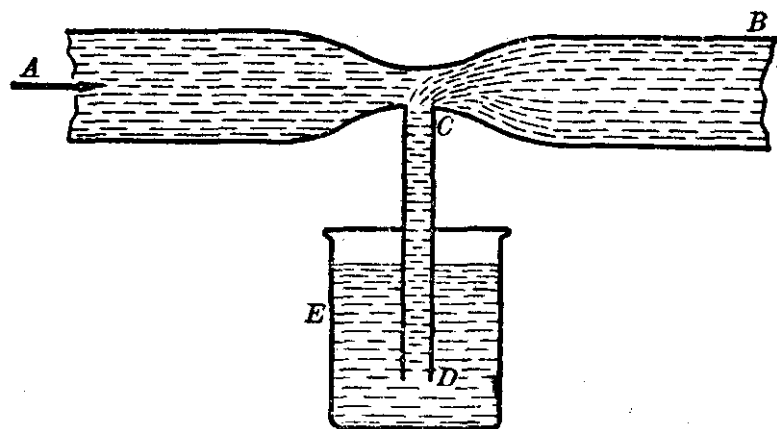


图 14·10 观察液流的空吸作用的装置

管的下端浸在盛有紅色水的容器 B 中。把 AB 接在自来水管上，使 AB 管子里面有水流过。根据压强和流速的关系，我們知道流速越大，細部的压强越小。当流速超过某一数值时，細部的压强就变成小于1个大气压强。于是容器 B 里液面上的大气压强就迫使紅色水沿 CD 管子上升，而进入 AB 管子中，并为其他的水帶走。

液流或气流的这种作用叫做**空吸作用**。空吸作用可以应用在技术上来制成某些仪器。

图 14.11 是水流抽气管的构造示意图。从自来水管流出来的水經过玻璃管的細窄部分 M 时，水的流速大大地增加，压强变得很低。因此，就可以通过与容器 A 连接的管子，把容器 A 的空气吸出，一直到容器 A 里的空气压强等于細窄部分 M 处的压强为止。从容器 A 里吸出的空气跟着水流一起流出。

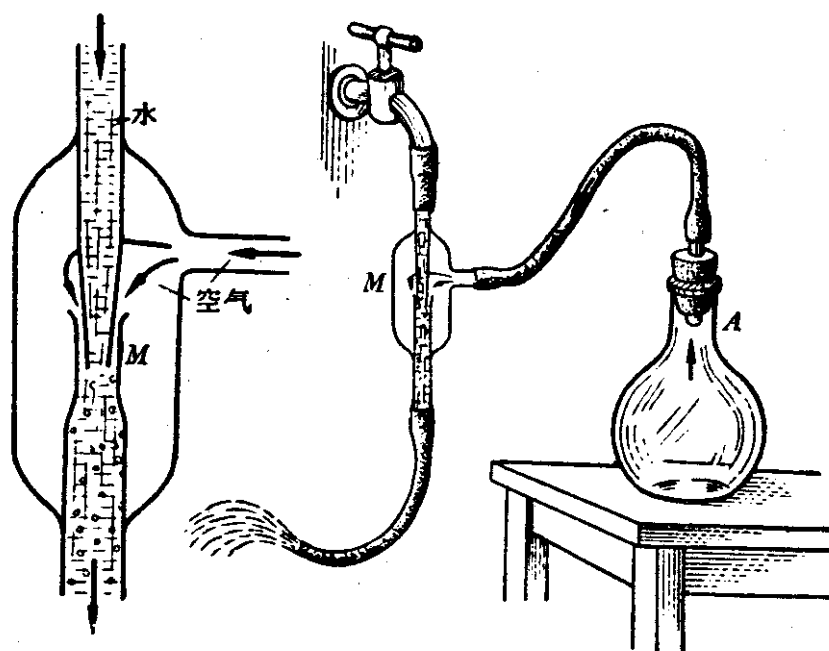


图 14.11 水流抽气管

图 14.12 是一种噴霧器，可以用来把消毒药液或杀虫药液噴成雾状。当把活塞向圓筒里压入时，圓筒里的空气就从圓筒末端的小孔 A 用很大的速度流出，因此小孔附近的压强小于大气压强。于是容器 B 里药液面上的空气压强就迫使药液从小孔下方的細管 B 上升，到达小孔 A 附近时，被空气流冲击，分散成雾状。

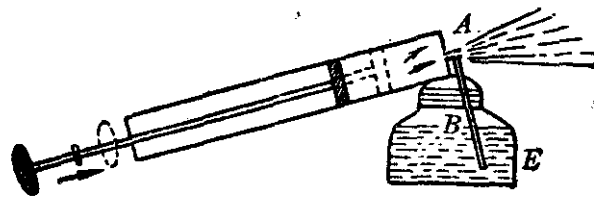
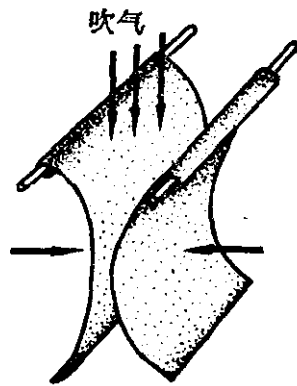


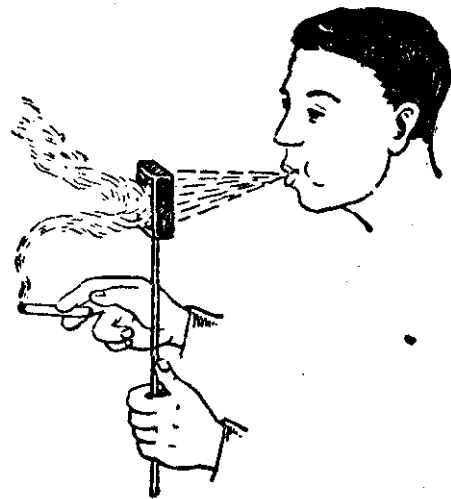
图 14·12 噴霧器的构造

习 題 14·4

1. 取两块长方形的硬紙片, 把它們弯曲成如附图所示的样子, 再把它們悬挂在两根細棍上。然后从上方向下吹气到两紙片中間, 这时两块紙片就要相互靠近。試解釋这个現象。



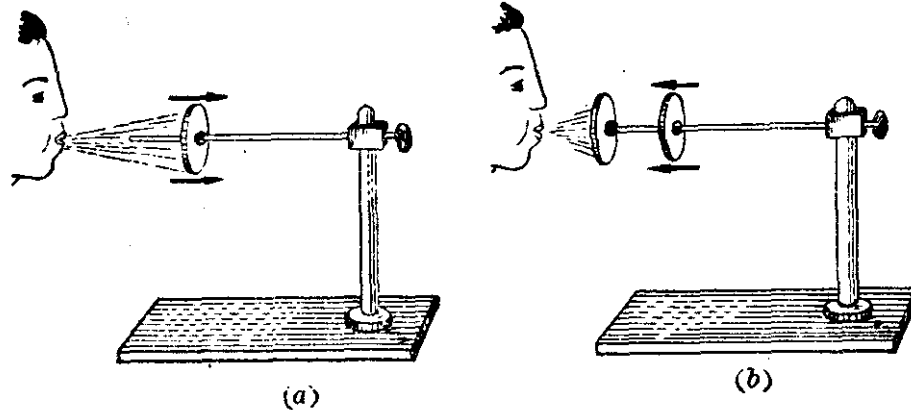
(第 1 題)



(第 2 題)

2. 如果在一只火柴盒的后面拿着一支点燃着的香烟, 并向火柴盒吹气, 則烟就要被吸向盒子里面(見附图)。試解釋这个現象。

3. 在絨綫編織針上套上一个可以自由滑动的輕巧圓板。如果从左边对



(a)

(b)

(第 3 題)

圓板吹气，板就会向右滑动(附图(a))。如果小圓板前面預先用一个遮风板固定地套在針上，然后同样地从左边吹气，那末小圓板就会向左滑动而吸向遮风板(附图(b))。試解釋这个現象。

§14.5 物体在流体中运动时所受的阻力，流綫体

日常的生活經驗告訴我們，物体在液体中运动时，要受到液体的阻力。例如，我們在靜水中划船，如果划了几下以后，不再繼續划，船就会慢慢地停下来。这个使船慢慢地停下来的作用力，就是水的阻力。同样，在气体中运动的物体，也要受到气体的阻力。例如，我們騎自行車的时候，就往往会感觉到空气的阻力。

空气阻碍物体运动的力，叫做**气动阻力**，也叫做**空气阻力**。

气动阻力与哪些因素有关呢？日常經驗和实验都証明，它和下面三个因素有关。

第一，与空气和物体的相对速度有关。相对速度越大，气动阻力也越大。例如，当我们騎自行車的时候，速度快比速度慢受到的阻力要大。又如从空中落下的雨滴，开始时加速下降，随着速度的增大，空气的阻力也相应地增大；当速度增大到一定的程度，空气阻力增大到和重力相等时，雨滴就不再有加速度，而用这个速度匀速下降。

第二，与物体的正面面积有关。所謂正面面积，就是在垂直于运动方向上的物体的最大截面积。物体的正面面积越大，气动阻力也越大。例如，用降落伞下降时比单独一个人下降时所受到的阻力要大得多。

第三，与物体的形状有关。例如，同样是撑开的伞，凹部向风时，比凸部向风时所受到的阻力要大。从实验中知道，在相对速度和正面面积都相同的情形下，球体所受的阻力小于圓板所受的阻力。半球形的物体在凹面向风时受到的阻力特别大，所以降落伞总是做成半球形的。

图 14·13 表示物体的形状对气动阻力大小的影响。我们取圆柱体所受的阻力作为单位(见图旁注明的 1)。如果在圆柱体的前面附加一个圆锥体,可以把阻力减小到 $\frac{1}{2} \sim \frac{1}{4}$ (由圆锥角的大小决定)。如果在圆柱体的前面附加一个弹头形状物体,可以把阻力减小到 $\frac{1}{5}$ 。最后,如果再把物体改成为液滴或鱼的形状,甚至可以把阻力减小到 $\frac{1}{25}$ 。

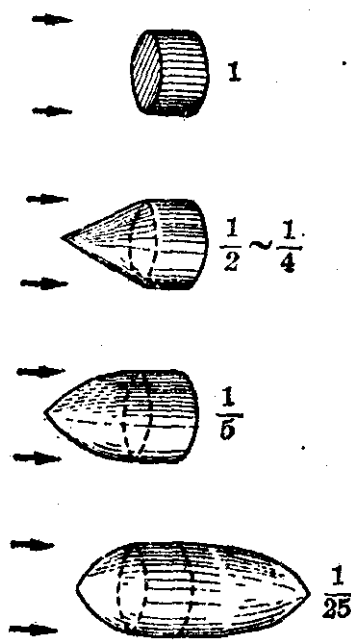


图 14·13 物体的形状对气动阻力大小的影响

正面面积相同的一切不同形状的物体,在气体或液体中用相同的速度运动的时候,其中受到最小阻力的物体叫做**流线体**。

流线体的形状是:前面圆,后面尖,表面尽可能光滑,没有凹凸不平之处。这种形状就是所谓流线形。飞艇、潜水艇、鱼雷、竞赛汽车、飞机的机身和机翼、轮船的浸在水面下的部分,都是做成流线形的。

§ 14·6 飞机的举力

物体在空气中运动时,除了受到阻力之外,还要受到其他一些力的作用,其中特别有意义的是气流对它的举力。飞机在高空中飞行时能够不落下来,鸟在天空中能够自由地飞翔,都是因为这个举力的关系。

使飞机上升的主要部分是机翼。利用发动机使螺旋推进器在空气中转动而达到足够大的前进速度的时候,飞机就开始上升。

现代飞机机翼下面的形状是平的或者稍微凹的,上面是稍微凸起的(图 14·14)。当飞机沿水平方向飞行时,机翼的前缘稍微向上,并与气流方向成一个小的角度 α , 叫做仰角或冲角。图

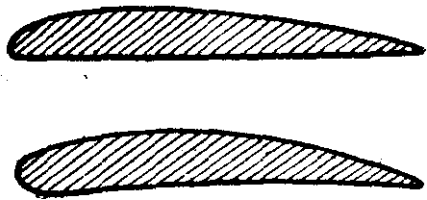


图 14.14 飞机的机翼

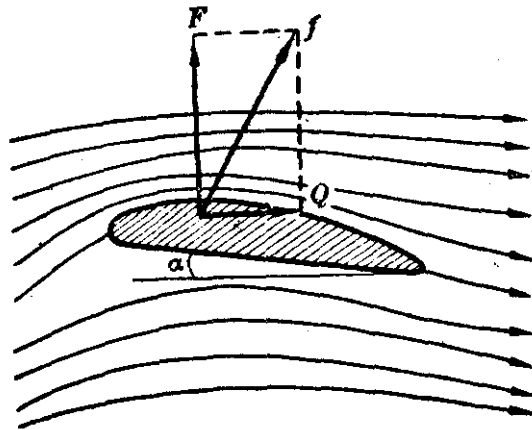


图 14.15 飞机举力的产生

14.15 就表示机翼冲破气流前进的情形。这时，机翼上方空气的流速大于下方空气的流速，上面的流綫較密，下面的流綫較疏。因此，机翼上方的压强减小，而下方的压强則增大，形成了一个向上并稍稍偏后的总压力 f 。我們把 f 分为水平的和豎直的两个分力。豎直向上的分力 F 叫做举力，它使飞机上升或保持飞机悬浮在空中；水平方向的分力 Q 阻止飞机前进，叫做正面阻力。

f 的大小和气流的速度有关，速度越大， f 也越大。此外， f 还与机翼的形状和气流冲向翼面的角度 α 有关。

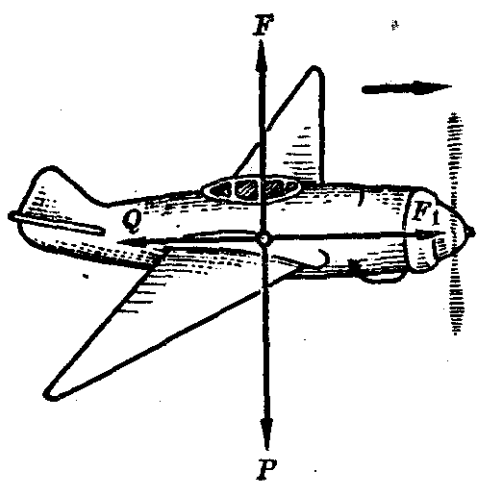


图 14.16 飞机水平飞行时所受到的各个分力

水平飞行的飞机作匀速飞行时，所有作用在飞机上的外力的合力等于零。如图 14.16 所示，举力 F 和重力 P 大小相等方向相反；推进器的前进力 F_1 等于空气作用在整个飞机上的正面阻力 Q ，方向相反。

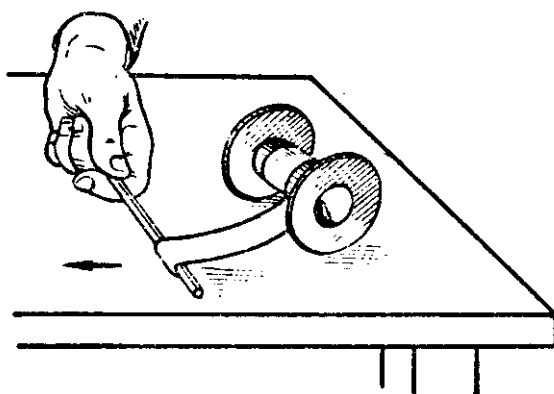
飞行速度不同的飞机具有尺寸不同的机翼。运输机的飞行速度比較低，它必須具有面积較大的机翼，因为在速度小时，作用在单位面积机翼上的举力并不大。

相反地，对于一些高速飞行的飞机例如噴气式飞机，即使机翼的面

积不很大,但由于速度大,可以获得足够大的举力。

习 题 14·6

1. 做一个长 15~20 厘米,直径 4~5 厘米的纸筒,纸筒的两端各固定一个直径较大的圆纸板。在纸筒上绕上一条纸带(长 0.5~0.75 米)。把纸筒横放在桌上,如附图所示。现在迅速地沿水平方向移动棒。我们看到,纸筒先在桌上滚动,然后向上飞起,最后又落下来。



(第 1 题)

做这个实验,并解释纸筒为什么会向上飞起。

2. 在上题中,如果改变纸带在纸筒上的绕法,使纸带在纸筒滚动时不是从下面而是从上面离开纸筒。做这个实验,观察纸筒的运动,并加以解释。

3. 每当疾驶的汽车通过时,路旁的纸屑、细草常常被吸向汽车,这是什么道理?

本章提要

1. 流体流动时,如果任何流体质点流经一个固定点的速度相同,这样的流动叫做稳流。在稳流中,同一时刻流经不同固定点的流体质点的速度是不一定相同的。

2. 单位时间内流经某一横截面的流体的体积称为流量。它等于横截面的面积 S 和流经这个截面的速度 v 的乘积。

3. 由于液体的不可压缩性,流经管内任何一个截面的流量一定相等。或者说,通过管子内任何一个截面的流速和截面积的大小成反比,即管子细的地方流速大,粗的地方流速小,这个关系叫做流体的连续原理。

4. 在流动的流体中作许多曲线,曲线上每一点的切线方向和该处流体

质点的速度方向一致，这种曲线叫做流线。在稳流中，流线就是流体质点的运动轨迹。流线密的地方表示流速大、压强小，流线疏的地方表示流速小、压强大。

复习题十四

1. 桌上放着两只乒乓球，相距约1厘米。如果用细口玻璃管向两球之间吹气，会发生什么现象？

2. 桌上放着两本同样厚的书，相距2~3厘米，在书上放一张纸，如果向两书之间的空隙处吹气，会发生什么现象？为什么会有这种现象发生？

3. 横截面是4米²的水槽装有一个导管，水用2米/秒的速度通过这个导管流出。如果导管的截面积是10厘米²，问槽内水面降低的速度是多少？

4. 水平自来水管粗处的直径是细处的3倍，如果水在粗处的流速是8厘米/秒，问在细处的流速是多少？

第十五章 振 动 和 波

前面我們已經討論了各種運動如直綫運動、曲綫運動、轉動等，現在我們要討論另一種運動，叫做振動。振動和已經討論過的各種運動一樣，也是一種經常遇到的運動形式。

振動是多種多樣的，我們將重點討論最簡單和最基本的一種振動，叫做簡諧振動。

我們還要引入幾個新的物理量，如振幅、周期、頻率等來描述物體的振動情況。

由於一個物體的振動，使它周圍介質的質點由近及遠地依次振動起來，这样就形成了波。我們將着重討論橫波和縱波的形成，並引入波長、波速等物理量。

振動和波是聲學、地震學、光學和無線電工學等科學技術部門的基礎。

§ 15.1 簡 諧 振 動

物體沿直綫或弧綫經過某一中心位置(叫做平衡位置)來回重復的運動叫做振動。例如，如圖 15.1 所示，懸掛着的彈簧的下端拴一個小球 A，用手沿豎直方向拉或托小球，手鬆開後，小球就以 A 為中心(即平衡位置)上下振動。其他如鐘擺的擺動，發聲物體的顫動等等，都是振動。

最簡單和最基本的振動是簡諧振動。我們現在用圖 15.2 所示的裝置來研究簡諧振動。

裝置是这样的：把一根螺旋形彈簧和一個在直徑方向上有孔

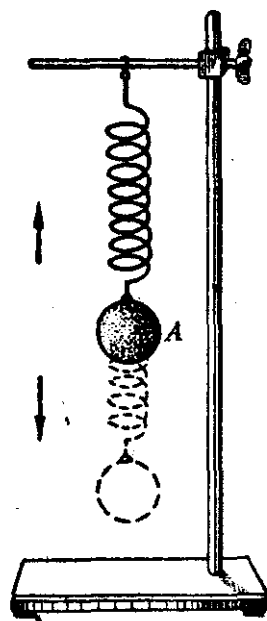


图 15·1 彈簧和小球沿豎直方向上下振動

的重球，穿在一根兩端固定的水平的光滑的棍子上。彈簧的一端固定在棍的端點上，另一端固定在重球上。

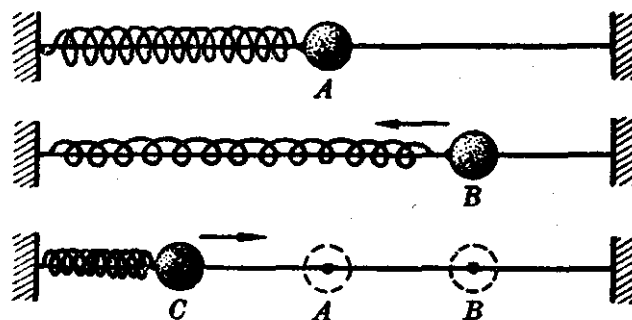


图 15·2 拴在彈簧上的球的振動

在平衡狀態時，重球在位置 A 處。現在把球拉到右方的位置 B ，然後放開，球就在平衡位置 A 的附近振動。

為了便於說明重球怎樣作簡諧振動，我們分四個階段來進行分析。

1. 重球從位置 B 向位置 A 運動 當重球被拉到右方位置 B 的時候，彈簧被拉長了。這樣，彈簧就產生了一個方向向左的彈力，所以一放手，球就在這個彈力的作用下，向左作加速運動。

在位置 B ，彈力最大。在從 B 到 A 的過程中，彈簧的伸長逐漸減小，彈力也逐漸變小，但球的運動速度卻逐漸增大。到了位置 A ，彈簧恢復了原長，彈力等於零，球的運動速度最大。

2. 重球從位置 A 向位置 C 運動 重球在位置 A 時，彈力雖然等於零，但因球的運動速度最大，由於慣性，它要繼續向左運動。可是當球一離開位置 A ，彈簧即被壓縮，因而又產生了彈力，方向向右，而且小球向左運動越遠，彈力越大。

在這個階段中，彈力的方向和球運動的方向相反，所以球作減速運動。在球從 A 到 C 的過程中，彈簧被壓縮得越來越厲害，彈

力逐渐增大,但球的运动速度却逐渐减小.到了位置 C , 彈力最大, 球的速度等于零, 并且在这个彈力的作用下开始向右作加速运动.

3. 重球从位置 C 向位置 A 运动 在球从 C 到 A 的运动过程中, 彈簧逐渐恢复原长, 彈力逐渐变小, 但速度却逐渐增大. 到了位置 A , 彈簧已經恢复了原长, 彈力等于零, 速度最大. 这一阶段和第一阶段相似, 不过运动的方向不同.

4. 重球从位置 A 向位置 B 运动 这一阶段和第二阶段相似. 球在位置 A , 速度最大, 由于惯性, 要继续向右运动. 一离开位置 A , 彈簧又被拉长, 因而又产生了方向向左的彈力. 球向右运动越远, 彈簧被拉得越长, 彈力也越大. 在从 A 到 B 的过程中, 彈力逐渐变大, 而速度則逐渐变小, 所以球作减速运动. 到了位置 B , 彈力最大, 速度等于零.

这样, 球就完成了一次全振动. 以后的运动将重复上述的过程.

上面我們定性地分析了重球作簡諧振动的过程. 現在我們要定量地討論表示物体作簡諧振动的特点的公式.

简单的量度指出, 振动物体离开平衡位置的位移增加时, 彈簧的彈力也正比地增加. 設球离开平衡位置的位移为 x , 則它在这个位置上所受的彈力 F 可以写成:

$$F = -Kx,$$

式中 K 是彈簧的倔强系数, 它在数值上等于彈簧伸长或压缩单位长度时所产生的彈力. 負号表示彈力和位移的方向相反. 因为 F 总是指向平衡位置的, 所以它的方向总是与从平衡位置量起的位移 x 的方向相反. 例如, 在球从 B 向 A 运动时, 彈力指向左方, 球在平衡位置的右方; 球从 A 向 C 运动时, 彈力指向右方, 球在平衡位置的左方.

由此可見, 物体在与位移成正比、并且总是指向平衡位置的力的作用下作簡諧振动.

根据牛顿第二运动定律 $F=ma$, 代入上式得

$$a = -\frac{K}{m} x,$$

式中 K 和 m (球的质量) 都是不变的, 所以它们的比值是一个恒量。

上式告诉我们: 在简谐振动中, 物体的加速度总是与位移的大小成正比, 加速度的方向总是与位移的方向相反。

这种作用力和位移的关系或加速度和位移的关系, 是一切作简谐振动的物体所共同具有的特性。重球的振动和下面 §15.4 中单摆的振动, 都是简谐振动的具体例子。

习 题 15.1

1. 举几个日常生活和生产技术中常见的振动的实例。
2. 简谐振动有什么特点? 它是不是匀变速运动? 为什么?
3. 如图 15.2 所示, 用机械能守恒定律分析各个阶段球的动能和势能的转换情况。球在什么位置的动能最大? 什么位置最小? 球在什么位置的势能最大? 什么位置最小?
4. 说明拴在弹簧上的重球的振动的特点 (图 15.2), 并填写下表:

球的运动	使球运动的力的大小和方向如何变化	球的加速度的大小和方向如何变化	球的速度大小和方向如何变化
从 B 到 A			
从 A 到 C			
从 C 到 A			
从 A 到 B			

§15.2 振动的振幅、周期和频率

各种各样振动之间虽然存在着很大的差别, 例如有的振动大一些, 有的振动小一些, 有的振动快一些, 有的振动慢一些, 但它们也有许多共同的性质, 因此我们要引入一些表明它们的共同性质

的物理量。我們仍用图 15·2 来討論。

振动物体在平衡位置两边离开平衡位置的最大位移，称为振动的振幅。例如，在图 15·2 中，重球振动的振幅就等于 AB 或 AC 。

物体完成一个全振动(来回一次)所需的时间，称为振动的周期，一般用 T 来代表。上面討論重球的振动时，我們曾經把它分成四个阶段，这四个阶段就完成一个全振动，完成这四个阶段所需的时间就是 1 周期，每一个阶段所需的时间是四分之一周期。

物体在 1 秒钟内完成全振动的次数，称为振动的频率。频率的单位是赫兹，每秒钟振动 1 次叫做 1 赫兹。如果物体的振动周期等于 $\frac{1}{10}$ 秒，那就是 1 秒钟振动 10 次，频率就是 10 赫兹。一般說来，如果用 f 代表物体的振动频率，那么它与同一物体的振动周期 T 之间的关系是

$$f = \frac{1}{T}.$$

§ 15·3 振动的图綫

振动的图綫在研究振动过程时非常有用，它可以幫助我們对振动过程的每一个阶段分别进行研究。

最直观的一种方法是用图 15·3 所示的装置。让一只装了沙的漏斗在一个豎直平面里摆动。再用一块硬紙板或薄木板先在板上画一根零綫 OO_1 ，这根零綫要通过摆的平衡位置，并和摆的振动平面垂直。在漏斗摆动的同时

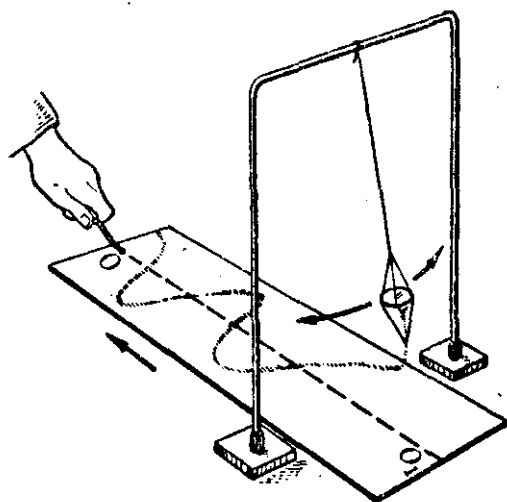


图 15·3 作振动图綫的装置

时匀速拉动薄板，让漏斗里漏出来的沙洒在木板上，形成一根曲綫。这根曲綫記出了摆在各个时刻的位置，任何一部分沙与零綫

OO_1 的垂直距离等于摆在各个时刻的位移。位移的最大值就等

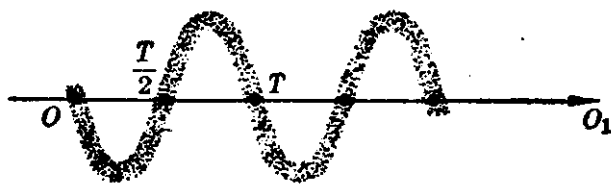


图 15·4 摆的振动图线

于摆的振幅。这样形成的曲线叫做摆的位移-时间图线(图 15·4)，它表示漏斗的振动位移怎样随着时间而变化。

如果在前面讨论的重球上装上一根指针，并用一块熏了黑烟的玻璃板垂直于振动平面匀速移动，也能使重球的振动情况在玻璃板上记录下来。

可以看出，我们作出的振动图线是一种正弦曲线(或余弦曲线)。实际上，所有的简谐振动的图线都是正弦曲线(或余弦曲线)。

例 1. 图 15·5 是重球的振动图线，试回答下列问题。

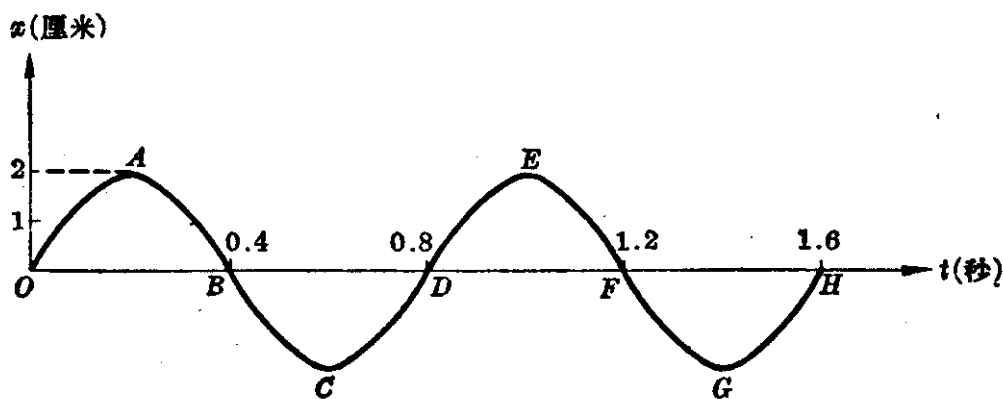


图 15·5

- (1) 振动的振幅是几厘米？周期是多大？频率是多少？
- (2) 如果时间从 O 点算起，那么到图线上的哪一点为止，重球完成了一次全振动？如果时间从 A 算起，则又如何？
- (3) 在图上所画出的 1.6 秒这段时间内，哪些点表示动能最大，哪些点表示势能最大？

【解】 (1) 振动的振幅是重球振动的最大位移。从图上可以看出 A 、 C 、 E 、 G 各点到时间轴的垂直距离都是 2 厘米，其他各点都不到 2 厘米。所以振幅是 2 厘米。

周期是完成一次全振动所需的时间,图中 OD 段表示一次全振动,时间是 0.8 秒,所以周期是 0.8 秒.

频率是 1 秒钟内完成的振动次数,它和周期的关系是 $f = \frac{1}{T}$,
所以频率

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.8} = 1.25 \text{ 赫兹.}$$

(2) 图中 OD 段、 AE 段都表示重球完成一次全振动所经历的时间,都是 0.8 秒.

(3) 图中 O 、 B 、 D 、 F 、 H 等点表示重球正经过平衡位置,在这些点重球的动能最大. A 、 C 、 E 、 G 等点表示重球正到达最大位移,在这些点重球的势能最大.

§ 15.4 单摆的振动

把一个小球拴在一根不会伸长的细线的下端,如果线的质量与小球的质量比较起来小得可以略去不计,而小球的直径与细线的长度比较起来也显得很小,那么,这样的装置就是一个单摆(图 15.6).

使摆从平衡位置 A 偏开一些,例如移到图中的位置 B ,然后再放手,小球就会在竖直面内沿弧线 BAC 来回摆动.从 B 经过 A 到 C ,再从 C 经过 A 到 B ,就完成了一次全振动.

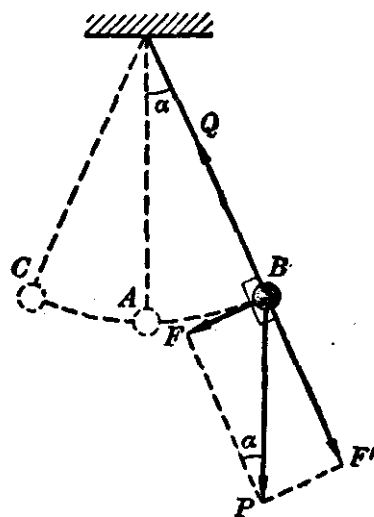


图 15.6 单摆的振动

现在我们来分析一下使小球振动的力,以及力与位移的关系.

当小球静止在平衡位置的时候,作用在摆球上的重力 P 与线的拉力 Q 平衡.当摆球偏开到位置 B 时,重力 P 和线的拉力 Q 不在同一直线上,它们不再平衡.把 P 分解为两个分力来考虑:一个分力 F' 与线的拉力在同一直线上,它不能使摆球向平衡位置运

动；另一个分力 F 与摆线垂直，并且总是指向平衡位置这一边，正是它使摆球来回振动。分力 F 的大小等于

$$F = P \sin \alpha,$$

α 是摆线的偏角，由此可见 F 的大小是随着摆线偏角的增加而增加的。

如果摆线的偏角不很大，例如在 5 度以内，则一方面 $\sin \alpha$ 可以用 α 来代表，即

$$\sin \alpha \approx \alpha,$$

α 用弧度表示^①；另一方面，弧长 \widehat{AB} 和弦长 AB (用 x 代表) 也相差很小，因此角 α 又等于

$$\alpha = \frac{\widehat{AB}}{l} \approx \frac{x}{l},$$

式中 l 是摆线的长， x 是弦 AB 的长，也就是摆球离开平衡位置的位移。

这样，使摆球来回振动的力 F 就变为

$$F = P \frac{x}{l}.$$

如果考虑到力 F 的方向总是与位移 x 的方向相反，而要在公式中表示出来，则上式又应改写成

$$F = -P \frac{x}{l}.$$

由于 P 和 l 都是不变的量，因此上式还可以写成

$$F = -Kx,$$

其中 $K = \frac{P}{l}$ 。

根据牛顿第二运动定律，摆球运动的加速度 a 为

$$a = \frac{F}{m} = -\frac{K}{m}x,$$

$\frac{K}{m}$ 也是一个不变的量。由此可见，在偏角很小的时候，单摆是在

① $\alpha = 1^\circ$ 时， $\sin 1^\circ = 0.0174524$ ，而 $1^\circ = 0.0174533$ 弧度；
 $\alpha = 5^\circ$ 时， $\sin 5^\circ = 0.0871557$ ，而 $5^\circ = 0.0872665$ 弧度。

与位移成正比、并且总是指向平衡位置的力 F 的作用下振动的；它的加速度总是与位移的大小成正比，方向相反。

根据简谐运动的定义，可见在偏角很小的时候，单摆的振动是简谐运动。

习 题 15.4

1. 说明单摆振动(图 15.6)的特点,并填写下表:

摆 的 运 动	使摆运动的力的大小和方向如何变化	摆的加速度的大小和方向如何变化	摆的速度的大小和方向如何变化
从 B 到 A			
从 A 到 C			
从 C 到 A			
从 A 到 B			

2. 在位置 B 和 C 时,摆的加速度的方向是怎样的? 摆在什么位置时速度最大? 什么位置时最小? 加速度在什么位置时最大? 什么位置时最小?

3. 根据上述四个阶段,分析各阶段中摆的动能和势能的转换情形. 在什么位置时动能最大,什么位置时最小? 在什么位置时势能最大,什么位置时最小?

4. 一个质量为 100 克的单摆,在偏角等于 5° 时,使它回到平衡位置的作用力是多少? 这时沿振动方向的加速度是多少?

§ 15.5 单摆的振动定律

把一个长约 1 米的单摆悬挂起来,改变它的偏角、长度或摆球的质量来做各种实验,发现单摆的振动服从下列四条规律:

1. 摆的振动周期与振幅的关系 使单摆的长度固定,例如 100 厘米,让它在 一个不大的偏角下离开平衡位置,然后放开手,任它振动. 用表测出振动一定次数(例如 50 次)所经历的时间,并计算出每振动 1 次所需要的时间(即周期). 再使摆在较小的偏角下重新振动,测出它振动同样次数所经历的时间,同时也计算出周

期来。这样，用不同的偏角(即不同的振幅)振动，实验结果表明，只要保持小的偏角(即小的振幅)，无论怎样改变振幅，周期总是相同的。这就是说，在振幅小的时候，单摆的振动周期与振幅没有关系。摆的这种性质叫做摆的等时性。

2. 摆的振动周期与摆球的质量的关系 把三个大小相同但质量不同的摆球，例如钢球、铅球和木球分别拴在细线上，做成长100厘米的三个单摆。然后使它们都作振幅相同的振动，测出它们各振动一定次数(例如50次)所经历的时间，并且计算出它们的周期来。实验结果表明：单摆的振动周期与摆的质量没有关系。

3. 摆的振动周期与摆长的关系 使几个质量相同但摆长不同的单摆(例如100厘米、75厘米、50厘米)作偏角相同的振动。分别测出振动一定次数所经历的时间，并且计算出它们的周期来。然后把各个摆的周期的比(即 $T_1:T_2:T_3\cdots$)与对应的各个摆长的平方根的比(即 $\sqrt{l_1}:\sqrt{l_2}:\sqrt{l_3}\cdots$)作一比较，就可以看出：单摆的振动周期与摆长的平方根成正比，即 $T \propto \sqrt{l}$ 。

4. 摆的振动周期与重力加速度的关系 由精密的量度和理论上的推导，知道单摆的振动周期与重力加速度的平方根成反比，即 $T \propto \frac{1}{\sqrt{g}}$ 。

荷兰学者惠更斯研究了单摆的振动现象，得到单摆的振动周期公式为：

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

式中 T 是单摆的周期， l 是摆长， g 是重力加速度。

在这个公式中，周期 T 和摆长 l 都可以用实验方法很准确地测量出来，因此，利用单摆可以测量不同地点的重力加速度。

例2. 设每一昼夜慢6分钟的时钟(可以作为单摆处理)，其摆长为99.1厘米。问要使时钟走得准确，其摆长应缩短多少？

【解】 (1) 设时钟走得准确时，一昼夜内共走的分数= t ，共振

动 n 次；现在这只时钟一昼夜内共走的分数 $=t'$ ，共振动 n' 次。则由于振动次数与分数成正比，所以

$$t':t=n':n,$$

(2) 在相同时间内，振动次数又与其周期成反比，即

$$n':n=T:T',$$

T 是时钟走得准确时的周期， T' 是现在时钟的周期。把上面两式结合起来，得

$$t':t=T:T'.$$

(3) 根据单摆的周期公式知

$$T:T'=\sqrt{l}:\sqrt{l'},$$

l 是时钟走得准确时的摆长， l' 是现在时钟的摆长。把 (2) 中的比例式代入，得

$$t':t=\sqrt{l}:\sqrt{l'}$$

即

$$l=\frac{t'^2}{t^2}l'.$$

(4) 现在 $t=24\times 60=1440$ 分， $t'=1440-6=1434$ 分， $l'=99.1$ 厘米。把这些数字代入上式，即得

$$l=\frac{1434^2}{1440^2}\times 99.1\approx 98.4 \text{ 厘米}.$$

所以应该把摆长缩短 $99.1-98.4=0.7$ 厘米。

例 3. 有一个单摆长 l 厘米，摆球质量是 m 克，摆动时的最大偏角是 α 。求这个摆所具有的机械能。又摆在通过什么位置时它的动能和势能相等？设摆在平衡位置时的势能等于零。

【解】 (1) 如图 15.7 所示，机械能等于在最大偏角 α 时的势能，因为这时动能等于零，所以

$$\text{势能} = mg h = mg(l - l \cos \alpha).$$

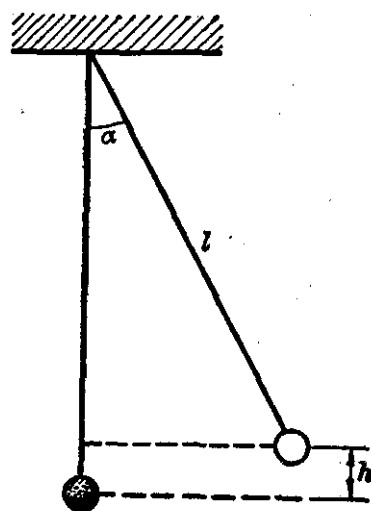


图 15.7

(2) 設在偏角为 α' 时, 摆的动能和势能相等, 也就是这时的势能等于偏角最大时的势能的一半, 所以

$$mg(l-l\cos\alpha') = \frac{1}{2}mg(l-l\cos\alpha),$$

即
$$\cos\alpha' = \frac{1+\cos\alpha}{2} = \cos^2\frac{\alpha}{2} \textcircled{1},$$

就是当摆振动到它的偏角 α' 与最大偏角 α 具有上述关系的位置上时, 摆的动能和势能相等.

习 题 15.5

1. 上海的重力加速度是 979.4 厘米/秒². 問秒摆的长应为多少厘米?
2. 一昼夜快 1 分钟的单摆, 摆长应该增加到原来的几倍, 才能走得准确?
3. 秒摆的摆长是 1 米, 当摆长改变为 0.81 米时, 振动周期是多少? 要使振动周期为 4 秒, 摆长应该是多少?
4. 一个单摆, 原来的周期等于 2 秒. 問在下列情况下, 周期有何变化?
(1) 摆长縮短为原来的 $\frac{1}{4}$; (2) 摆的质量减少为原来的 $\frac{1}{4}$; (3) 振幅减少为原来的 $\frac{1}{4}$.
5. 拴在綫上的金属球在豎直平面里摆动, 当它通过平衡位置时速度是 140 厘米/秒, 求它能上升的高度.

§ 15.6 阻 尼 振 动

以上討論的振动, 只限于理想的情形, 也就是說, 在振动的过程中, 我們假定振动的机械能是守恒的. 例如, 我們拉动一下附在彈簧上的重球, 即給它一定的能量, 然后不再干涉它, 让它自己振动, 并且还假定它不受摩擦和其他阻力的作用. 这样, 根据机械能守恒定律, 彈簧将保持一定的振幅永远振动下去. 这种理想的振动叫做**固有振动**. 物体在作固有振动时的頻率叫做**固有頻率**, 其

$\textcircled{1}$ 从三角学中知道: $\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}} = \cos\frac{\alpha}{2}$.

周期叫做**固有周期**。

但是在实际情形中，由于摩擦和其他无法避免的阻力，振动物体最初所获得的能量，在以后的振动过程中，要不断地消耗掉，同时振幅也随之而减小。这种现象叫做振动的**阻尼**。振幅越来越小的振动叫做**阻尼振动**。这种振动的图线如图 15·8 所示。

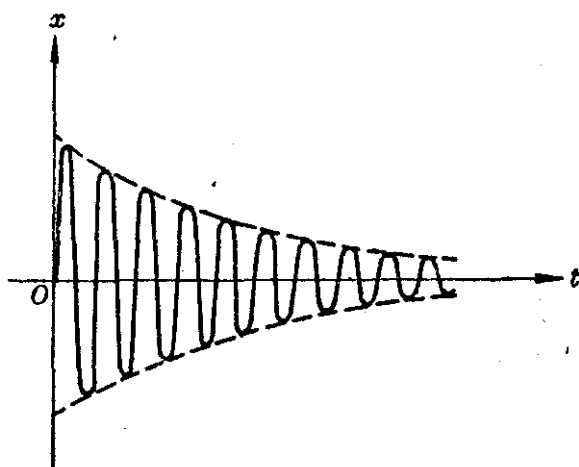


图 15·8 阻尼振动的图线

阻力越大，振幅减小得越快，振动也停止得越快。

例如，摆在空气中可以振动相当长的时间，但具有相同能量的摆在水中振动的時間就要短得多了。

物体之所以作阻尼振动，是因为它在不断地克服阻力做功，消耗能量。如果我们能够根据物体在振动过程中能量消耗的情形，及时给予补充能量，那么，虽然有阻力存在，物体的振动也可以是无阻尼的。例如，时钟上摆的振动，就在每一周期中由于特殊齿輪装置的輕微推动而取得补充的能量，因此它的振动是无阻尼的。

§ 15·7 受迫振动，共振

以上我們研究了固有振动和阻尼振动。現在我們再来研究在自然界中和技术上时常看到的另一种振动——受迫振动。

物体在周期地变化的外力（或一般称策动力）作用下的振动，叫做受迫振动。

縫紉机上縫針的振动，蒸汽机活塞的振动，机器开动时所引起的机座的振动，人在架空木板上走动时木板的振动等等，都是受迫振动。

我們可以用图 15·9 所示的装置来进行研究。当匀速轉动把

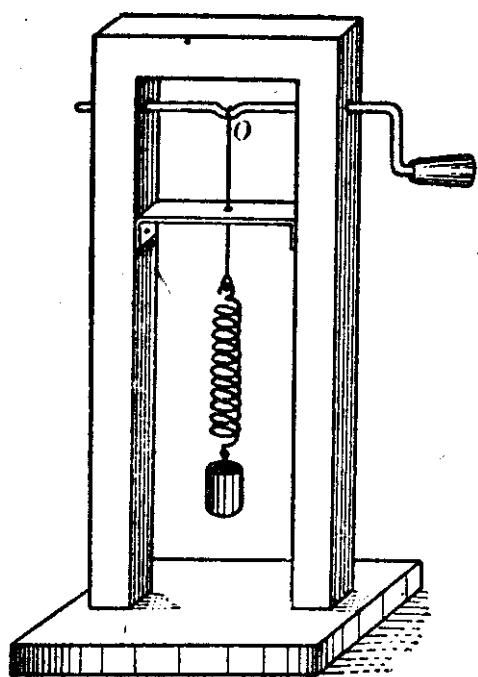


图 15·9 拴在弹簧上的砝码
的受迫振动

手时，我们就通过弹簧给重物一个周期性的策动力，这个策动力变化的周期就等于把手转动的周期。

当开始转动把手的时候，弹簧和重物的振动是很复杂的，但经过很短的一段时间以后，振动就达到稳定状态，变成为周期性的振动了，而振动的周期就等于策动力变化的周期。

如果我们用不同的速度来匀速地转动把手，就可以看到，无论策动力变化的周期如何，在达到稳定状态以后，重物的振动周期总是等于

策动力变化的周期。所以，作受迫振动的物体在达到稳定状态后的频率，总是等于策动力变化的频率，而与物体的固有频率没有关系。

从这个实验中还可以看到，受迫振动在达到稳定状态后，策动力对振动物体所作的功，恰好补偿振动物体因阻尼而损失的能量，因而振动的振幅保持不变。也就是说，达到稳定状态的受迫振动是无阻尼的。

现在我们来讨论受迫振动中的一种很重要的特殊情形，这就是策动力变化的频率（或周期）与物体的固有频率（或固有周期）相等时所发生的现象——共振。

在图 15·9 的装置中，如果我们先慢慢地匀速转动把手（例如每 5 秒钟转动一次），记下重物的振幅，然后逐渐加快转动速度，就可以看到重物的振幅也逐渐增大。当把手转动的频率与重物的固有频率非常接近时，受迫振动的振幅变得很大，可以达到原先的好几倍。再增加把手的转动速度，我们发现受迫振动的振幅又变小

了。如果把手轉得非常快，重物几乎不振动了。

再用图 15·10 所示的装置来观察共振现象。在一根張紧的绳上悬挂两个摆 A 和 B。B 摆的摆长是固定的，A 摆的摆长則可以用手拉摆綫的自由端来加以改变。

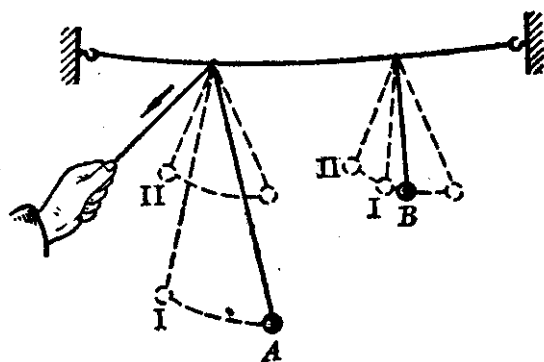


图 15·10 研究摆的共振的装置

先把 A 摆放在图中用 I 标明的位置，使它开始振动，于是可以看到，B 摆也发生振动。現在改变 A 摆的摆长，观察 B 摆的振幅如何发生变化。我們发现，在 A 摆的摆长逐漸减小的时候，B 摆的振幅要逐漸增大。当两个摆的长度相等的时候，B 摆的振幅最大，如图中 II 所示。如果繼續减小 A 摆的摆长，使它比 B 摆的摆长为小的时候，B 摆的振幅又变小了。

我們知道，当 A 摆振动的时候，它是通过水平張紧的绳給 B 摆一个作用力的，这个力就是使 B 摆作受迫振动的策动力。显然，策动力变化的頻率等于 A 摆振动的頻率。而 A 摆振动的頻率是随着摆长的减小而增加的。所以当 A 摆的摆长等于 B 摆的摆长的时候，策动力变化的頻率就等于 B 摆的固有頻率。

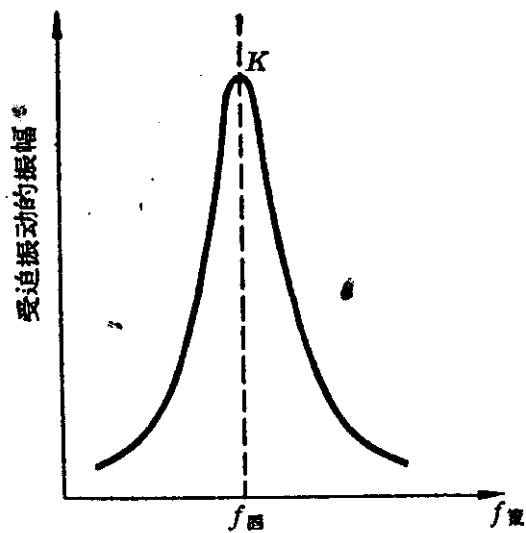


图 15·11 共振曲綫

因此，根据上面两个实验，我們可以得到这样的結論：当策动力变化的頻率等于物体的固有頻率的时候，也就是发生共振的时候，物体的受迫振动的振幅最大。

图 15·11 是受迫振动的振幅与策动力变化的頻率的关系图綫。图中 $f_{固}$ 代表振动物体的固

有頻率。从图上可以看出，当策动力的变化頻率($f_{策}$)等于物体的固有頻率($f_{固}$)时，振幅达到最大值，用图中 K 点的纵坐标来表示。頻率 $f_{策} = f_{固}$ 叫做**共振頻率**。当策动力的頻率大于或小于共振頻率时，物体的振幅都比共振时的振幅小。

为什么在共振頻率时物体的振幅能够达到最大值呢？我們知道，要使一个悬挂着的物体振动起来，必須要有一个外力来推动它。这个外力并不要很大，但一定要与物体的运动方向相同，这时外力就会使振幅增大。如果所加的外力与物体的运动方向相反，因而阻碍物体的运动，就会使物体的振幅减小。策动力的变化頻率与物体的固有頻率越接近，使物体振幅增大的推动次数就越多。当策动力的变化頻率等于物体的固有頻率时，它的每一次推动都有使物体的振幅增大的作用，所以这时物体的振幅就最大。

共振在許多現象中具有很重要的意义，在某些現象中它是有用的，在另一些現象中，它又是有害的。

共振現象常常被应用在发声振动中，发声振动的共振現象叫做**共鳴**。例如音叉往往装在一空箱上，这个空箱就叫做**共鳴箱**，它的作用是使箱里的空气柱与音叉共鳴，以增强声音。

在电磁波的接收过程中，共振現象也是非常重要的，例如收音机的調頻，就是利用共振現象来进行的，关于这一方面我們将在第三册电磁学中加以討論。

反之，在另一些現象中，又必須設法避免共振的发生。例如当軍隊或火車通过桥梁时，整齐步伐的作用力，或火車車輪在鉄軌銜接处的撞击力，都是周期性的，如果这种作用力的頻率接近于桥梁的固有頻率时，就要发生共振，因此就有可能使桥梁的振幅大到足以使桥梁断裂的程度。为了防止这种情况的发生，軍隊在过桥时通常都禁止用整齐步伐，火車在过桥时要开慢車，使車輪与鉄軌銜接处的撞击力减到很小。

各种机器在工作时都有周期性的力在作用着，因此都不可避

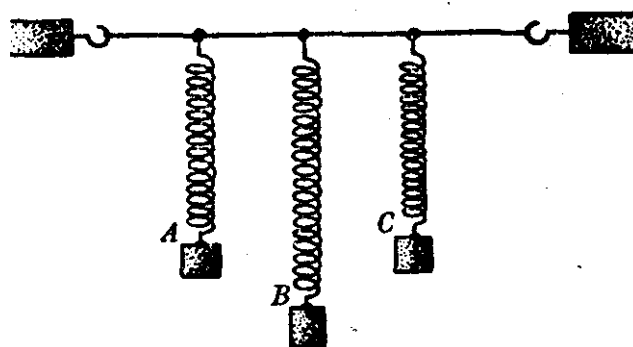
免地要发生并不需要的振动。如果这种作用力的频率接近于机器各部分的固有频率,就要发生共振,引起损坏事故。所以在工程设计时必须采用改变物体的固有频率,增加振动的阻尼等办法来避免共振或使它减弱。

习 题 15·7

1. 钟摆的振动是阻尼振动还是无阻尼振动,为什么?
2. 举出几个你所观察到的共振现象。

3. 端着水盆走路时,有时 would 看到盆里的水振荡得越来越厉害,后来甚至从盆里溅出来,怎样解释这个现象?

4. 附图所示是一种观察共振现象的装置。如果使弹簧 A



(第4题)

发生振动,则其他 B、C 两弹簧将发生什么现象? 试解释所观察到的现象。

§ 15·8 振动在物体中的传播

以上讨论了物体的振动,现在我们要研究振动的传播,即研究关于波动(简称波)的一些问题。

物体的某一部分发生振动时,由于这部分和它周围各部分有相互作用的弹力,因此周围各部分也要跟着振动。同样,周围各部分的振动又使较远的各部分也跟着振动。这样,由近及远,物体的这部分的振动就传播开去。所以振动在物体内部不会局限在一个地方,而是要传播开去的。

振动在它周围物体中的传播,叫做波动,或简称波。在波动过程中,传播的只是运动的形式——振动和振动的能量,而物质本身并没有传播。这一点很重要,可以从水波中清楚地观察到(图 15·12)。往平静的水池里投下一块石子,水面就在石子落下去的地



图 15.12 水波

方凹下去；过了一回儿，凹下去的地方又凸起来，同时，在它的周围发现一个凹下去的圆环。再经过同样长的时间，石子落下去的地方又凹下去，而刚才凹下去的圆环又凸起来，并且在它的周围又形成一个凹下去

的圆环。这样，就以石子落下去的地方为中心，凸凹两圆环交替地传播到整个水池中去。如果在水面上放一些树叶或草屑，我们可以看到这些树叶只是在它所在的水面上上下下振动，而不移到别处去，这表明水的质点只是在原来的地方振动，并且把振动由近及远地传播到整个水池中去，但水的质点并不跟着向外传播^①。

把一根橡皮绳的一头固定，用手拿着另一头把它放平后上下振动。这样，就在振动的那一头先形成一个凸起的状态，然后又形成一个凹下去的状态。凸起的和凹下去的两个状态通过整个橡皮绳传到另一头（图 15.13）。不断地摆动橡皮绳的这一头，于是一系列的凸起和凹下状态就在绳上移过去。这就是振动的传播，也就是波动。

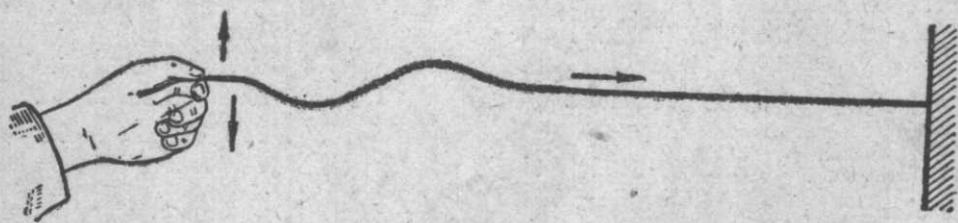


图 15.13 橡皮绳上的波

§ 15.9 横 波

波有横波和纵波之分，我们先来讨论横波。我们就用图 15.13 所示的橡皮绳上的波为例来进行分析。

^① 仔细观察水波，发现树叶不仅在原地方上下振动，也有一些移动，说明水波不是单纯的横波，而是比较复杂的。

設想把橡皮繩分为許多小的部分，每一部分都看作是一个质点。并設相邻两质点之間的距离都相等。为了直观起見，相邻两质点之間的联系用小彈簧来表示。

图 15·14 表示連續六个时刻各质点的位置。每相邻两个时刻的时间差都是四分之一周期。为了討論方便起見，我們用四个质点作为一組。

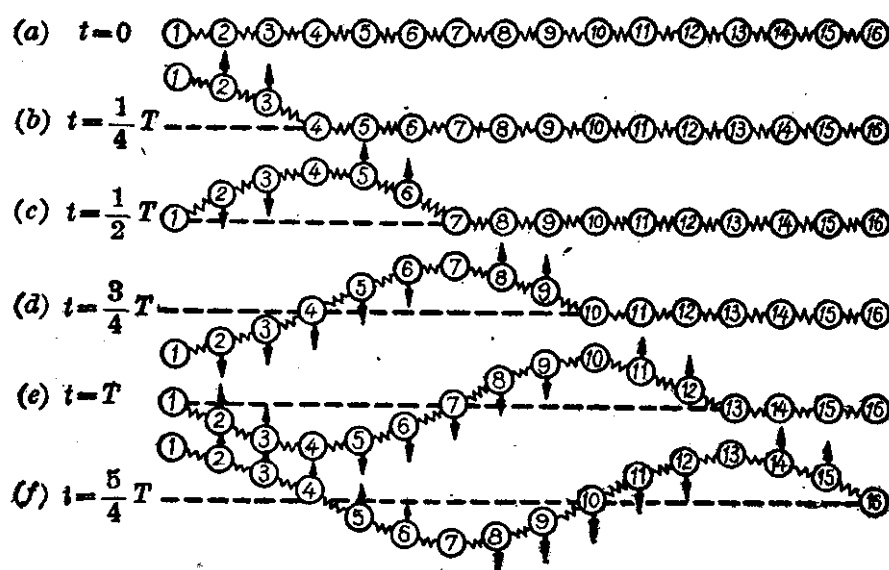


图 15·14 橫波的形成

当 $t=0$ 时(如图中(a)所示)，各质点都在平衡位置上。但第 1 质点在外力作用下，正在开始沿豎直方向作受迫振动。

当质点 1 离开平衡位置向上运动时，橡皮繩发生形变，于是产生彈力，使质点 2 也跟着向上运动。同样，质点 2 向上运动时，也因形变而产生彈力，使质点 3 也跟着向上运动。这样，每个质点的运动，都要牵动在它后面的质点，于是振动就在繩中傳播开去。

經過 $\frac{1}{4}T$ (如图中(b)所示)，前三个质点已都在振动，质点 4 也正在开始向上运动。这时质点 1 已到达最大位移，向上速度已变为零，并在外力作用下，开始向下作加速运动。质点 2 的振动較质点 1 落后一些，同样地在繼續向上运动。质点 3 更落后一些，也在繼續向上运动。这时振动剛剛傳播到质点 4。

經過 $\frac{1}{2}T$ (如图中 (c) 所示), 质点 1 已回到平衡位置, 并且由于惯性将继续向下运动。质点 2 和质点 3 先后到达最大位移后, 已轉为向下运动。质点 4 已到达最大位移, 向上速度已变为零, 并在彈力作用下开始向下运动。质点 5 和质点 6 都正在向上运动。这时振动已傳播到质点 7。

經過 $\frac{3}{4}T$ (如图中 (d) 所示), 质点 1 已向下到达最大位移, 向下速度为零, 并在彈力作用下开始向上运动。质点 4 已回到平衡位置, 因惯性将继续向下运动。质点 7 已向上到达最大位移, 并在彈力作用下开始向下运动。这时振动已傳播到质点 10。

經過一个周期, 即 $t=T$ (如图中 (e) 所示), 质点 1 已完成一次全振动, 以后将继续重复这种振动。质点 4 已到达向下的最大位移, 并开始向上运动。质点 7 从上方回到平衡位置, 将继续向下运动。质点 10 已到达向上的最大位移, 將轉为向下运动, 这时振动已傳播到质点 13。

現在所有的质点都位于一条曲綫上, 形成一个凸起的部分和一个凹下的部分, 构成一个完整的波。凸起的部分叫做**波峰**, 凹下的部分叫做**波谷**。

再經過 $\frac{1}{4}T$, 各质点的位置如图中 (f) 所示。

当振动向越来越远的质点傳播时, 可以看到波峰和波谷在向前移动。这就很明显地說明: 波是质点振动的傳播, 不是质点本身在向前移动。

如果不繼續摆动橡皮繩, 原来振动的各质点的能量, 由于不断地傳給越来越多的质点, 它們本身的能量就越来越少, 因而它們的振幅也就越来越小。如果繼續摆动橡皮繩, 使能量得到补充, 則各质点的振幅可以保持不变。

从上面橡皮繩上的波动的分析, 我們可以看出: 各质点的振动方向与振动傳播的方向 (即波傳播的方向) 垂直。我們把这种波叫

做横波。所以，在横波中，质点的振动方向与波的传播方向垂直。

为了更好地研究横波起见，我们可以象图 15·15 那样画出波形图线。图的上面表示在某一时刻各质点的位置，下面表示这一时刻的波形图线。很明显，由于在不同时刻各质点的位置不同，所以就有不同的波形图线。

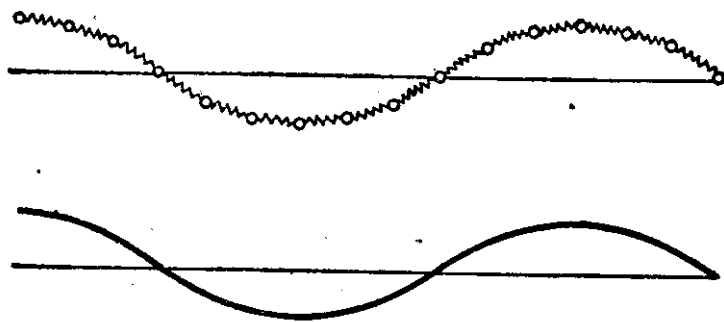


图 15·15 横波的波形图线

例 4. 按照下列横波的波形图线及传播方向(图 15·16), 试画出(1)A、B、C、D、E 各质点的运动方向,(2)经过 $\frac{1}{4}T$ 后的波形图线。

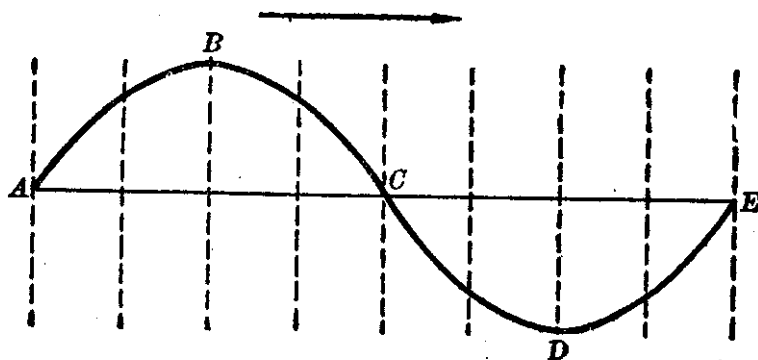


图 15·16

【解】 (1) 根据题目所给的波形图线和传播方向，可以看出，质点 A 首先开始振动，然后把能量依次传递给 B、C、D、E 等点，使它们也陆续振动起来。同时，我们也可以看出，右边的质点总是比和它相邻的左边质点落后 $\frac{1}{4}T$ ，例如，质点 B 比质点 A 落后 $\frac{1}{4}$ 周期。

(2) 根据这两个观点, 我们来分析各质点的运动倾向, 和经过 $\frac{1}{4}T$ 后各质点的位置.

由于质点 B 落后于质点 A $\frac{1}{4}$ 周期, 所以当质点 B 到达上方的最大位移而将转为向下运动时, 质点 A 必然已从上方的最大位移回到平衡位置, 而将继续向下运动. 因此, 质点 A 和 B 都将向下运动, 经过 $\frac{1}{4}T$ 后, A 点到达下方的最大位移处, B 点则在平衡位置上.

质点 C 现在在平衡位置上, 由于它落后于质点 B $\frac{1}{4}T$, 它将继续向上运动, 而经过 $\frac{1}{4}T$ 后, 到达上方的最大位移处.

质点 D 落后于质点 C $\frac{1}{4}T$, 因而它将向上运动, 经过 $\frac{1}{4}T$ 后, 到达平衡位置.

质点 E 落后于质点 D $\frac{1}{4}T$, 因而它将继续向下运动, 经过 $\frac{1}{4}T$ 后, 到达下方的最大位移处.

这样, 就得到图 15.17 和图 15.18.

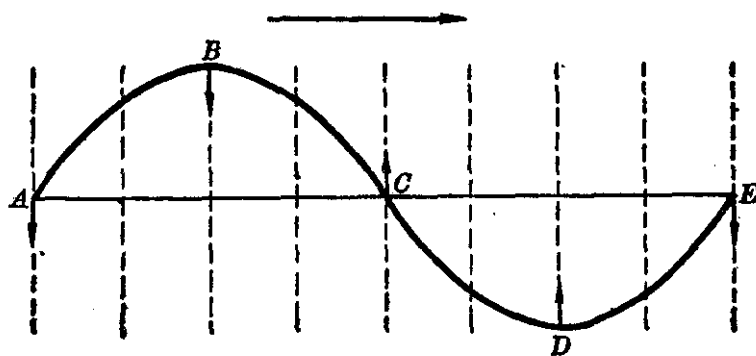


图 15.17

(3) 从图 15.18 可以看出, 经过 $\frac{1}{4}T$ 后的波形图线, 实际上是把原来的波形图线在前进方向平移了 $\frac{1}{4}$ 波长. 因此, 一种简便的作图方法是把原来的波形图线在传播方向上向前移动 $\frac{1}{4}$ 波长,

就得到所求的波形图綫。利用同样的方法也可以画出经过 $\frac{1}{8}$ 、 $\frac{1}{2}$ 等周期后的各种波形图。

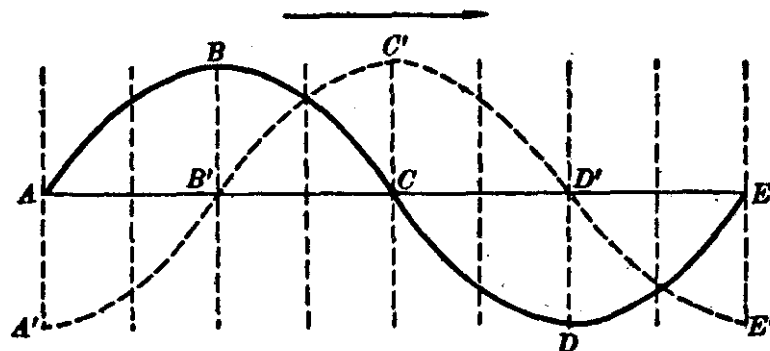
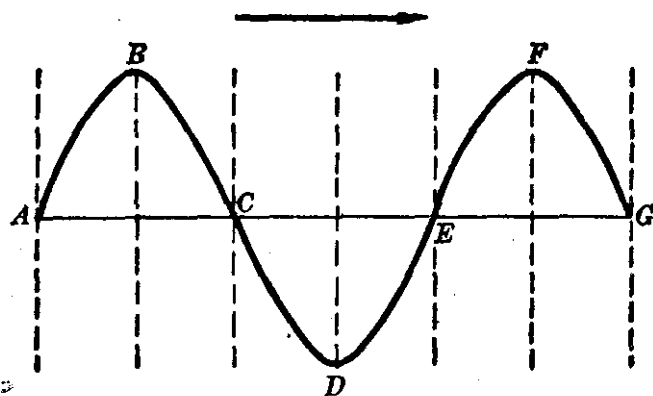


图 15.18

习 题 15.9

1. 振动图綫和波形图綫有什么关系？有什么区别。
2. 利用附图画出 (1) 各质点的运动方向，(2) $\frac{1}{4}$ 周期后的波形图綫，(3) $\frac{1}{2}$ 周期后的波形图綫。



(第 2 题)

§ 15.10 纵 波

現在我們来研究纵波。质点的振动方向与波的传播方向相同的波，叫做纵波。纵波的形成可以用一根长的弹簧来观察(图 15.19)。弹簧的一端固定在支持物上，如果在另一端用手轻轻一推，就形成了一个弹簧圈较密的密部，一直向前传播。再用手轻轻一

拉一下彈簧，就形成了一個彈簧圈較疏的疏部，也沿着彈簧向另一端傳播。如果不斷地推拉彈簧，就可以看到一系列的密部和疏部向前傳播。這就是縱波，也叫做疏密波。

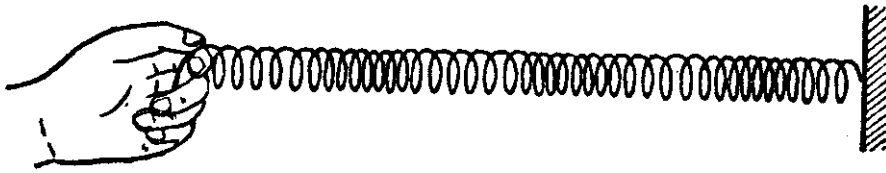


图 15·19 彈簧上的縱波

縱波中各質點的振動情況和橫波相似，只是在橫波中，各質點是上下振動，與波傳播的方向垂直；而在縱波中，質點是左右振動，與波傳播的方向相同。

同討論橫波的形成一樣，我們在彈簧上選擇幾個質點來研究。兩相鄰質點之間的距離也都相等，四個質點為一組（图 15·20）。

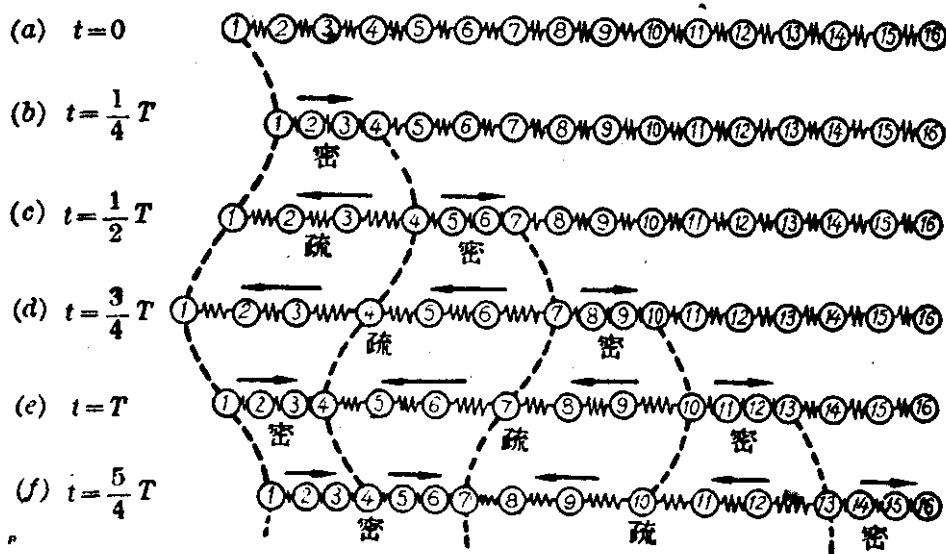


图 15·20 縱波的形成

$t=0$ 時（如图中 (a) 所示），各質點都在它們各自的平衡位置上。用力把質點 1 向右一推，它就開始向右振動。由於質點之間的相互作用，質點 1 的向右振動牽動質點 2 向右振動；質點 2 的振動又牽動質點 3 跟着向右振動……，這樣，就有越來越多的質點發生振動，只是右邊各質點的振動總是比在它左邊的質點落后一些。

当 $t = \frac{1}{4}T$ 时(如图中(b)所示), 质点 1 已到达右方的最大位移, 它向右运动的速度等于零, 于是在外来拉力的作用下, 开始向左运动. 质点 2 和 3 已先后向右移动一些. 振动刚传到质点 4, 它将要向右运动. 这时, 质点 1、2、3、4 四个质点形成了密部.

当 $t = \frac{1}{2}T$ 时(如图中(c)所示), 质点 1 回到平衡位置, 并将继续向左运动. 质点 2 和 3 已先后到达右方的最大位移, 转向左方运动, 并将继续向左运动. 质点 4 刚到达右方最大位移, 将要向左运动. 质点 5 和 6 也向右运动了一些距离, 质点 7 将要向右运动. 这时, 振动已传到质点 7. 质点 1~4 形成疏部, 4~7 形成密部. 从这里可以看出, 在上一阶段中, 质点 1~4 的密部已传递给质点 4~7, 而质点 1~4 本身则形成了疏部.

当 $t = \frac{3}{4}T$ 时(如图中(d)所示), 质点 1 刚到达左方最大位移, 因受向右的推力作用, 将要开始向右运动. 质点 2 和 3 仍继续向左运动. 质点 4 才回到平衡位置, 也要继续向左运动. 质点 5 和 6 已先后到达右方的最大位移, 转向左方运动. 质点 7 才到达右方最大位移, 将要开始向左运动. 质点 8 和 9 也已向右运动一段距离, 质点 10 将要开始向右运动. 这时, 振动已传到质点 10, 而且密部已传到质点 7~10. 质点 1~7 形成疏部.

当 $t = T$ 时(如图中(e)所示), 质点 1 又回到平衡位置. 质点 2 和 3 已先后到达左方的最大位移, 转向右方运动. 质点 4 到达左方最大位移, 将要开始向右运动. 质点 7 已回到平衡位置. 质点 10 已到达右方最大位移. 振动已传到质点 13. 密部已传到质点 10~13, 质点 1~4 形成另一个新的密部, 质点 4~10 形成了疏部.

这样, 质点 1 已完成了一次全振动, 质点 1、4、7、10、13 依次落后于前一质点 $\frac{1}{4}T$. 再经过 $\frac{1}{4}T$, 如最后一图(f)所示, 质点 1~7 组成密部, 7~13 组成疏部, 振动已传到质点 16.

与横波的情形相似,为了更方便地研究纵波,我們也可以用类似的图綫作为纵波的波形图綫。如图 15·21 所示,(a)表示各质点的平衡位置,(b)表示某一时刻各质点所在的位置,(c)是纵波的波形图綫,它表示这一时刻各质点的位移图綫。

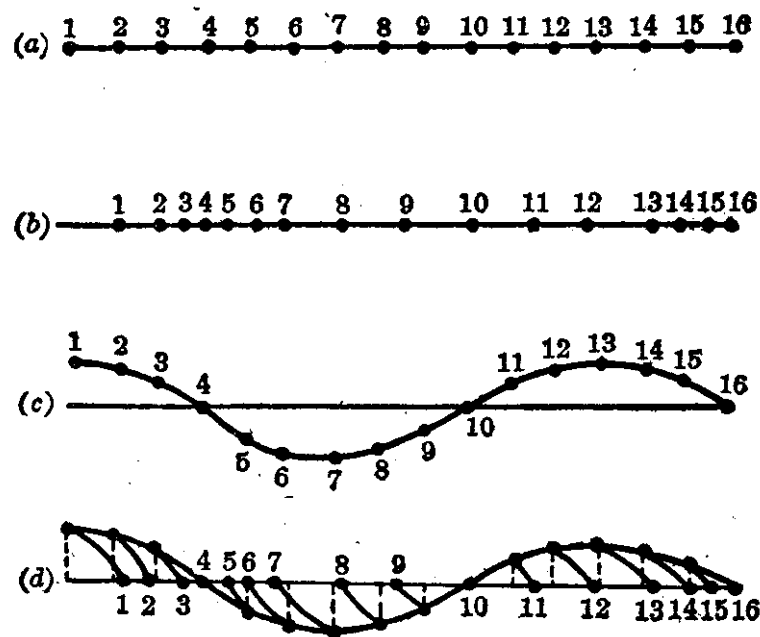


图 15·21 纵波的波形图綫

图 15·21 (c)是这样作的:根据图 15·21 (a) 和 (b), 知道各质点在該时刻离开它們各自的平衡位置的位移。假定以质点在它自己平衡位置右方的位移为正位移, 左方的位移为負位移。然后在纵坐标上画出这种正位移和負位移, 正位移画在該质点的平衡位置的上方, 如质点 1、2、3...; 負位移画在該质点的平衡位置的下方, 如质点 5、6、7...。然后把这些点平滑地連結起来。

值得注意的是: 这种图綫只能直接表示各质点位移的大小和方向, 而不能象横波图綫那样还可以表示质点的位置(它們的位置总是在横軸上, 如图 15·21 (b) 所表明的)。如果要表示各质点的位置, 可以用各质点的平衡位置为圓心, 以它們的正位移或負位移为半徑作弧(正位移表示质点向前运动, 負位移表示质点向后运动), 則这些弧与横軸的交点, 就是各质点的位置(图 15·21 (d))。

§ 15.11 波长, 频率和波速的关系

上面我們已經討論了振动在物体中傳播的两种基本形式——橫波和纵波。現在我們来研究关于描述波的特性的三个物理量之間的关系。

从图 15.14 和图 15.20 中都可以看出, 质点 1 和 13, 2 和 14, 3 和 15, 4 和 16 等, 在振动过程中的任何时刻对平衡位置的位移 (包括大小和方向) 总是相等的。这种两个相邻的、在振动过程中对平衡位置的位移总是相等的质点之間的距离, 叫做**波长**。

在橫波中, 两个相邻波峰中点之間的距离, 或两个相邻波谷中点之間的距离, 都等于 1 个波长 (图 15.22)。

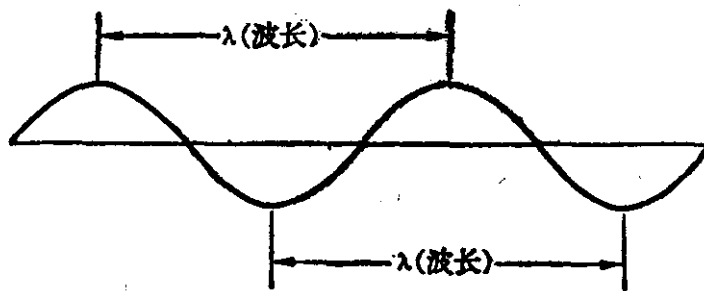


图 15.22 橫波中的波长

在纵波中, 两个相邻密部中心之間的距离, 或两个相邻疏部中心之間的距离, 都等于 1 个波长 (图 15.23)。

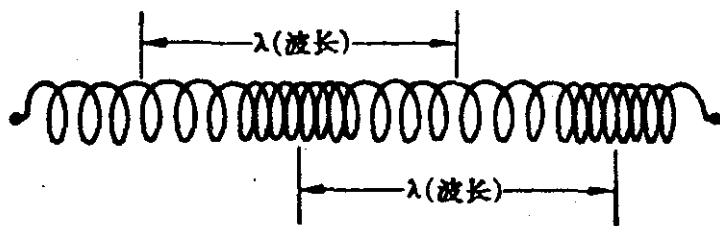


图 15.23 纵波中的波长

从图 15.14 和图 15.20 中还可以看出, 在质点 1 振动后經過 1 周期的時間, 质点 13 才开始振动; 在质点 2 振动后經過 1 周期的時間, 质点 14 才开始振动, 等等。由此可見在 1 周期的時間內, 振动在物体中傳播的距离等于 1 个波长。

用 T 代表质点的振动周期, λ 代表波长, v 代表振动的传播速度, 也就是波的速度, 那么,

$$v = \frac{\lambda}{T}.$$

如果用 f 表示频率, 则因 $f = \frac{1}{T}$, 上式变为

$$v = f\lambda,$$

也就是说, 波的速度等于波长和频率的乘积.

这个关系式对于任何波都适用, 例如无线电波, 它的波速是 $v = 3 \times 10^8$ 米/秒, 所以频率 800 千周 (即 800,000 赫兹) 的无线电波的波长 λ 为

$$\lambda = \frac{3 \times 10^8}{800,000} = 375 \text{ 米}.$$

习 题 15·11

1. 在图 15·14 和图 15·20 中, 质点 1 和 7, 2 和 8, 3 和 9 等, 对于各自平衡位置的位移是否相等? 它们之间的距离等于多少波长?
2. 已知声音在空气中的传播速度是 342 米/秒, 现有一频率为 512 赫兹的音叉, 求它所发声音的波长.
3. 声波在水中的速度是 1450 米/秒. 问频率为 256 赫兹的声音, 在水中的波长是多少?

本章提要

1. 物体沿直线或弧线在平衡位置的两侧来回重复的运动, 叫做振动.
2. 物体在与位移成正比、并且总是指向平衡位置的力作用下的振动, 叫做简谐振动. 在简谐振动中, 物体的加速度总是与位移的大小成正比, 加速度的方向总是与位移的方向相反.
3. 振动物体离开平衡位置的最大位移, 称为振动的振幅.
4. 物体完成一个全振动所需的时间, 称为振动的周期. 物体在 1 秒钟内完成全振动的次数, 称为振动的频率.

$$f = \frac{1}{T},$$

频率的单位是赫兹。

5. 在偏角很小的时候,单摆的振动是简谐振动,其周期公式为

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}},$$

l 是单摆的长, g 是重力加速度。

6. 由于振动物体在它振动的过程中,要不断地克服摩擦和其他阻力做功,以致它最初获得的能量,要不断地消耗掉,同时振幅也随之而减小,这种现象叫做振动的阻尼。振幅越来越小的振动叫做阻尼振动。振幅保持不变的振动,叫做固有振动,它的周期和频率叫做固有周期和固有频率。

7. 物体在周期地变化的外力(叫做策动力)作用下的振动,叫做受迫振动。受迫振动的振动情况最初是很复杂的,但经过很短一段时间后,振动就达到稳定状态,这时的振动频率总是等于策动力变化的频率,而与物体的固有频率没有关系。

当策动力变化的频率与物体的固有频率相等时,就发生共振。共振时,物体的受迫振动的振幅最大。

8. 振动在它周围物体中的传播,叫做波动,或简称波。在波动过程中,传播的只是振动和振动的能量,而物质本身并没有跟着传播。

9. 在横波中,质点的振动方向与波传播的方向垂直。在纵波中,质点的振动方向与波传播的方向相同。纵波也叫做疏密波。

10. 两个相邻的,在振动过程中对平衡位置的位移总是相等的质点之间的距离,叫做波长。

11. 波的速度等于波长和频率的乘积。

复习题十五

1. 简谐振动的特征是什么? 在重球的振动中(用图 15·2), 能量是怎样变化的? 为什么实际上它要慢慢地停下来? 怎样才能使它的振幅不变?

2. 什么叫做振动的振幅、周期和频率? 周期和频率有什么关系?

3. 什么叫做共振? 它在技术上有什么用处? 有什么害处?

4. 长度相同的两个摆, 一个放在赤道上, 另一个放在地球两极的附近, 它们振动的周期怎样? 为什么? 如果把一个放在海平面上, 另一个放在高山顶上, 它们的振动周期又怎样? 为什么?

5. 在图 15·6 中, 摆线上的拉力在什么位置时最大? 在什么位置时最小? 在最低点时线上的拉力 T 是不是等于球的重量 mg ?

6. 如果时钟在冬天走得太快,在夏天走得太慢,为了使它能够准确地报时间,我們应该怎样处理?

7. 什么叫做横波? 在一个周期中,每个质点的位移发生怎样的变化? 在某一时刻各质点的排列状态如何?

8. 什么叫做纵波? 在一个周期中,每个质点的位移发生怎样的变化? 在某一时刻各质点的排列状态如何? 位移图綫如何?

9. 横波的波形图綫和纵波的波形图綫有什么不同?

10. 波速、周期、頻率之間有什么关系? 頻率为 990 千周的无綫电波的波长是多少米?

第十六章 声 学

声音在人类生活中具有特殊重要的意义。例如，我們的語言就是由不同的声音組成的，依靠它，我們才能够交流思想，相互了解。

声学所要討論的是听觉器官所感觉到的現象，它涉及的范围很广泛。在物理学中，我們只研究声音怎样发生，怎样傳播以及它具有什么特性等問題。至于听觉器官的构造及其效用，以及为什么我們能够有声音的感觉等問題，那是生理学和心理学上的問題，不在我們討論范围之內。

§ 16.1 声音的发生和傳播

物体在振动时发生声音。例如胡琴、琵琶等依靠弦的振动发声，笛、簫等依靠空气柱的振动发声，鑼、鼓等依靠板或皮的振动发声。仔細考察日常生活中听到的各种声音，都可以找出相当的物体在振动。这种振动的物体，我們就叫它声源。

不但固体能够振动发声，气体和液体也能够振动发声，例如，上面讲的笛、簫等乐器依靠空气柱的振动发声，是气体声源的例子。

由于声源振动而发生的声音，假如沒有物质(叫做媒质)帮助它傳播，我們也沒有办法听到。所以在我們的听觉器官耳朵和声源之間，还必須有傳遞声音的媒质，这种媒质通常就是空气。关于这一点，可以用下面的实验来証明：如图 16.1 所示，在一只玻璃罩里面放一只钟。当罩内空气沒有抽出时，钟的滴答声听得很清楚；

当空气逐渐被抽出时，滴答声就逐渐减弱；当空气抽到十分稀薄时，滴答声就微弱到几乎听不见了。如果再放入空气，滴答声又重新听见了。

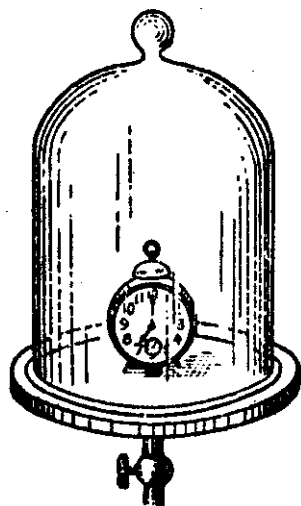


图 16·1 没有空气的空间不能传播声波

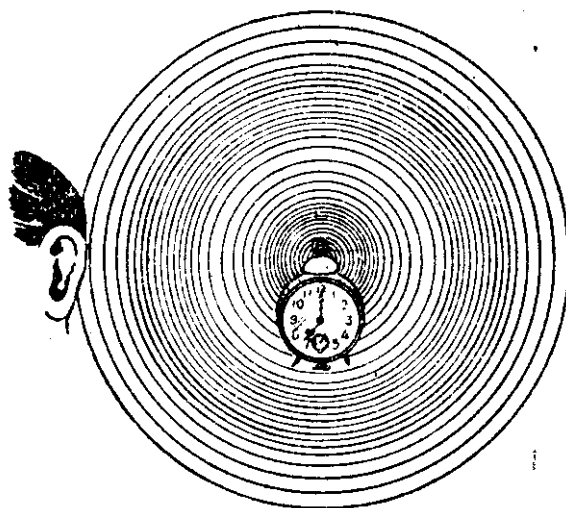


图 16·2 铃声在空气中的传播

媒质究竟是怎样传播声音的呢？图 16·2 表示铃声在空气中传播的情形。铃打动发声时，它把振动传递给紧挨着它的空气分子，使这些空气分子也发生振动，这些空气分子又把振动传递给紧挨着它们而距离铃更远的分子……于是由近及远地使空气分子依次振动起来，这样就形成了从声源向外传播的声波。声波是纵波，空气分子的振动方向与波的传播方向相同。

不但空气能够传播声音，别种气体以及固体和液体也都能传播声音。例如在桌子上放一只表，耳朵贴在桌子上听比在空气中听来得清楚。把耳朵贴在铁轨上听火车开动的声音，也比较在空气中听清楚得多。小孩用两个竹筒，中间联一根线，作为打电话游戏，也是这个道理。

在不同的媒质中，声音的传播速度是不同的。同一媒质因为温度不同，声音的传播速度也不同。表 16·1 和表 16·2 列出在 0°C 时各种媒质中的声速和在不同温度下干燥空气中的声速。

由此可见，水中的声速很大，大约是空气中声速的四倍半。金

表 16·1 0°C 时各种媒质中的声速

媒 质	声速(米/秒)	媒 质	声速(米/秒)
空 气	332	铝	5100
水	1450	铁、钢	5000
火 油	1330	金	1743
橡 胶	30~50	铜	3800
酒 精	1275	铅	1300
玻 璃	5000~6000	松 木	3320

表 16·2 不同温度下干燥空气中的声速

温度(°C)	声速(米/秒)	温度(°C)	声速(米/秒)
-30	313	10	338
-20	319	20	344
-10	325	30	349
0	332	100	386

属中的声速比水中的更大。

一般来讲,温度每升高摄氏 1°, 空气中的声速约增加 0.6 米/秒。

习 题 16·1

1. 举几个物体振动发声的例子。
2. 观察者在看到闪光后 10 秒钟才听到雷声。求打雷处和观察者之间的距离。假定空气的温度是 20°C。
3. 一个人在屋顶上敲钉,每秒敲 4 下。一个观察者恰巧在看到他把锤举到最高时,听见敲钉的声音,问观察者和此人相距约若干米? 设这时的温度为 20°C。

§ 16·2 乐音的特性

根据声音的性质,通常把声音分为三类:(1)击发声;(2)噪声;(3)乐音。

击发声是在射击、爆炸、放电、打击某种固体等情况下发出的声音。

噪声是由許多击发声結合而成的声音，听起来很不舒服。例如，树木間的风声，街道上的嘈杂声，工厂里机器的軋軋声等都是噪声的例子。噪声的波形图綫非常复杂，是一种沒有規則的非周期性的曲綫，如图 16·3 (a) 所示。

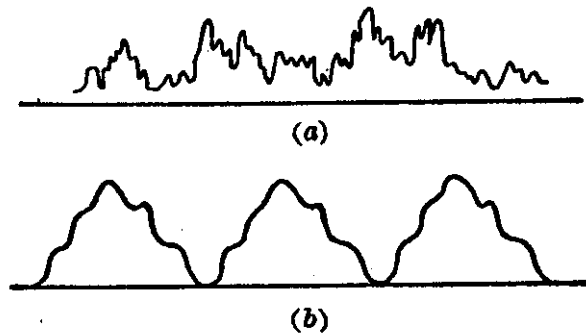


图 16·3 噪音和乐音的波形图綫

好听的聲音叫做**乐音**，它是作周期性振动的声源发出来的，例如音叉、各种乐器和歌唱家等所发出的声音。它的波形图綫也是周期性的，如图 16·3 (b) 所示。图 16·4 是鋼琴声音的波形图綫。

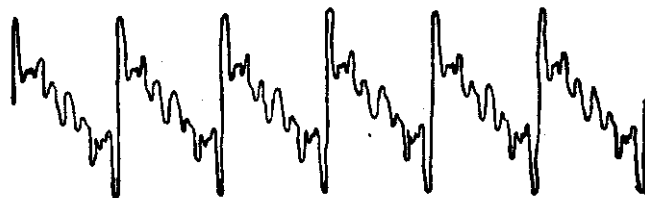


图 16·4 鋼琴声音的波形图綫

乐音有三个特性，即音調、响度和音品。現在我們来分別討論一下。

1. 音調 音調就是乐音的高低。它由声源的什么因素决定的呢？讓我們来做一个实验。

取两个音調不同的音叉，在每一个音叉的一只股上各固定一根細鋼針，另外还备有一块熏黑了的玻璃板。現在用橡皮錘击音叉使它振动发声，并且匀速地在玻璃板上移动，移动时必须注意要使鋼針的尖端恰好与玻璃板接触。这样，我們就得到了如图 16·5

所示的两条曲线，它们显然就是这两个音叉的振动图线。上面的曲线是由低音音叉得到的，下面的曲线是由高音音叉得到的。比较这两条曲线，就可以看出：在同样长的时间内，低音音叉的振动次数比高音音叉的少，也就是说，低音音叉的频率比高音音叉的小。

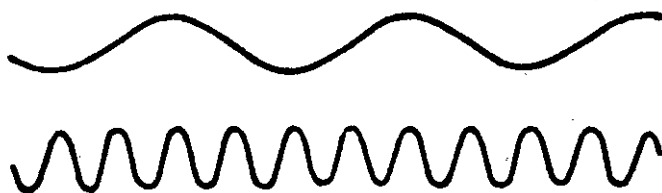


图 16.5 低音音叉和高音音叉的振动图线

由此可见，我们对音调的感觉，客观上决定于声源的振动频率。频率越大，音调越高；频率越小，音调越低。所以，音调的不同是由于振动频率的不同所引起的。

频率太小和太大的振动，作用到我们的听觉器官时，都不能引起声音的感觉。具有正常听觉的人所能够听到的声音的频率范围是从 20 赫兹到 20,000 赫兹。乐音中使用的频率在 30 到 4000 赫兹之间。昆虫发出的声音的频率可以大到 2 万赫兹以上。

2. 响度和声强 响度是我们主观上感觉到的声音的强弱，它与表示声音的客观强弱的物理量——声强有关系。这个关系比较复杂，但对同一音调来说，声强越大，我们感觉到的声音越响；声强越小，我们感觉到的声音越弱。

同前面讨论音调时一样，用一个股上附有钢针的音叉和一块熏黑的玻璃板。用橡皮锤轻击音叉，使它振动，在玻璃板上记录它的振动；再把音叉击得重一点，也在玻璃板上记录它的振动；这样，连续进行几次，但每次击音叉的力量不同，而在玻璃板上移动音叉的速度则相同。于是我们就得到如图 16.6 所示那样的振动图线。

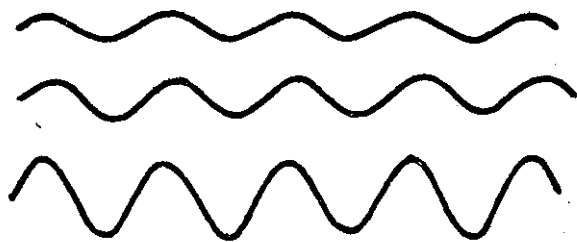


图 16.6 同一频率，响度不同的振动图线

从图中可以看出：音叉的振动频率相同，但振幅不同。声音较强时，振幅较大；声音较弱时，振幅较小。

所以，声强与声源的振幅有关。振幅越大，声强也越大；振幅越小，声强也越小。

物体在振动发声时，使周围的媒质的分子振动，把自己的一部分能量传递给这些分子。声强越大，单位时间内传递出去的能量也越大。在物理学中，我们用每秒钟通过垂直于声波传播方向的1厘米²面积的能量来量度声强，它的单位是尔格/厘米²·秒。

当声源发出的声波向各个方向传播时，其声强将随着距离的增大而逐渐减弱。这是由于声源每秒钟发出的能量是一定的，离开声源的距离越远，能量的分布面也越大，因此通过单位面积的能量就越小。例如如图 16·7 所示，以声源为中心，以 r_1 和 r_2 为半径作两个球面。用 E 代表声源每秒钟发出的能量，则第一球面上的声强 I_1 为

$$I_1 = \frac{E}{4\pi r_1^2},$$

第二球面上的声强 I_2 为

$$I_2 = \frac{E}{4\pi r_2^2}.$$

因此，

$$I_1 : I_2 = r_2^2 : r_1^2,$$

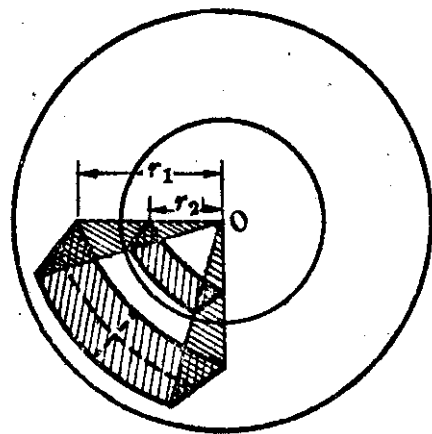


图 16·7 通过单位面积的声能与离开声源距离的平方成反比

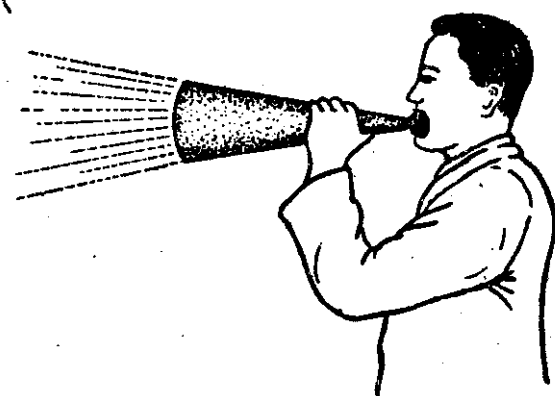


图 16·8 传声筒

即声强与离开声源的距离的平方成反比。也就是说，距离增加到原来的2倍，球面面积就增大到原来的4倍，声强就减小到原来的四分之一(如图16.7)。

我们常常利用传声筒(图16.8)讲话，它可以减少声能的分散，使声能向一个比较集中的方向传播，因而可以传到比较远的地方。

人耳对于不同频率的声音的灵敏度是不同的，例如，频率为2000赫兹的声音，只要声强为 2×10^{-9} 尔格/厘米²·秒就可以听到，但对于频率为50赫兹的声音，则声强须增加到 5×10^{-3} 尔格/厘米²·秒才能听到。

3. 音品 两种发声体发出的声音，有时音调和声强都相同，但我们仍能辨别是那种发声体发出的声音。例如箫和胡琴演奏同一曲谱时，我们一听就能够区别出哪一个是箫的声音，哪一个是胡琴的声音。这说明乐音除了音调和声强这两个特性之外，还有第三个特性——音品。

那末音品与什么有关系呢？我们知道，音叉的振动是简谐振动，它发出来的声音听起来很单纯。这种从作简谐振动的声源发出来的声音，叫做**纯音**(图16.9(a))。其他乐器发出来的声音比较复杂，用专门分析声音的仪器来分析，可以证明，它们都是由频率和振幅不同的许多纯音组成的。这种由许多纯音所组成的声音，叫做**复音**(图16.9(b))。在复音中，除了频率为 f 的声音之外，还有频率为 $2f$ 、 $3f$ 、 $4f$ 等等的声音混合在内。这个频率最低的，即频率为 f 的声音，叫做**基音**，振幅最大。其他各音都叫做**泛音**，振幅都较基音小。复音的频率等于基音的频率。

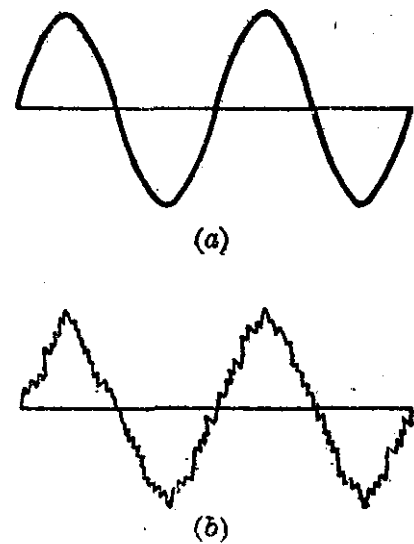


图16.9 纯音和复音

图 16·10 表明鋼琴和黑管所发出的声音的波形图。它們的基音頻率都是 100 赫茲，但由于所含的泛音的不同，形成了在形式上有很大的区别的波形图。科学家們用很多方法进行分析后，发现鋼琴所发出的这种声音是由 16 个純音組成的，而黑管所发出的这种声音是由 10 个純音組成的。基音的振幅最大，各泛音的振幅都比较小，而且也各不相同。对复音的这种分析結果，可以用一种叫做綫譜图的图形来表示。图 16·11 就是頻率都是 100 赫茲的鋼琴声和黑管声的綫譜图。图中横坐标表示各純音的頻率，纵坐标表示它們的振幅。

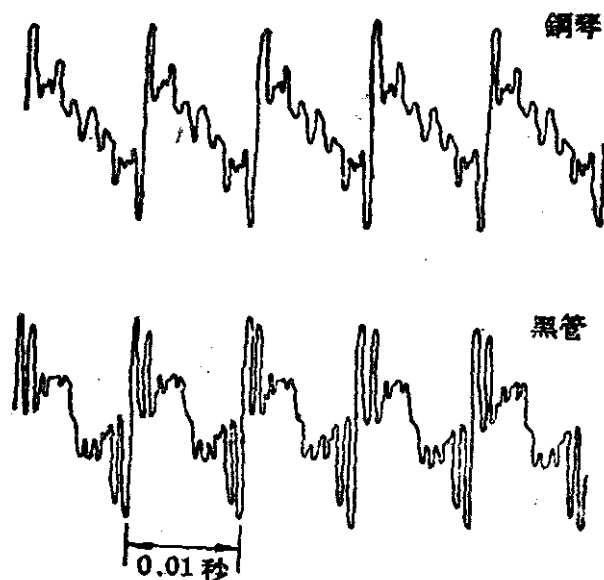


图 16·10 鋼琴和黑管所发出的声音的波形图

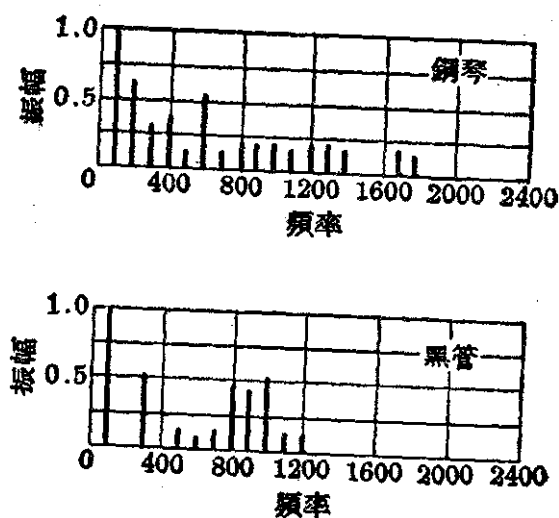


图 16·11 頻率为 100 赫茲的鋼琴声和黑管声的綫譜图

从这两个綫譜图中可以看到,它們的頻率虽然都是 100 赫茲,但所包含的泛音是彼此不同的,而且不仅泛音的个数不同,其振幅和頻率也各不相同。

由此可見,乐音的基音頻率决定它的音調;泛音的多少,泛音的頻率和振幅决定它的音品。

§ 16.3 声波的反射

沿着水面傳播的水波,在遇到障碍物时就要反射回来。同样,声波在遇到障碍物时也要反射回来。反射回来的声波傳到我們耳朵里,就形成了回声。

如果回声是在直接听到的声音的感觉消失以后,才傳到我們的耳朵里,那么我們就能够把回声跟原来的声音区分开来。根据我們耳朵的辨别能力,这个時間約为 0.1 秒。空气中的声速約为 340 米/秒,声波从观察者到障碍物再反射回来所經歷的全部時間,按上面所讲的至少是 0.1 秒,因而观察者至少要离开障碍物 17 米远,才能够把原声和回声区分开来。如果离开障碍物很近(即在 17 米以內),我們对原来声音的感觉还没有消失,而回声又傳到我們的耳朵里,这样回声就跟原来的声音混在一起,使它的响度增大,于是我們就无法明显地辨清。

在房子里讲话时,声波遇到一些如墙、天花板、地面、門窗、桌、椅等障碍物时,一部分能量被反射,另一部分能量被吸收。各种材料吸收和反射声波的能力是不同的。例如大理石、玻璃等硬而光滑的材料,能够把絕大部分的声波反射回去,而只吸收一小部分声波。天鹅絨、地毯等軟的材料,能够吸收絕大部分的声波,而只把一小部分声波反射回去。

由于反射波的存在,当声源停止发声后,在短時間內还能够听到声音。这种現象叫做交混回响。声源停止发声到声强减小到原来声强百万分之一时所需的時間,叫做交混回响時間。交混回响

時間太长，会产生轰轰声，太短就显得靜悄悄。在小音乐厅中（小于 350 米³）的最合适交混回响時間是 1.06 秒。北京的首都劇場，坐滿观众时的交混回响時間为 1.36 秒，空坐时为 3.3 秒。人民大会堂的交混回响時間，不論是滿坐或空坐，都能成功地控制在 1.8 秒左右。

习 題 16.3

1. 我們知道，声强与离开声源的距离的平方成反比。但是第五排座位到讲台的距离大約是第一排的 3 倍。而坐在第五排的学生听到教师讲话声，却与坐在第一排的学生所听到的几乎相同，这是为什么？
2. 猎人在射击后 8 秒钟才听到射击时所发出的声音的回声，求反射声音的障碍物到猎人之間的距离。当时的温度为 20°C。
3. 为什么閃电很近时可以听到震耳的雷声，而閃电很远时却只能听到隆隆的雷声？

§ 16.4 声音的共鳴，共鳴器

在上一章中我們已經讲过共振現象，那是策动力变化的頻率与物体的固有頻率相同时所产生的現象。这种現象，在发声振动中也可以看到。发声振动中的共振現象叫做共鳴。我們可以用下面的实验來說明。

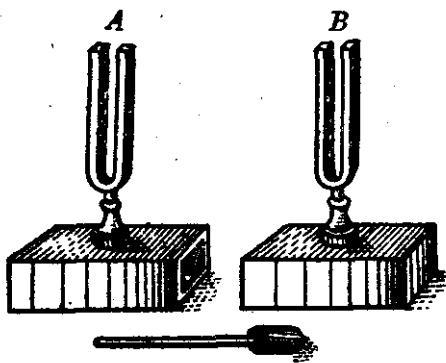


图 16.12 观察音叉的共鳴

图 16.12 所示的是两只固有頻率相同的音叉 A 和 B，支持这两只音叉的两只箱子口彼此相对。用橡皮錘击音叉 A，使它振动，然后用手握住使它停止振动。我們就可以听到音叉 B 的振动声，这是因为它与音叉 A 发生了共鳴的緣故，正如上一章习题 15.7 第 4 題的附图中彈簧 B 和 A 发生共振时一样。

如果在音叉 B 的一股上面粘上一張薄的紙片或一些蜡，以便

改变它的固有频率,然后再做上述实验,我们就不再听到音叉B的振动声了,这说明音叉B已经不再和音叉A发生共鸣,正如上一章习题15·7第4题附图中弹簧C和A不再发生共振时一样。

由此可见,两音叉必须有相同的固有频率才能发生共鸣。

我们时常利用共鸣现象来增加发声体所发出的声音的响度。图16·12中的两只音叉都插在空的木箱上,就是利用箱内空气的共鸣来增加音叉所发出的声音的强度。如果把音叉从箱上取下,声音就很低。我们还可以用下面的实验来说明,利用空气柱的共鸣来增加发声体发音的响度这种现象。

实验装置如图16·13所示。在管口上方放一只正在发声的音叉,同时提着水瓶慢慢下降,使玻璃管内的水面也跟着下降,这样就慢慢地增大了玻璃管中空气柱的长度。当空气柱的长度增大到一定值时,我们就听到相当强的嗡嗡声,这是因为空气柱与音叉发生共鸣的缘故。继续提着玻璃瓶下降,玻璃管内的水面也跟着下降,声音就逐渐减弱。

实验证明,跟某一声波共鸣的空气柱的长度,最短应等于该声波波长的 $1/4$ 。因此,通常把音叉插在一长度等于这个音叉发生声音的 $1/4$ 波长的箱子上。这样,如上面所说的,由于箱子里空气柱的共鸣,使音叉的声音增强。这种箱子叫做共鸣器(也叫做共鸣箱)。

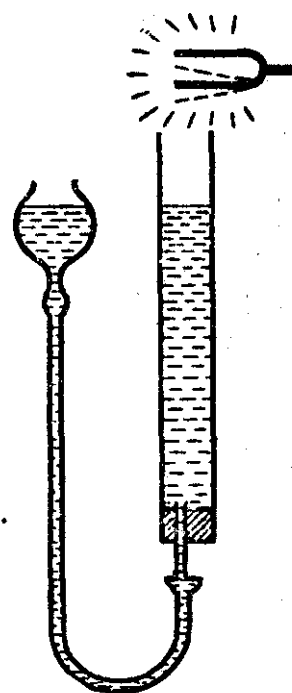


图16·13 空气柱的共鸣

§16·5 超声波

前面已经谈过,人的耳朵能够听到的声音的频率在20到2万赫兹之间,低于20赫兹的和高于2万赫兹的声音,我们都听不见。频率低于20赫兹的声波,叫做**低声波**;频率高于2万赫兹的声波

叫做超声波。

超声波在自然界中是存在的，例如，在风声和海浪声中，除了有我們能够听到的声波以外，也含有超过我們听觉范围的声波。有些动物的器官如蝙蝠、蟋蟀、紡織娘等都能发出超声波。

超声波也可以用人工方法来获得。我們已能制造許多型式不同的超声波发射器，并且可以根据需要发出从2万到十亿赫兹的各种频率的超声波。同时，我們也已能制造各种型式不同的超声波接收器，利用它們可以接收各种超声波信号。

图16·14是一种比較简单的超声波发生器，叫做伽耳頓笛。它是一根很短而具有尖銳边缘的管子C。空气流在恒定的压强下，从上端A处吹入，而由B处的圆形狭缝射到管C的尖銳边缘上，引起各种不同频率的振动。其中频率与管C的固有频率相同的那些将被加强。因此，可以得到一系列的超声波。

与普通的可聞波比較起来，超声波具有許多特性，其中特別突出的有：(1) 由于超声波的频率很大，因而波长很短。这种波长很短的超声波，可以象光綫那样沿着直綫傳播，使我們有可能只向某一个确定的方向发射超声波，好比探照灯的光綫那样。(2) 由超声波所引起的媒质微粒的振动，即使振幅很小，加速度也非常大，因此可以产生很大的力量。

超声波的这些特性，使它在近代的科学研究工作和工业技术上得到日益广泛的应用。例如，我們可以利用超声波来測量海底的深度(图16·15)和探索魚群、暗礁、潜水艇等。方法是把超声波发送器和接收器貼在水面上，沿某一方向发送超声波，并接受它由海底、魚群等障碍物上反射回来的超声波。记录发送与接收的时

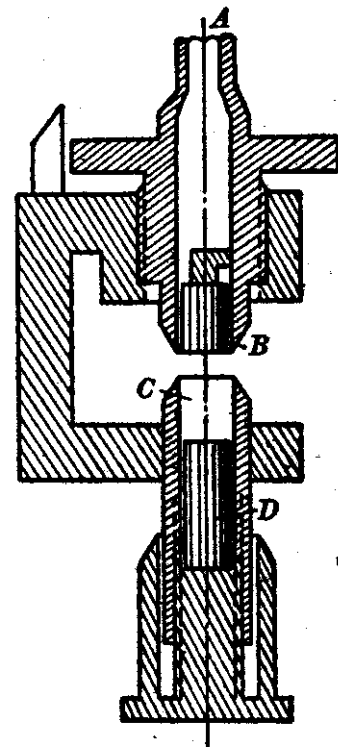


图16·14 伽耳頓笛

間間隔，根据声波在水中的傳播速度，就可以計算出反射处的距离。这样測量許多次，还可以画出海底的地形图来。此外，在发生大雾的时候，还可以利用超声波来引导海船进港。

在工业上，超声波可以用来檢驗金属内部的气泡、伤痕、裂縫等缺陷。

由于超声波能够使媒质微粒产生很大的相互作用力，所以也被用来清除玻璃、陶瓷等制品表面的污垢，并对这些制品进行加工(例如钻极細的孔)。此外，

还可以利用它来粉碎和剝落金属表面的氧化膜，并使各种在通常情况下不能混合的液体混合在一起，制成各种乳浊液。超声波也可以用来消灭細菌，因此往往被作为飲用水和食物等消毒之用。

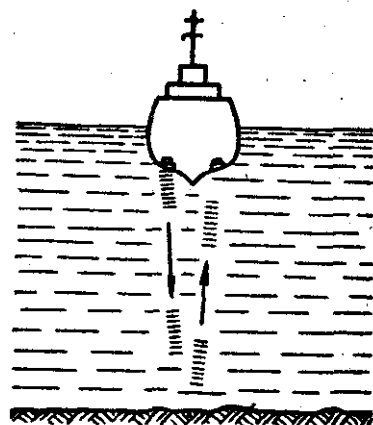


图 16·15 利用超声波測量海底深度

本章提要

1. 物体在振动时发生声音 这种振动发声的物体，称为声源。

2. 声波是纵波 气体、液体和固体都可以傳播声音。

3. 乐音有三个特性

(1) 音調是由乐音的基音頻率决定的；

(2) 声强由声源的振幅决定。声强是用每秒钟通过垂直于声波傳播方向的 1 厘米² 面积的声能来量度的。声强与离开声源距离的平方成反比。

声音的响度是一个与声强有密切关系的物理量。对同一頻率(即音調)的声音來說，声强大，响度也大；声强小，响度也小。但响度并不就是声强。声强是声波本身的强弱，是客观存在的物理現象。响度是人耳对声波所感覺到的强弱，是客观存在在主观上的反映，也是物理現象和生理現象的綜合。

(3) 音品决定于泛音的多少、泛音的頻率和振幅，也就是决定于基音和泛音所組成的波形图。

4. 声源停止发声到声强减小到原来声强百万分之一时所需的时间，叫做交混回响时间。

5. 发声振动中的共振現象叫做共鳴。

复习题十六

1. 声音是怎样发生和怎样在空气中向四周传播的?
2. 声波是纵波还是横波?
3. 声音有哪三类,怎样区别它们?
4. 说明乐音的三个特性. 为什么对于你熟悉的人“闻其声即知其人”?
5. 声强和响度有什么区别?
6. 一个具有科学头脑的小孩,为了求出空气的温度,用一支来复枪在500米远的绝壁前射击,并用停表测得回声时间为3秒. 求此时空气的温度. 在这一实验中,所获得的结果不甚正确的主要原因是什么?
7. 发生共鸣的条件是什么? 怎样分析复音?
8. 一支音叉的频率为每秒427次,如果温度为 20°C ,则共鸣的空气柱最短应为多少长?
9. 超声波和可闻波有什么不同? 它有哪些特性? 有哪些用处?

总复习题

1. 一个空瓶重 68 克, 装满水后共重 184 克, 装满菜油时共重 165 克. 求菜油的比重.

2. 在上题的空瓶中, 先放入共重 37.3 克的金属片, 然后装满水, 称得重量为 218 克. 求这种金属片的比重.

3. 如果砖块的比重是 1.8 克/厘米³, 大小是 $30 \times 15 \times 7.5$ 厘米³, 求一辆载重 4 吨的货车在正常负担下能装运多少块砖?

4. 在一个弹簧的下端悬挂重物 10 克时, 弹簧长 5 厘米; 改为悬挂 15 克时, 弹簧长 5.5 厘米. 求弹簧的原长.

5. 有长方形的石板一块, 长 120 厘米, 宽 50 厘米, 厚 15 厘米, 重 225 公斤. 求 (1) 平放, (2) 侧放, (3) 竖放时地面所受的压强.

6. 说明下述各种现象的原因: (1) 把书包挂在肩膀上时, 如果书包的带比较窄, 肩膀就比较疼; (2) 用细线切肥皂很容易切开; (3) 重的车床脚的底面积要做得大一些; (4) 火车的铁轨要铺在枕木上; (5) 拖拉机的履带很宽.

7. 要把 100 克重的铁块完全浸在水银内, 应在铁块上加多少力?

8. 用绳子悬挂一个 10 公斤重的物体 (比重 = 2.5 克/厘米³), 使物体的一半体积浸在水中, 求绳上的张力.

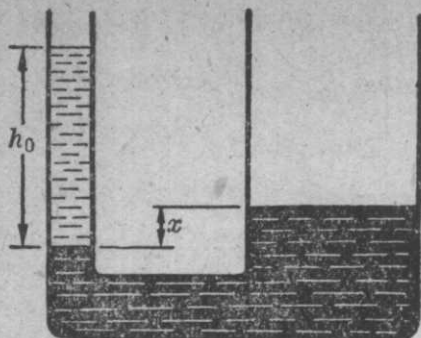
9. 有一个比重 = 9 克/厘米³ 的中空金属球, 在水中称重 711 克, 在空气中称重 810 克, 求其中空的容积.

10. 把重 16 克的木块和重锤一起浸在水中称, 共重 6 克. 单独把重锤浸在水中称重 30 克. 求木块的比重.

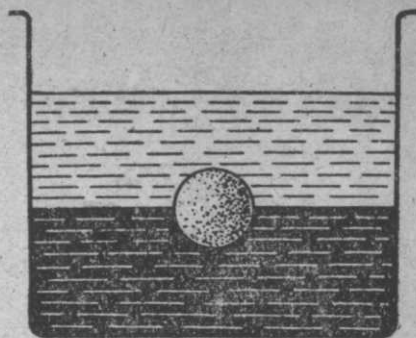
11. 有一个重 7.88 克的铅块, 浸在酒精中称重 7.33 克, 浸在水中称重 7.19 克, 求酒精和铅块的比重.

12. 如附图所示, 在连通器里装上水银. 连通器的一个管的直径是另一个管的直径的 4 倍. 现在向左管中倒进高 $h_0 = 70$ 厘米的水. 问右管中的水银面要上升多少? 左管中的水银面要下降多少?

13. 如附图所示, 有一个体积为 V 的完全均匀的小球, 浮在两种不相混



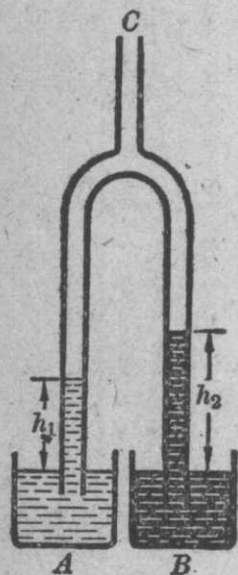
(第 12 題)



(第 13 題)

合的液体的分界面上。上层液体的比重是 d_1 ，下层液体的比重是 d_2 ，球的比重是 d 。求球在上层和下层液体中的体积各是多少。

14. 如附图所示，把音叉形玻璃管的两端插在装水的容器 A 和装某种液体的容器 B 中。从管的上端 C 抽出一些空气，这时液体升入左管的高度是 $h_1=10$ 厘米，升入右管的高度 $h_2=12$ 厘米。求装在容器 B 中的液体的密度。



(第 14 題)

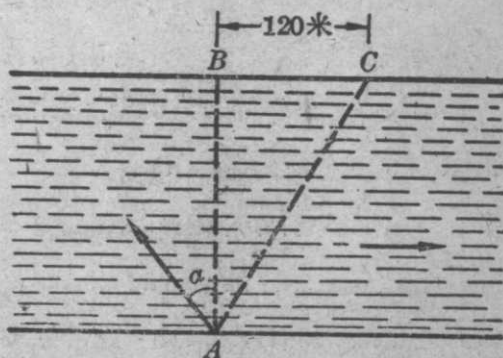
15. 一个体积为 500 厘米³ 的物体，在空气中称时，能够跟 $m_1=440$ 克的铜砝码平衡。求物体在真空中的重量。已知铜的比重 $=8.8$ 克/厘米³，空气的比重 $=1.29$ 克/升。[提示：在空气中称时，空气对物体和铜砝码都有浮力。]

16. 气压计上指出大气压强是 75 厘米水银柱高。求在水面下 10 米深的地方的压强。

17. 有一位乘客坐在一辆速度为 $v_1=54$ 公里/小时的火车的窗口，看见一辆迎面驶来的列车，这辆列车共长 150 米，速度 $v_2=36$ 公里/小时。试问这位乘客看见这列火车沿着他旁边开过去时共需要多少时间？

18. 如果两个物体相向作匀速运动，那么每隔 $t_1=10$ 秒，它们之间的距离就减少 $S_1=16$ 米。如果这两个物体改为向着同一方向运动，那么，每隔 $t_2=5$ 秒，它们之间的距离就增大 $S_2=3$ 米。问这两个物体的速度各等于多少？

19. 如附图所示，一个人坐船从 A 点出发，横渡一条河。如果他保持跟河岸垂直的方向航行，那么在他出发后 10 分钟到达 C 点， C 点在 B 点的下游 $S=120$



(第 19 題)

米的地方。如果他保持跟直綫 AB 成 α 角的方向逆流航行，那么要經過 12.5 分钟才能到达 B 点。求河寬，船在靜水中的速度，水流速度及 α 角。

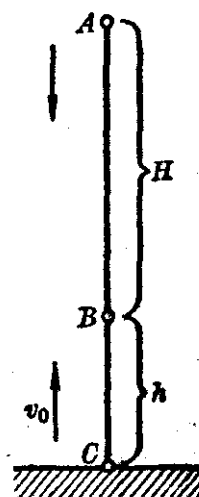
20. 甲地和乙地的距离等于 180 公里。在甲地的一辆汽車和在乙地的一辆汽車同时相向开行，甲地汽車的速度是 40 公里/小时，乙地汽車的速度是 20 公里/小时。画出这两辆汽車的路程图綫，并从图上求出两車相遇的时间和相遇的地方离甲地的距离。

21. 伞兵在靜止空气中用 4 米/秒的速度落到地面。求在水平风速是 3 米/秒的时候，伞兵的速度。

22. 飞机在靜止空气中的飞行速度是 50 米/秒。如果风的速度是 15 米/秒，那么飞机在順风、逆风以及跟风向垂直的三种情形下飞行时，它的速度各是多少？

23. 从一座高 16 米的建筑物屋頂上，每隔一定時間有一滴水滴落下，而且在第五滴水滴离开屋頂的时刻，第一滴水滴恰好落到地面。求第一滴水滴落到地面的时刻，在空中各水滴之間的距离。

24. 如附图所示，一个物体从高 $H+h$ 的 A 点自由落下，另一个物体以初速度 v_0 从 C 点豎直上抛，开始抛出的时刻跟第一个物体开始落下的时刻相同。如果两个物体在 B 点相遇，問第二个物体的初速度应该是多大？它上升的最大高度是多少？



(第 24 題)

25. 在上題中，如果要两个物体在 B 点相遇，而且 B 点是上抛物体所能达到的最大高度，那么，从 C 点上抛的物体要比第一个物体迟或早多少時間抛出？抛出的初速度应该是多大？

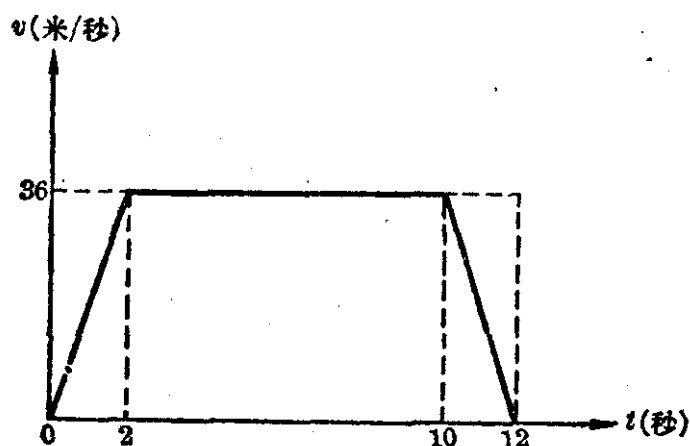
26. 汽車前进的速度是 30 公里/小时，煞車后能够使汽車在 2 秒钟內停下来。求刹車后汽車的加速度，及它停止前所走的路程。

27. 一个运动物体，在头 5 秒內用 3 米/秒的速度作匀速运动，然后用 20 厘米/秒² 的加速度作匀加速运动。計算在开始运动 15 秒后物体的速度是多少？15 秒內物体所走的路程是多少？画出它的速度图綫，并从图上求出它在 15 秒內所走的路程。

28. 一辆汽車用初速度 3 米/秒和加速度 $\frac{1}{4}$ 米/秒² 作匀加速运动。另一辆汽車用初速度 15 米/秒和加速度 -1.25 米/秒² 作匀减速运动。画出这两辆汽車的速度图綫，并求出两辆汽車經過多少時間以后它們的速度相同，求此速度和在这段时间內每辆汽車所走的路程是多少？

29. 一个质量为 m 的小球結在一根綫上，綫的上端又結在一块木条上。現在要使綫的張力等于小球重量的一半。問應該用怎样大的加速度和向哪个方向移动木条？

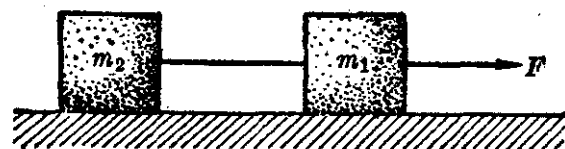
30. 附图所示是某电梯在上升时的速度变化的图綫。設电梯厢和乘客的总重量是 1500 公斤。求支持电梯厢的粗索在电梯开始上升、在中途和在到达終点时所受的張力。（取 $g=10$ 米/秒²）



(第 30 題)

31. 某物体的质量是 40 克，以初速度 $v_0=30$ 米/秒作豎直上拋运动，經過 2.5 秒后，到达最高点。求物体在上升过程中所受到的空气阻力的平均值有多大？（取 $g=1000$ 厘米/秒²）

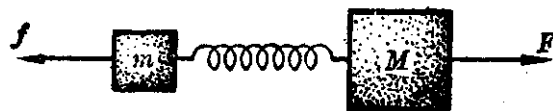
32. 如附图所示， $m_1=200$ 克， $m_2=300$ 克。把两个物体用绳子联結在一起，放在光滑的水平桌子上。現在用水平力 $F=10^5$ 达因拉它們。求它們的加速度和绳子的張力。如果绳子可以支持的最大的力是 1 公斤，問 F 的最大值是多大？（取 $g=1000$ 厘米/秒²）



(第 32 題)

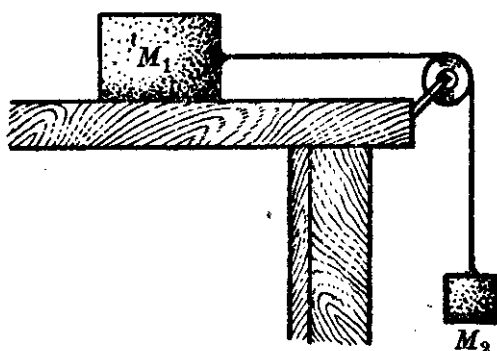
33. 在測力計 D 的两端鈎上两个重物，其质量分別是 $M=10$ 公斤、 $m=10$ 克。作用在重物上的力分別是 $F=2$ 公斤、 $f=1$ 公斤。問重物将怎样移动及測力計的讀数是多少？如果把力 F 作用在小的重物上，力 f 加在大的重物上又如何？[提示：用牛頓第二运动定律分別列出每个重物的运动方程，从而求

出加速度 a 和彈簧的彈力 f_s (即測力計的讀數).]



(第 33 題)

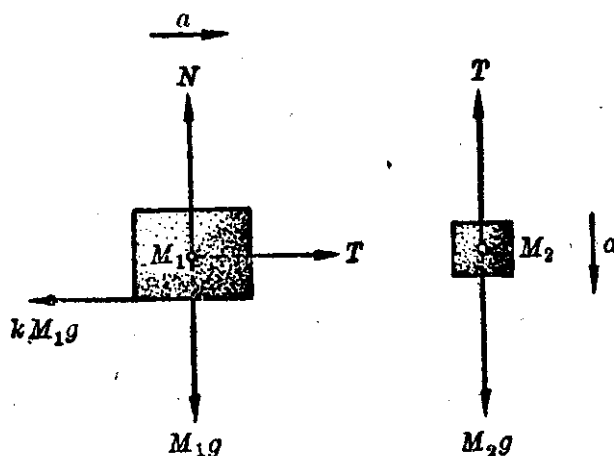
34. 如附图所示, 用一根繩子通過桌邊上的滑輪把兩個重物 M_1 和 M_2 連結起來. 設 M_1 和桌面之間的摩擦係數為 k , 滑輪和繩的質量都可以不計. 求 M_1 和 M_2 的加速度和繩的張力.



(第 34 題)

【解】 解這類題目時, 應該先分析每個運動物體的受力情形, 並作出它們的受力圖. 然後根據牛頓第二運動定律列出它們的運動方程.

本題有兩個運動物體 M_1 和 M_2 , 設它們都以加速度 a 運動.



M_1 和 M_2 的受力圖

作用在 M_1 上的力有繩子的拉力 T , 桌面與 M_1 之間的摩擦力 kM_1g , 這兩個力都是在 M_1 的運動方向上的. 另外, M_1 還受到重力 M_1g 和桌面對 M_1 的托力 N , 這兩個力都在豎直線上, M_1 沒有沿豎直方向運動, 所以兩力平衡,

即 $N = M_1g$.

作用在 M_2 上的力有重力 M_2g 和绳子的拉力 T .

用牛頓第二运动定律列出 M_1 和 M_2 的运动方程, 得

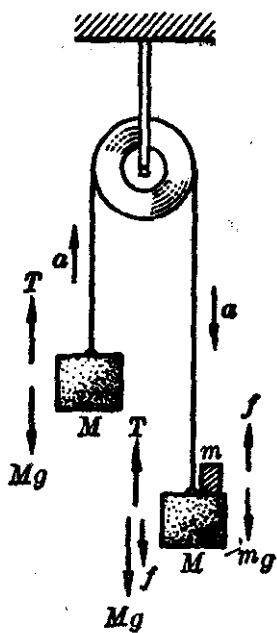
$$T - kM_1g = M_1a$$

$$M_2g - T = M_2a$$

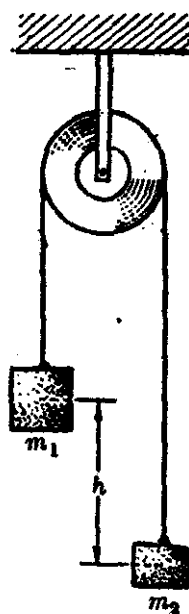
解之, 得

$$T = \frac{M_1M_2}{M_1+M_2}(1+k)g, \quad a = \frac{M_2 - kM_1}{M_1+M_2}g.$$

35. 如附图所示, 有两个质量都是 M 的重物, 用一根跨过定滑轮的绳子把它们連結起来. 在其中的一个重物上放上一个质量为 m 的附加重物. 問 (1) 它們将以多大的加速度运动? (2) 绳子的張力是多大? (3) 附加重物 m 加在 M 上的力是多大? (4) 绳子对滑轮产生多大的压力? 設滑轮和绳子的质量、空气的阻力都可以不計. [提示: 根据图中所示的 M 、 M 和 m 的受力情形, 用牛頓第二运动定律分別列出它們的运动方程.]



(第 35 題)

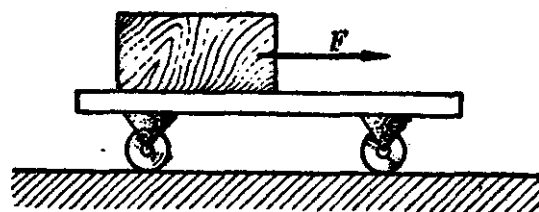


(第 36 題)

36. 如附图所示, 用一根跨过定滑轮的绳子把两个重物 $m_1 = 2$ 公斤和 $m_2 = 1$ 公斤連結起来. 开始时它們的重心相距 $h = 1$ 米. 問开始运动后經過多少時間, 两个物体的重心恰好在同一高度上? 設滑轮和绳子的质量、空气的阻力都可以不計.

37. 如附图所示, 有一个 20 公斤重的小車, 它在水平道路上作无摩擦的运动. 在小車上放上一块 2 公斤的木块. 木块跟小車之間的摩擦系数 $k =$

0.25. 第一次作用在木块上的力 F 是 200 克, 第二次是 2 公斤. 求木块跟小車之間的摩擦力; 在这两种情况下, 木块和小車各以多大的加速度运动? (取 $g=10$ 米/秒²) [提示: 木块和小車之間的最大靜摩擦力 $f = kmq = 0.5$ 公斤. 在第一种情况下, f 大于 F , 木块和小車都以共同的加速度 a 运动. 在第二种情况下, f 小于 F , 木块将在小車上滑动, 因此木块和小車就有不同的加速度 a_1 和 a_2 .]



(第 37 題)

38. 一列重 1000 吨的火車在水平軌道上开行, 机車的牽引力是 15,000 公斤. (1) 在不考虑阻力的情况下, 求列車运动的加速度, (2) 如果列車在运动中所受的阻力是列車重量的 0.003 倍, 求列車运动的加速度; (3) 如果列車在运动中所受的阻力仍是列車重量的 0.003 倍, 但机車的牽引力减小到 2000 公斤, 求这时列車运动的加速度.

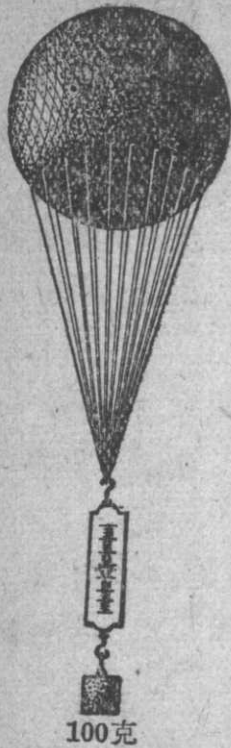
39. 电車机車的重量是 15 吨, 挂着一辆重 10 吨的拖車. 設电車用 0.2 米/秒² 的加速度前进, 运动的阻力是車重的 0.005 倍, 那么电車机車和拖車各受到哪些力? 这些力分别等于多少?

40. 在长 2 米和高 1 米的斜面上放上一个重 5 公斤的物体, 物体和斜面之間的摩擦系数为 0.2. 今在物体上加一个平行于斜面的力, 使物体以 6 米/秒² 的加速度滑下, 問这个力应该多大? 如果要使物体以同样的加速度沿斜面上升, 則作用力又是多大?

41. 有一艘重 25 吨的小輪船, 拖着三只木船, 每只木船都重 5 吨. 如果水对船的阻力是船重的 0.01 倍. 問当輪船拖着它們用 10 厘米/秒² 的加速度前进时, 輪船发动机的牽引力是多大? 連結在两只船上的鋼索的拉力各是多大? (取 $g=10$ 米/秒²)

42. 10 公斤重的木块靜止于一水平桌面上, 木块与桌面之間的摩擦系数为 0.4. 今欲使木块在 3 秒末得到 5.88 米/秒的速度, 問需要用多少力?

43. 如附图所示, 在輕气球下端带一彈簧秤 (质量可以不計), 秤上吊着 100 克重的物体. 当輕气球以 2 米/秒² 的加速度上升和以同样的加速度下降时, 彈簧秤上的讀数各是多少?



(第 43 題)

44. 一辆在平直的馬路上行駛的汽車，当速度等于 10 米/秒时关闭了发动机，在停止前它又走过了 150 米，問从发动机关閉到車子停止共走了多少時間？又汽車和地面之間的摩擦系数是多少？

45. 用一根繩子把 100 公斤重的物体在 2 秒鐘內豎直提高 10 米，如果物体的运动是匀加速运动，問繩子拉物体的力是多少？

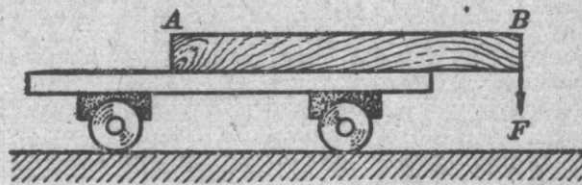
46. 一个 25 克的小皮球，水平投向一堵牆壁，剛遇到牆时的速度是 5 米/秒。从牆壁彈回来时的速度是 4 米/秒，碰撞時間是 0.3 秒，求牆对它的作用力。

47. 一支供儿童玩的小火箭，它所带的燃料的质量是 20 克。如果这些燃料燒完后所产生的气体从火箭噴口噴出的速度是 600 米/秒（已知火箭的质量是 500 克），求火箭这时的速度。

48. 用 5 公斤的鐵錘把道釘打进鐵軌的枕木中去，在打击时，鐵錘速度等于 5 米/秒。如果它們相互作用的時間是 0.01 秒，求打击时的平均作用力。（取 $g=10$ 米/秒²）

49. 装甲車上的大炮用 1000 米/秒的速度沿水平方向发射出 25 公斤的炮彈。如果装甲車的总重量为 20 吨，而且原来是停在鐵軌上的，問在射击后，它将得到多大的速度？

50. 一根放在敞車上的均匀的木梁，它的一端伸在敞車的外面。伸在外面部分的长度是木梁长度的四分之一。在木梁末端 B 点加上一个作用力 F 。当 $F=300$ 公斤时，木梁的另一端 A 开始向上升起。問木梁重多少？



(第 50 題)

51. 用一架不等臂的天平称一个物体。当物体放在左边盘上时，称出的重量为 3 公斤。当物体放在右边盘上时，称出的重量为 3.4 公斤。求物体的重量。

52. 在一块 4 米长和 30 公斤重的木板两头分別坐着一个小孩，一个 30 公斤重，另一个 40 公斤重。要想使木板保持水平，應該支住在木板的哪一

点上?

53. 有两个边长各为 10 厘米的立方体, 一个重 1 公斤, 另一个重 3 公斤. 把它们两个面重合而胶合在一起, 组成一个长方体, 放在粗糙的水平面上. 试就下列两种情况: (甲) 较重的立方体在下面, (乙) 较轻的立方体在下面, 回答下列各问题: (1) 每种情况各是哪一种平衡? 为什么? (2) 哪一种情况稳度比较大? 为什么? (3) 要把每种情况的长方体推倒, 至少各需多少力?

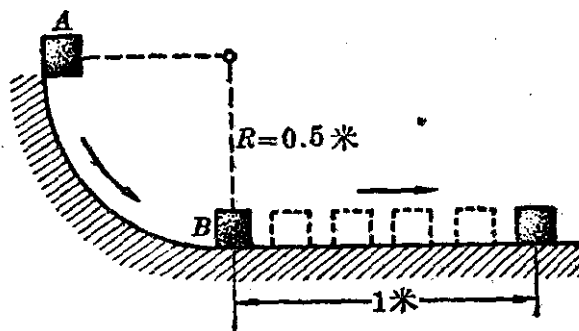
54. 一根长 5 尺粗细不均匀的木棒, 如果在距一端 2 尺处把它支起, 恰好保持平衡; 如果在距另一端 2 尺处支起, 就需要在这一端上悬挂一个重 2 公斤的物体才能保持平衡, 求此棒的重量.

55. 一座重量是 50 吨的桥 AB 长 12 米, 重心离 B 端 5 米, 桥上停留一辆汽车, 使桥的 A 端桥墩受力 25.5 吨, B 端桥墩受力 32.5 吨. 求汽车的重量和位置.

56. 一架重 3200 公斤的飞机, 在跑道上匀加速滑行 600 米后, 用 216 公里/小时的速度起飞. 如果机轮与跑道之间的摩擦系数是 0.02, 求发动机的牵引力, 飞机离地面起飞时发动机的即时功率和发动机在起飞前的平均功率. (取 $g=10$ 米/秒²)

57. 把质量为 1 公斤的木块放在光滑的水平桌上, 对它开一枪, 质量 20 克的子弹打入木块前的速度是 200 米/秒, 打穿木板后的速度是 100 米/秒. 求木块获得的动能.

58. 如附图所示, 一个重 10 公斤的物体, 从 $\frac{1}{4}$ 的圆形轨道上端 A 由静止开始滑下, 到底面时 (即图中位置 B) 的速度为 2.8 米/秒, 然后在平面上滑了 1 米才停下来. 如果圆形轨道半径为 0.5 米, 求物体从圆形轨道上端 A 滑到下端 B 克服摩擦消耗的能量及物体和平面之间的摩擦系数.



(第 58 题)

59. 一个重 1 公斤的物体以初速度 $v_0=14$ 米/秒从高 $h=240$ 米的地方落下,并陷入砂坑中,陷入的深度 $S=0.2$ 米. 求砂坑的平均阻力. 試用牛頓定律和能量守恒定律两种方法求.

60. 从步枪射出的子彈,质量是 10 克,初速度是 1000 米/秒,它落回地面时的速度是 50 米/秒. 求子彈在飞行中克服空气阻力所做的功.

61. 电动列車以速度 54 公里/小时前进时,它的电动机的功率为 900 千瓦. 电动机和傳动机的效率为 0.8, 求电动机的牵引力.

62. 一架起重机能够在 8 小时内把 3000 吨的建筑材料送到 9 米高的地方去,如果起重机的机械效率是 60%, 問它的原动力的功率是多少?

63. 車床上的电动机所消耗的功率是 9 馬力,效率是 90%. 当切削 300 毫米直徑的鋼制品时,如果鋼制品的每分钟轉数是 100, 車床效率是 75%, 求切削力.

64. 研磨机石板輪的直徑是 60 厘米,轉动周数是 120 周/分. 被加工的物体压在石板輪下的力是 100 公斤. 如果石板和被加工物体之間的摩擦系数是 0.2, 求研磨机所消耗的功率.

65. 用动滑輪把 75 公斤重的物体匀速提高 10 米时,如果动滑輪的机械效率是 60%, 問需要用多大的力? 所做的有用功和总功各等于多少?

66. 用滑輪組把 240 公斤的物体提高 0.5 米时,所用的作用力是 50 公斤,作用力把繩子拉下 3 米,求滑輪組的机械效率.

67. 一个輪軸,軸的直徑是 20 厘米,用来使軸轉动的把手长 60 厘米. 如果在提高 120 公斤的物体时,加在把手上的力是 25 公斤,求輪軸的机械效率.

68. 用馬拉 500 公斤的貨物上山,山坡的长是 1.5 公里,高 100 米. 如果摩擦系数是 0.06, 求馬对重力和摩擦力所做的功和机械效率.

69. 一架起重螺旋,它的机械效率是 80%, 螺距是 2 厘米,旋轉把手长 120 厘米. 求需要用多大的力才能举起 5 吨重的物体?

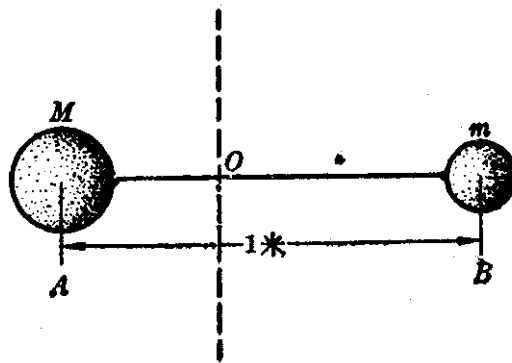
70. 平抛物体在抛出 t 秒、 $2t$ 秒、 $3t$ 秒里的豎直下降的距离成怎样的比例? 通过水平的距离又成怎样的比例?

71. 一个小球在水平的桌面上滚动着,滾出桌面之后,落在离桌边 1.8 米远的地方,已知桌子高 1 米,求小球离开桌面时的速度.

72. 用一門野战炮在射击場上进行射击演习,如果射击方向与水平方向成 15° 角,炮彈的初速度为 800 米/秒. 問在射击場上的轰炸机作安全飞行时的最低高度是多少?

73. 要使一股水流上升的高度等于它的射程, 問这股水流噴出的方向應該跟水平方向成多大的角度?

74. 有两个小球 M 和 m , 用繩子 AO 和 OB 联結起来, 两段繩子的总长度是 1 米. 小球的质量是 $M=9$ 克, $m=3$ 克. 把繩子拴在豎直軸的 O 点上, 并在水平面上以不变的角速度 ω 繞这个軸轉动. 求两段繩子中張力相等时, 它們的长度之比.



(第 74 題)

75. 在轉台上距轉动軸 50 厘米的地方, 放一个 1 公斤的重物. 重物和轉台台面之間的摩擦系数为 0.25. 如果轉台每分钟轉 12 周, 求保持重物轉动的摩擦力是多大? 又角速度为多大时, 重物要开始沿轉台台面滑动?

76. 一个单摆质量为 m 、长为 l . 現把悬綫拉到水平位置, 再放手. 求摆通过平衡位置时悬綫所受的張力.

77. 甲輪的轉动周数是乙輪轉动周数的 2 倍, 甲輪的半徑是乙輪半徑的 3 倍. 比較这两个輪边缘上质点的向心加速度.

78. 拴在綫端的 200 克重的砝碼, 恰能在豎直平面里作匀速圆周运动. 問砝碼經過最低点时的綫的張力比經過最高点时綫的張力大多少?

79. 物体作圆周运动时, 向心力作了功沒有?

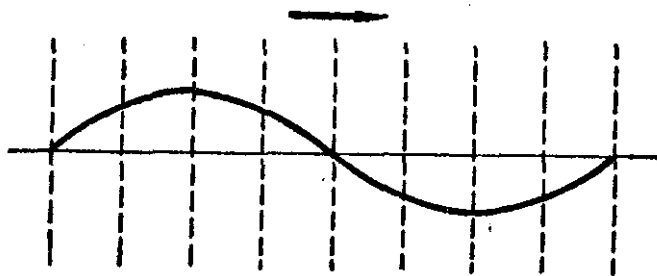
80. 地球轉动的角速度增加到多大时, 在赤道上物体的重量等于零? 地球的密度为 5.6 克/厘米³.

81. 高空气球上升的高度为 22 公里, 問在这个高度时重力加速度改变了多少?

82. 如果向两枝点燃着的蜡烛中間吹风, 会发生什么現象?

83. 两个单摆在同一地点同时开始振动. 在第一个摆振动了 15 次的时候, 第二个摆振动 10 次. 求这两个摆的摆长的比.

84. 按照下列波形图和传播方向, 画出经过 $1/8$ 和 $1/4$ 周期的波形图.



(第 84 题)

85. 在下列各种情形下, 在波的传播方向上两质点开始振动的時間相差多少? (1) 相距 $\frac{1}{4}$ 波长的两个质点; (2) 相距 $\frac{1}{2}$ 波长的两个质点; (3) 相距 $\frac{3}{4}$ 波长的两个质点; (4) 相距 1 个波长的两个质点.

86. 在波的传播方向上, 下列各质点之间的振动情况有什么不同和相同之处: (1) 相距 $\frac{1}{2}$ 波长的两个质点; (2) 相距 1 个波长的两个质点.

87. 有一铁轨长 51 米, 在其一端敲击, 声音从空气中传入耳中, 比从铁轨中传入耳中晚 0.14 秒, 求声波在铁轨中的传播速度.

88. 如果空气中声波的传播速度为 340 米/秒, 那么频率为 680 赫兹的音叉在空气里振动时, 它所发出的声波的波长是多少厘米?

习题答案

第一章

习题 1.1 3. 0.2 厘米; 4. 约 2.35 厘米, 约 0.15 厘米.

习题 1.3 5. 47,896,000 毫米³, 0.047896 米³, 4,800,000 厘米³.

习题 1.4 3. 1 克, 1,000,000 克, 1000 公斤, 1 吨; 4. 50 克;
6. 84,590,000 毫克, 84.59 公斤, 0.08459 吨, 4700 公斤, 4,700,000 克,
4,700,000,000 毫克.

习题 1.6 1. 空心的, 因为它的比重只有 3.9 克/厘米³; 2. 22.25 公斤;
3. 72.84 克; 4. 0.91 克/厘米³; 5. 3 立方米.

复习题一

1. 150 厘米, $4\frac{1}{2}$ 尺; 2. 216 米², 27 台; 3. 1,250,000 毫米²; 4. 80 块;
5. 这一钢梁重 3900 公斤, 所以这根绳不能用来提起钢梁; 8. 395 克;
9. 115.101 吨; 10. 7.3 克/厘米³; 12. 1000 分米³, 900 分米³.

第二章

习题 2.3 2. (3) 4 公斤; 4. 225 毫米; 5. 480 克; 6. 10.01 米;
7. 195 毫米; 8. 0.8 厘米.

习题 2.4 1. 0.4 公斤/厘米²; 2. 500 倍, 约 0.333 公斤/厘米²,
约 166.67 公斤/厘米², 500 倍; 3. 约 0.357 公斤/厘米²;
4. 0.15 公斤/厘米²; 5. 17.8 吨, 356 克/厘米².

复习题二

3. 150 克; 4. 23 厘米; 5. 2.25 公斤; 6. 72 公斤, 18 克/厘米²
(因为有两只滑雪板); 7. (1) 22.8 克/厘米², (2) 79.8 克/厘米²;

[习题答案]

8. 0.2 公斤/厘米², 1.25 公斤/厘米²; 9. 20 米².

第三章

习题 3.1 1. 20 克/厘米², 60 克; 2. 80 厘米²; 3. 1.2 吨;

4. 10:1; 5. 可以.

习题 3.2 1. 1033.6 克/厘米²; 3. 450 克; 4. (1) 352 克/厘米²,

(2) 148 克/厘米², (3) 50 克/厘米²; 5. 相等, 約 296 克;

6. 400 克/厘米², 640 公斤; 7. 1000 公斤, 500 公斤;

8. 1 吨/米², 200 吨, 0.5 吨/米², 30 吨.

习题 3.3 1. 約 4.6 厘米; 2. 6.8 厘米; 3. 0.8 克/厘米³;

5. 2 厘米.

习题 3.5 1. 1033.6 厘米水銀柱高; 3. 約 130 厘米², 約 135 公斤;

4. 1320 米; 5. 約 593 毫米水銀柱高.

习题 3.8 6. 比重 = 7.8 克/厘米³, 是鐵; 7. 約 0.625 克/厘米³;

8. 25 克; 9. 3000 吨.

复习題三

3. 40 克/厘米², 120 公斤, 20 克/厘米², 176 公斤; 4. 51.5 吨;

5. 31.55 克/厘米²; 7. 約 12.4 公斤; 8. 約 120 吨, 約 140 吨;

9. 0.21 斤; 10. 銅約 12.5 克, 銀約 12.5 克; 11. 7 厘米.

第四章

习题 4.3 2. 路程約 31.4 米, 位移为零.

习题 4.4 1. 15 米/秒, 21.6 公里/小时, 72 公里/小时;

3. (1) 30 厘米, (2) 6 秒, (3) 60 厘米; 4. 1 小时; 5. 約 2.8 小时.

习题 4.5 2. 91 米; 3. 100 公里, 1 小时, 200 公里/小时;

4. 50 公里/小时, 0, 20 公里/小时, 90 公里; 6. 約 2.57 小时,

約 102.8 公里.

习题 4.6 1. 共 25 小时; 2. 20 公里/小时; 3. 15 公里/小时,

13 公里/小时; 4. 60 米.

习题 4.7 1. 約均为 35 公里/小时; 2. 約和水流方向成 30° 角,

約 1 公里/小时; 3. 約 13.4 公里/小时, 約与水流夹角为 63°24';

4. 約 10.4 公里/小时, 与河岸垂直; 5. 400 米/秒, 2 公里.

复习题四

1. 205.2 公里/小时; 2. 約 8 分 18.3 秒; 3. 2 分; 6. 約 464 米/秒;
7. 收音机前的听众, 約早 0.143 秒; 8. 24 厘米; 11. 2 秒, 6 厘米;
12. 30 厘米, 6 秒, 60 厘米; 13. $\sqrt{41}$ 米/秒; 14. 30 米/秒, 10 米/秒;
15. 約 202 公里/小时; 16. 約 8.66 米/秒, 5 米/秒; 17. 約 3.4 米/秒.

第五章

习题 5.1 3. 4.9 米/秒, 14.7 米/秒, 24.5 米/秒, 14.7 米/秒.

习题 5.2 1. $-\frac{1}{15}$ 米/秒², $-\frac{20}{3}$ 厘米/秒²; 2. 8.3 米/秒²;

3. 0.1 米/秒²; 4. -4 厘米/秒²; 5. 約 0.08 米/秒².

习题 5.3 1. 1 米/秒, 10 米; 2. 10 秒, 4 米; 3. 112.5 米, -1 米/秒²;
4. 20 秒, 120 米, 6 米/秒; 5. 30 秒, 60 米, 135 米; 6. 0.001 秒,
-400,000 米/秒², ≈ 283 米/秒.

习题 5.4 1. 50 厘米; 2. 32 米; 3. 10 米/秒, 1650 米;
4. 2 米, 12.5 米, 5 米/秒, 4.5 米.

习题 5.5 1. 122.5 米, 49 米/秒; 2. 78.4 米, 4 秒; 3. 14.7 米;
4. $2 + \sqrt{2} \approx 3.4$ 秒, $9.8(3 + 2\sqrt{2}) \approx 57$ 米.

习题 5.6 1. 20 米/秒; 2. 2 秒, 60.4 米; 3. 100 米, 150 米;
4. 44.1 米, 29.4 米/秒; 5. 7 秒.

复习题五

1. 10 厘米/秒², 30 厘米/秒; 2. 15 米; 3. 2 分 40 秒, 640 米;
4. 275 米; 5. 10 厘米/秒²; 6. 10 厘米, 60 厘米/秒; 7. 約 1167 米,
10 秒; 8. 約 1.47 秒; 9. 6 厘米, 18 厘米, 30 厘米, 42 厘米; 10. 3 秒.

第六章

习题 6.3 1. 0.1; 2. 20 公斤, 0.5, 0.475;
3. 約 0.333, 約 0.375, 約 0.346, 約 0.361, 約 0.357, 約 0.354.

习题 6.4 1. 14 公斤; 2. 約 370 公斤; 3. 20 公斤, $\theta \approx 36^\circ 52'$;

4. 約 67.7 公斤, 約 60.8 公斤, 50 公斤.

习題 6.5 1. 12 公斤; 2. 12 公斤, 15 公斤; 3. 2400 公斤, $480\sqrt{29}$ 公斤; 4. 1000 公斤.

复习题六

3. 約 11.6 公斤, 約 8.6 公斤, 約 3.66 公斤; 4. 4 公斤; 5. 50 公斤, 变小, 25 公斤; 6. 17.32 公斤, 50 公斤, 17.32 公斤, 70 公斤; 7. 12.5 公斤, 約 0.26.

第七章

习題 7.1 1. 2000 达因; 2. 2 克; 3. 12000 达因; 4. 2000 厘米/秒².

习題 7.2 1. 18.42 克/厘米³; 2. 1.14 克/厘米³; 3. 約 4.17 米³, 約 1.11 分米³, 約 0.0518 厘米³; 4. 0.00129 克/厘米³, 1.2642 达因/厘米³; 5. 4000 达因; 6. 1500 达因; 7. (1) 匀加速直綫运动, (2) 1000 达因, 約 1.02 克, (3) 匀速直綫运动, (4) 120 厘米/秒, 600 厘米.

习題 7.3 1. 98 牛頓, 10 公斤; 2. 720 米; 3. 122.5 克; 4. 40 秒; 5. 6758.4 牛頓; 6. 122500 牛頓; 7. 19811 牛頓; 8. 約 2755 公斤; 9. 約 4.3 米/秒².

复习题七

1. 0.9995 公斤, 1 公斤; 3. (1) 正确, (2) 不正确, (3) 不正确, (4) 正确, (5) 正确; 6. 19800 公斤; 7. 約 2.26 米/秒²; 8. 約 0.754 米/秒²; 9. 約 2425 克, 2500 克; 10. 1.5×10^5 牛頓, 約 1.53×10^4 公斤.

第八章

习題 8.1 5. (1) 六对作用力和反作用力, (2) $T_1 = m_1 g$, $T_2 = (m_1 + m_2) g$; $T_1 = m_1 g$, $T_2 = (m_1 + m_2) g$; $T_1 = m_1 (g + a)$, $T_2 = (m_1 + m_2) (g + a)$; $T_1 = m_1 (g - a)$, $T_2 = (m_1 + m_2) (g - a)$; 6. 約 824 公斤, 640 公斤, 約 456 公斤; 7. 14.4 公斤, 13.6 公斤, 0.

习題 8.3 4. 4 米/秒; 5. 2500 牛頓; 6. 168 公斤·米/秒, 1680 牛頓.

习題 8.4 1. 8.4 公斤·米/秒, 420 牛頓; 3. 約 2 米/秒; 4. 20 米/秒; 5. 3 米/秒, 約 1.53 米.

复习题八

3. (1) $W=Q$, (2) $W=Q$, (3) $Q>W$, (4) $W>Q$; 5. 0.5 米/秒;
6. 約 4.35 米/秒; 7. 60 厘米/秒, 18 米; 8. 25000 牛頓;
9. 2.45 米/秒², 4.9 米/秒; 10. 約 167 牛頓; 11. $\alpha = \frac{M_1 - M_3}{M_1 + M_2 + M_3} g$,
 $T_1 = \frac{M_1 M_2 + 2M_1 M_3}{M_1 + M_2 + M_3} g$, $T_2 = \frac{M_2 M_3 + 2M_1 M_3}{M_1 + M_2 + M_3} g$; 12. (1) 30 秒, (2) 約 3.4%;
14. 約 8 米/秒, 約 2.5 秒.

第九章

- 习题 9.1 2. 約 0.71 公斤, 0.5 公斤; 3. 50 克;
4. 約 34.6 公斤拉力, 約 69.3 公斤压力; 5. 600 公斤拉力,
約 520 公斤压力.

- 习题 9.2 1. 22.5 米·公斤; 2. 50 公斤; 3. 右方 8 厘米处;
4. 0.55 米·公斤, 負的.

- 习题 9.4 1. 重物置于离小孩一端为 4 米处; 2. 因为棒重集中于棒中
心; 3. 37.5 吨, 39.5 吨(靠 3 吨汽車桥脚); 4. (2) 0.5, 0.75,
(3) 1.6 米, (4) 約 0.35.

- 习题 9.5 1. 9 公斤, 合力距离 P_1 的作用点 A_1 20 厘米, 方向和原来相同;
2. 12 公斤, $A_1 A_2 = 60$ 厘米; 3. 离甲 1 米; 4. 14 公斤, 作用在离右端
25 厘米处, 方向和原来相同; 6. 800 克, 向下, 作用点离 A 127.5 厘米; 平
衡力和合力相反.

- 习题 9.6 1. 在离鉛的左端約 18.1 厘米处; 2. 不能保持平衡, 因为 OB
部分的重心靠近悬綫; 3. 4 公斤, 在离 2 公斤端 22.5 厘米处; 4. 5 公斤;
5. 在离提紐左边 1 厘米处, 在离提紐右边 19 厘米处, 1.5 公斤.

复习题九

1. 5 公斤, 西偏北 $36^\circ 52'$; 2. 90° , $157^\circ 23'$, $112^\circ 37'$; 3. 1.2 米;
4. 4.5 米; 6. 軸右方 8 厘米处, 7.5 公斤; 7. 50 厘米; 8. 55 公斤, 距細
端 3.5 米处; 9. 距大球中心約 9.7 厘米处; 10. 約 141 公斤, 約 102 公斤,
与水平方向夹角約为 $11^\circ 20'$.

第十章

习题 10.1 3. 225 焦耳; 4. 1000 公斤; 5. $\sqrt{3} \times 10^5$ 公斤·米;
6. 2925 公斤·米.

习题 10.2 1. 8820 瓦特, 12 馬力; 2. 約 93.75 公斤, 108 公里/小时;
3. 30 馬力; 4. 60 公斤, 360 公斤; 5. 約 62.1 公斤, 在阻力不变时增大
切削速度, 消耗的功率将增大.

习题 10.3 1. 子彈; 2. 不能; 3. 約 45 千瓦; 4. 約 122.5 公斤·米;
5. (1) 3136 焦耳, (2) 441 焦耳, (3) 2.45 牛頓.

习题 10.4 1. 都是 400 公斤·米; 2. 鉛; 3. 40 焦耳;
4. 60 公斤·米 = 588 焦耳 = 5.88×10^9 尔格, 40 公斤·米 = 392 焦耳
= 3.92×10^9 尔格.

习题 10.5 1. 0.05 公斤·米; 2. 25000 公斤·米, 175000 公斤·米, 0,
200000 公斤·米; 3. 490 焦耳; 4. 約 0.46 米; 5. 900 倍, 30 倍.

习题 10.6 1. 13 焦耳; 2. 約 305 公斤; 3. 100 米/秒; 4. 0.36.

复习題十

4. 火車, 飞机; 6. 0.1 馬力; 7. 8 馬力; 8. 3.5×10^4 焦耳;
9. 3.9×10^4 焦耳; 10. 25 公斤.

第十一章

习题 11.3 1. 0.96; 2. 45 公斤; 3. 75 厘米; 4. 1 寸, 11 寸;
5. 約 122.45 克, $\sqrt{25} : \sqrt{24}$.

习题 11.4 1. (1) 15 公斤, (2) 20 公斤; 2. 2 公斤, 150 公斤·米;
3. 3.84 吨; 4. 270 公斤; 5. 1:5.

习题 11.5 1. 約 3061 公斤; 2. 約 0.67; 3. 約 63.3 公斤,
50000 公斤·米, 45000 公斤·米.

习题 11.6 1. 12 公斤; 2. 144 厘米; 3. 2.5 厘米;
4. 約 15700 公斤; 5. 約 3.4 公斤.

复习題十一

1. 120 公斤; 2. 40 公斤; 3. 32 公斤; 4. 3 对; 5.

6. 約 11304 公斤; 7. 3 米.

第十二章

习题 12.2 2. 5 秒, 150 米; 3. 約 84 米/秒; 4. 用初速度 30 米/秒拋出的物体前进的水平距离远些, 由高度决定, 由初速度决定; 5. 15 米/秒.

习题 12.3 3. 20 秒, 540 公里/小时; 5. 200 米/秒, 水平方向; 390 米/秒;
6. (1) 5880 厘米, (2) 7840 厘米, 4 秒, (3) 約 54300 厘米.

习题 12.4 1. 約 470 米/秒; 2. 2.1×10^{-3} 厘米/秒, 1.3×10^{-4} 厘米/秒;
3. 2 赫茲, 0.5 秒, 約 8.8 米/秒.

习题 12.5 1. 0.5 米/秒²; 2. 約 39480 米/秒², 約 125 米/秒;
3. 40 厘米/秒²; 4. 約 8.37 米/秒².

习题 12.6 1. 4640 公斤; 2. 約 31.2 公斤; 3. 約 0.11 米;
5. 約 537 公斤.

习题 12.8 1. 10π 弧度/秒; 2. 2.8π 米/秒; 3. 約 31.4 米/秒;
4. 約 0.000073 弧度/秒, 約 470 米/秒.

习题 12.9 1. 50; 2. 15 厘米, 700 轉/分; 3. 約 9000 牛頓.

复习題十二

2. 1:4:9, 1:2:3; 7. (1) 25 米/秒, (2) 約 20.6 米/秒; 9. 4 吨, 4.2 吨, 3.8 吨; 10. 約 74°.

第十三章

习题 13.2 1. 約 2×10^{33} 克; 2. 約 107 达因; 4. 約 22.2 公斤, 不变.

习题 13.3 1. 6, 1.63 米/秒²; 2. $\frac{1}{9}$.

复习題十三

1. $\frac{1}{4}$ 公斤, 零; 4. 約为 6×10^{27} 克.

第十四章

14.1 1. 約 190 厘米³/秒; 2. 40 厘米/秒; 4. 10 厘米/秒.

[答案]

习题 14.3 2. 管中水不流动时, 两边的水银面平; 流动时, 接在管子粗的部分的水银面要下降, 细的部分的水银面要上升.

复习题十四

3. 0.05 厘米/秒; 4. 72 厘米/秒.

第十五章

习题 15.1 2. 不是匀变速运动, 因为振动物体的加速度不是一个恒量.
3.

球的运动	动能的变化	势能的变化
从 B 到 A	动能逐渐增大, 到 A 时达最大值	势能逐渐减小, 到 A 时达最小值
从 A 到 C	动能逐渐减小, 到 C 时等于零	势能逐渐增大, 到 C 时达最大值
从 C 到 A	动能逐渐增大, 到 A 时达最大值	势能逐渐减小, 到 A 时达最小值
从 A 到 B	动能逐渐减小, 到 B 时等于零	势能逐渐增大, 到 B 时达最大值

4.

球的运动	使球运动的力的大小和方向如何变化	球的加速度的大小和方向如何变化	球的速度大小和方向如何变化
从 B 到 A	力逐渐变小, 方向向左	加速度逐渐变小, 方向向左	速度逐渐增大, 方向向左
从 A 到 C	力逐渐变大, 方向向右	加速度逐渐变大, 方向向右	速度逐渐减小, 方向向左
从 C 到 A	力逐渐变小, 方向向右	加速度逐渐变小, 方向向右	速度逐渐增大, 方向向右
从 A 到 B	力逐渐变大, 方向向左	加速度逐渐变大, 方向向左	速度逐渐减小, 方向向右

习题 15.4 1. 与习题 15.1 第 4 题同样分析; 2. 摆在 B 时, 加速度方向向左, 在 C 时向右; 摆在 A 时速度最大, B 和 C 时最小; 摆在 B 和 C 时速度最大, A 时最小; 3. 与习题 15.1 第 3 题同样分析; 4. 约 8500 达 85 厘米/秒².

习题 15.5 1. 約 99.23 厘米; 2. 約 1.0014 倍; 3. 1.8 秒, 4 米;
4. (1) 1 秒, (2) 不变, (3) 不变; 5. 10 厘米.

习题 15.11 1. 大小相等, 方向不同; $\frac{1}{2}\lambda$; 2. 約 0.67 米; 3. 約 5.7 米.

复习題十五

5. $T = mg + m \frac{v^2}{l}$; 10. 約 303 米.

第十六章

习题 16.1 2. 3440 米; 3. 43 米.

习题 16.3 2. 1376 米.

約

习题 1

复习題十六

6. $2 \sim 3^\circ\text{C}$; 8. 約 0.2 米.

总复习題

1. 約 0.84 克/厘米³; 2. 約 11.3 克/厘米³; 3. 約 658 块; 4. 4 厘米;
5. (1) 0.0375 公斤/厘米², (2) 0.125 公斤/厘米², (3) 0.3 公斤/厘米²;
7. 約 74.36 克; 8. 8 公斤; 9. 9 厘米³; 10. 0.4 克/厘米³; 11. 鉛块
的比重 ≈ 11.4 克/厘米³, 酒精的比重 ≈ 0.8 克/厘米³; 12. 約 0.3 厘米,

約 4.8 厘米; 13. $V_1 = \frac{d_2 - d}{d_2 - d_1} V$, $V_2 = \frac{d - d_1}{d_2 - d_1} V$; 14. 約 0.83 克/厘米³;

15. 約 440.6 克; 16. 約 148.5 厘米水銀柱高; 17. 6 秒;

18. $V_1 = 1.1$ 米/秒, $V_2 = 0.5$ 米/秒; 19. 200 米, 20 米/分, 12 米/分,
 $36^\circ 52'$; 20. 3 小时, 120 公里; 21. 5 米/秒; 22. 65 米/秒, 35 米/秒,
 ≈ 52 米/秒; 23. 約 1.8 秒, $S_{54} \approx 1$ 米, $S_{43} = 3$ 米, $S_{32} = 5$ 米, $S_{21} = 7$ 米;

24. $\frac{H+h}{2H} \sqrt{2gH}$, $\frac{(H+h)^2}{4H}$; 25. $t = \frac{\sqrt{2gH} - \sqrt{2gh}}{g}$. 如果 $H > h$, 第二

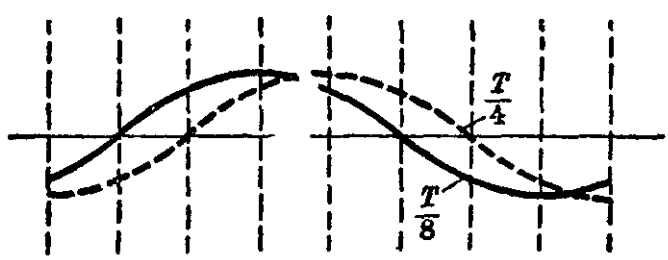
个物体應該后抛出; 如果 $H = h$, 两个物体應該同时抛出; 如果 $H < h$, 第二个

物体應該先抛出; $v_0 = \sqrt{2gh}$; 26. ≈ -4.2 米/秒², ≈ 8.3 米; 27. 5 米/秒,

28. 8 秒, 5 米/秒, 32 米, 80 米; 29. 向下, 4.9 米/秒²; 30.

案]

- 1770 公斤, 1500 公斤, 1230 公斤; 31. 8800 达因; 32. 200 厘米/秒, 6×10^4 达因, $\approx 1.7 \times 10^6$ 达因; 33. $a \approx 1$ 米/秒², $f_n \approx 1$ 公斤, $f_s \approx 2$ 公斤;
35. (1) $a = \frac{mg}{2M+m}$, (2) $T = \frac{2M(M+m)}{2M+m}g$, (3) $f = \frac{2Mm}{2M+m}g$, (4) 加在滑輪上的压力等于绳子張力的两倍, 即 $2T$; 36. ≈ 0.55 秒; 37. 在第一种情况中, $a \approx 9$ 厘米/秒², 木块和小車間的摩擦力 ≈ 182 克; 在第二种情况中, $a_1 = 7.5$ 米/秒², $a_2 = 0.25$ 米/秒², 木块和小車間的摩擦力 = 0.5 公斤;
38. (1) 0.147 米/秒², (2) 約 0.118 米/秒², (3) -0.0098 米/秒²; 39. 电車机車受到的力有: 牽引力 6225 牛頓, 阻力 735 牛頓, 拖車拉机車的力 2490 牛頓; 拖車受到的力有: 机車拉力 2490 牛頓, 阻力 490 牛頓; 40. 約 1.37 公斤, 約 6.43 公斤; 41. 800 公斤, 300 公斤, 200 公斤, 100 公斤;
42. 58.8 牛頓; 43. 約 120 克, 約 79.6 克; 44. 30 秒, 約 0.034; 45. ≈ 151 公斤; 46. 約 35 牛頓; 47. 24 米/秒; 48. 250 公斤;
49. 1.25 米/秒, 約 300 公斤; 51. 約 3.2 公斤; 52. 距木板中央 0.2 米处; 53. (3) 1 公斤; 54. 4 公斤; 55. 8 吨, 离 A 端 5 米;
56. 10240 牛頓, ≈ 820 馬力, ≈ 410 馬力; 57. 2 焦耳; 58. 9.8 焦耳, 0.4; 59. 1251 公斤; 60. ≈ 498.7 公斤·米; 61. 約 4897 公斤, 750 公斤·米, 1250 公斤·米; 66. 80%; 67. 80%; 68. 50000 公斤, 45000 公斤·米;
70. 1:4:9..., 1:2
71. 約 4 米/秒
75. 約 0.08
約 22 周/分;
400 克; 79. 沒有, 以
80. $1.3 \times 10^{-}$ 兩蜡烛的火焰彼此。



83. 4:9; 84. 如上图; 85. (1) $\frac{1}{4}$ 周期, (2) $\frac{1}{2}$ 周期, (3) $\frac{3}{4}$ 周期, (4) 1 周期;
86. (1) 两质点在任何时刻的位移的量值相等, 符号相反; (2) 两质点在任何时刻的位移的量值相等, 方向也同; 87. 5100 米/秒; 88. 50 厘